

Arithmetica Geometria et Musica Boetii

¶ Incipiunt duo libri de Arithmetica anitij manlij seuerini Boetij viri clarissimi ⁊ illustrissimi ex cõsulis: ordinarij: patricij: ad patricium simmachum.

In dandis accipiendisq; muneribus ita recte officia precipue inter eos qui sese magni faciunt estimantur si liquido constabit nec ab hoc aliud quod liberalius afferret inuentum: nec ab illo vnq̃ quod iocundius beniuolentia complecteretur acceptum. Hec ipse considerans attuli non ignaua opuz pondera quibus ad facin⁹ nihil instructius est: cum habendi sitis incanduit: ad meritū nihil vilius cum ea sibi victor animus calcata subiecit: sed ea que ex grecarū opulentia litterarum in romane orationis thesaurum sumpta connexinus. Ita enim mei quoq; operis mihi ratio cõstabit: si que ex sapientie doctrinis elicui: sapientissimi iudicio cõprobent. Uides igitur ut tam magni laboris effectu ⁊ tuū tantū expectet examē: nec in aures pdire publicas nisi docte sentētie a stipulatione nitatur. In quo nihil mirū videri debet: cū id opus qđ sapientie inuenta persequit: nõ auctoris sed alieno incumbit arbitrio. Suis quippe instrumētis res rationis expenditur: cū iudiciū cogitur subire prudentis. Sed huic munusculo: non eadem que ceteris iminēt artibus munimenta constituo. Neq; enim fere vlla sic cunctis absoluta partibus nullius indiga suis tātū est sciētia nixa p̄sidijs: ut nõ ceterarum quoq; artium adiumenta desideret. Nā in effigiandis marmore statuis: alius excidende molis labor est: alia formande imaginis ratio: nec eiusdem artificis manus politi operis nitor expectat. Ac picture manibus tabule cõmisse fabrorum. cere rustica obseruatione decepte: colorum fuci mercatorum solertia perquisiti: lintea operosis elaborata textrinis multiplicem materiam prestant. Nonne idem quoq; in bellorum visitur instrumentis: Hic spicula sagittis exacuit: illi validus thorax nigra gemit incude. Ast alius crudi vmbonis tegmina proprij laboris orbi infigenda mercatur: tā multis artibus ars vna perficitur. Ast nostri laboris absolutio longe ad faciliorem currit euentum. Tu enim solus manū supremo operi impones: in quo nihil de decernē tiū necesse est laborare consensu. Quamlibet eni hoc iudicium multis artibus probetur excultum vno tamē cumulatur examine. Experiare igitur licet quantum nobis in hoc studio lōgis tractus ocijs labor adiecerit. An rerum subtilium fugas exercitate mentis velocitas comprehendat: vtrum ieiune macies orationis ad ea que sūt caligantib⁹ impedita sentētijs expedienda sufficiat. Qua in re mihi alieni quoque iudicij lucra queruntur: Cum tu vtrarūq; peritissimus litterarū possis graie oratiōis expertibus quantū de nobis iudicare audeant: sola tantū pronunciatione prescribere. At non alterius obnoxius institutis arctissima memet ipse trāslationis lege ꝯstringo: sed paululum liberius euagatus alieno itineri: nõ vestigijs insisto. Nā ⁊ ea que de numeris a nicomacho diffusi⁹ disputata sunt: moderata breuitate collegi. Et que transcursa velocius angustiorē intelligentie prestabant aditū: mediocri adiectione reseraui: ut aliquando ad euidentiam rerum nostris etiam formulis ac descriptionibus vteremur. Quod nobis quātis vigilijs ac sudore constiterit facile sobrius lector agnoscet. Cum igit quatuor matheseos disciplinarū de arithmetica que est prima prescriberem: tu tantū dign⁹ eo munere videbare eoq; magis in enarrato opus esse intelligebā. Nā ⁊ si apud te facilis venie locus esset: aliquando tamen ipsam formidabat facilitatem suspecta securitas. Arbitrabar enim nihil tante reuerentie oblatū iri oportere: quod nõ elaboratum ingenio: perfectum studio: dignum postremo tāto ocio videretur. Non igitur ambigo quin pro tua in me beniuolentia superuacua resecces: hiantia suppleas errata reprehendas: cõmode dicta mira animi alacritate suscipias. Que res impulit pigram consilij moram. Nimios eni mihi fruct⁹ placitura restituent. Noui quippe quanto studiosius nostra q̃ ceterorum bona diligamus. Recte ergo q̄si aureos cereri culmos ⁊ maturos bacho palmites: sic ad te rudimenta noui operis transmisi. Tu tantū paterna gratia nostrum proueĥas munus: ita ⁊ laboris mei primitias doctissimo iudicio consecrabis: ⁊ nõ maiore censebitur auctor merito q̃ probator.

Incipiunt capitula primi libri.

Prohemiū in quo diuisio mathematice. Capitulum. I.

In|ter omnes prisce auctoritatis viros: qui pythagora duce puriore mentis ratione viguerunt: constare manifestū est haud quenquā in philosophie disciplinis ad cumulum perfectionis euadere: nisi cui talis prudentie nobilitas quodam quasi quadriuio vestigat. Quod recte solertiam intuentis non latebit. Est enim sapientia rerum que sunt suiq3 imutabilem substantiam sortiuntur comprehensio veritatis. Esse autem illa dicimus que nec intentione crescunt: nec retractione minuuntur: nec variationibus permutantur: sed in propria semp vi sue se nature subsidijs nixa custodiunt. Hec autem sunt qualitates: quantitates: forme: magnitudines: paruitates: equalitates: habitudines: actus dispositiones: loca: tempora: et quicqd adunatū quodāmodo corporibus inuenit. Que ipsa quidē natura incorporea sunt et imutabilis substantie rōne vigentia: participatiōe vero corporis permutantur: et tactu variabilis rei in vertibilem inconstantiam transeunt. Hec igitur quoniam ut dictū est natura imutabilem substantiam vimq3 sortita sunt: vere proprieq3 esse dicunt. Hor igit idest que sunt proprie: queq3 suo nomine essentie nominantur: scientiam sapientia profitetur. Essentie autem gemine partes sunt: vna cōtinua et suis partibus iuncta: nec vllis finibus distributa: ut est arbor: lapis: et omnia mūdi huius corpora: que proprie magnitudines appellantur. alia vero disiuncta a se et determinata partibus et quasi aceruatim in vnū redacta cōcilium: ut grex: populus: chorus: aceruus: et qcquid quorū partes proprijs extremitatibus terminantur: et ab alterius fine discrete sunt. His propriū nomen est multitudo. Rursus multitudinis alia sunt per se ut tres vel quatuor: vel tetragonus: vel quilibet numerus qui ut sit nullo indiget. Alia vero per seipsa non constant: sed ad quiddā aliud referunt: vt duplū: vt dimidiū: ut sesqualterū: vel sesquitertiū et quicquid tale est: quod nisi relatuz sit ad aliud: ipsum esse non possit. Magnitudinis vero alia sunt manentia motuq3 carentia: alia vero que mobili semper rotatione vertuntur: nec vllis temporibus acquiescunt. Horū ergo illam multitudinē que per se est: arithmetica speculatur integritas. Illam vero que ad aliquid musici modulaminis tēperamenta noscunt. Immobilis vero magnitudinis geometrica noticiam pollicetur. Mobilis scientiam astronomice discipline peritia vendicauit. Quibus quattuor partibus si careat inquisitor: verū inuenire non possit: ac sine hac quidem speculatione veritatis nulli recte sapiendum est. Est enim sapiētia earū rerum que vere sunt: cognitio et integra comprehēsio. Quod hec qui spernit: idest has semitas sapientie: ei denūcio non recte philosophandū. Siquidē philosophia est amor sapientie: quam in his spernendis ante contēpserit. Illud quoq3 addenduz arbitror quod cuncta vis multitudinis ab vno progressa termino: ad infinita progressionis augmenta concrescit: magnitudo vero a finita inchoans quantitatē modū in diuisione non recipit. Infinitissimas enī sui corporis suscipit sectiones. Hāc igitur nature infinitatē indeterminatāq3 potentiam philosophia sponte repudiat. Nihil enim quod infinitū est: vel scientia potest colligi vel mente cōprehendi. Sed hinc sumpsit sibi ipsa ratio: in quibus posset indagatricē veritatis exercere solertiam. Delegit enim de infinite multitudinis pluralitate finite terminū quantitatis: et interminabilis magnitudinis sectione reiecta definita sibi ad cognitionem spacia depoposcit. Constat igitur quisquis hec pretermiserit: omnē philosophie perdidisse doctrinā. Hoc igitur illud quadruuiū est quo his viandū sit quibus excellentior animus a nobis cum procreatis sensibus ad intelligentie certiora perducitur. Sunt eniz quidam gradus certeq3 progressionū dimensiones: quibus ascendi progrediq3 possit: ut animi illū oculū: qui (ut ait plato) multis oculis corporalibus saluari constituiq3 sit dignior: quod eo solo lumine vestigari vel inspici veritas queat. Hunc inquā oculū demersum orbatūq3 corporeis sensibus he discipline rursum illuminent. Que igitur ex his prima discenda est: nisi ea que principiū matrisq3 quodam modo ad ceteras obtinet portionem: hec est aūt arithmetica. Hec enim cunctis prior est: non modo quod hāc ille huius mūdane molis conditor deus primam sue habuit ratiocinationis exemplar: et ad hanc cuncta constituit quecunq3 fabricante ratione per numeros assignati ordinis inuenere concordiam: sed hoc quoq3 prior arithmetica declaratur: quod quecūq3 natura priora sunt: his sublatis simul posteriora tolluntur. Quod si posteriora pereant: nihil de statu prioris substantie permutatur: ut animal prius est hoīe. Nam si tollas animal statim quoq3 hominis natura deleta sit. Si hominē sustuleris: animal non peribit. Et econtrario ea semper posteriora sunt que secū aliud quodlibet inferunt: ea priora que cuz dicta sūt nihil secum de posterioribus trahunt: ut in eodez quoq3 homine. Nam si hominem dixeris: simul quoq3 animal nominabis. Idem est enim homo quod animal. Si animal dixeris non speciem simul hominis intulisti. Non est enim idem animal quod homo. Hoc idez in geometrica vel in arithmetica videtur incurrere. Si enim numeros tollas: vnde triangulū vel quadratum vel quicquid in geometrica versatur: que omnia numerorū denominatiua sunt. At vero si quadratum triangulūq3 sustuleris: omnisq3 geometrica consūpta sit: tres et quatuor aliorūq3 numerorū non peribunt vocabula. Rursum cuz aliquā geometricam formam dixero: est illi simul numerorū nomen implicitū. Cum numeros dixero nondū vllam formam geometricā nominaui. Musica vero quā prior sit numerorū vis: hinc maxime probari potest: quod nō modo illa natura priora sunt que per se constant: quā illa que ad aliquid referuntur: sed etiam ea ipsa musica modulatio numerorū nominibus annotatur. Et idem in hac euenire potest: quod in geometrica predictum est. Diatessaron enim et diapente: et diapason: ab antecedentis numeri nominibus nuncupantur. Ipsorū quoq3 sonorū aduersus se proportio: solis neq3 alijs numeris inuenit. Qui eniz sonus in diapason symphonia est: idem duplicis numeri proportione colligitur. Que diatessaron est modulatio epitrita collatione cōponitur. Quā diapente symphoniā vocant: hemiolia medietate coniungitur. Qui in numeris epogdous est: idem tonus in musica. Et ne singula persequi laborem huius operis sequentia quanto prior sit arithmetica sine vlla dubitatione monstrabunt. Sphericam vero atq3 astronomicam tanto precedit: quāto due relique discipline hanc tertiā natura precedunt. In astronomica enim circuli: sphera: centrū: paralelliq3 circuli mediusq3 axis est: que omnia geometrice discipline cura sūt. Quare est etiam ex hoc ostendere seniorē geometrice vim quod omnis motus est post quietem: et natura semper statio prior est. Mobiliuū vero astronomia: imobilium geometrica doctrina est: vel quod armonicis modulationibus motus ipse celebratur astrorū. Quare constat quoq3 musice vim astrorū cursus antiquitate precedere: quā superare natura arithmeticā dubium nō est: cū prioribus quam illa est antiquior videatur. Proprie tamen ipsa numerorū natura omnis astrorū cursus: omnisq3 astronomica ratio constituta est. Sic enim ortus occasusq3 colligimus: sic tarditates velocitatesq3 errantiuz siderum custodimus: sic defectus et multiplices lune variationes agnoscimus. Quare quoniā prior vt claruit arithmetice vis est: hinc disputationis sumamus exordiū.

De substantia numeri. Capitulū. 2.

O Mnia queçunq3 a primeua rerum natura constructa sunt: numerorũ videntur ratione formata. Hoc enim fuit principale in animo conditoris exemplar. Hinc enim quatuor elemẽtorũ multitudo mutuata est: hinc temporum vices: hinc motus astrorũ celique conuersio. Que cũ ita sint cũq3 oĩum status: numerorũ colligatione fungatur: eum quoq3 numerum necesse est in ppria semper sese habentem equaliter substantia permanere: cum que compositum nõ ex diuersis. Quid enim numeri substantiam coniungeret: cum ipsiꝰ exemplum cuncta iunxisset: sed ex seipso videtur esse compositus. Pꝛ zro aũt nihil ex similibus componi videtur: nec ex his que nulla rationis pportiõe iunguntur: 7 a se omni substantia naturaq3 discreta sunt. Constat ergo quoniam coniũctus est numerus: neq3 ex similibus esse coniunctum: neq3 ex his que ad se inuicem nulla ratione pportionis hẽrent. Erunt ergo numeros prima que coniungant: ad substantiam quidem que cõstent: semperq3 permaneant. Neq3 enim ex non existentibus effici quicquã potest: 7 sunt ipsa dissimilia 7 potẽtia componendi. Hec autem sunt qbus numerus cõstat par atq3 impar. Que diuina quadam potentia cum disparia sint contrariaq3: tamen ex vna genitura pfluunt: 7 in vnam compositionẽ modulationẽ que iunguntur.

C De diffinitione 7 diuisione numeri 7 diffinitione paris 7 imparis. Capi. 3.

E T primum quid sit numerus diffiniendum est. Numerus est vnitatum collectio: vel quãtitatis aceruus ex vnitatibus pfusus. Huius igitur prima diuisio est: in imparem atq3 parem. Et par qdem est: q potest in equalia duo diuidi vno medio non intercidente: impar vero quem nullus inequalia diuidit qn in medio predictus vnus intercidat. Et hec qdem huiusmodi diffinitio vulgaris est 7 nota.

C Diffinitio numeri paris 7 imparis ẽm pythagoras.

Capitulum. 4.

S Ela aũt scdm pythagoricam disciplinam talis est. Par numerus est qui sub eadem diuisione potest i maxima paruissimaq3 diuidi: maxima spacio: paruissima quãtitate: scdm duorum istorum generum contrarias passiones. Impar vero numerus est: cui hoc qdem accidere non potest: sed cuius in duas inequales sũmas naturalis est sectio. Hoc est aũt exemplar: vt si quilibet datus par numerus diuidatur: maior qdem quãtum ad diuisionis spacia pertinet: non inuenietur quam discreta medietas: quãtitate vero nulla minor sit: quam in gemina facta partitio: vt si par numerus qui ẽ. 8. diuidatur in. 4. atq3 alios. 4. nulla erit alia diuisio que maiores partes efficiat. Porro autem nulla erit alia diuisio que totum numerum minore diuidat quãtitate. In duas enim partes diuisione nihil minus est. Cum enim totum quis fuerit trina diuisione partitus: spacij qdem summa minuit: sed numerus diuisionis augetur. Quod aũt dictum est scdm duorum generum contrarias passiones huiusmodi est. Predocuimus enim quãtitatem in ifinitas pluralitates accrescere spacia vero. i. magnitudines in infinitissimas minui paruitates: atq3 ideo hic contra euenit hec nanq3 paris diuisio spacio est maxima paruissima quãtitate.

C Alia secũdum antiquiorem modum diuisio paris 7 imparis. Capitulum. 5.

S Ecũdum antiquiorem vero modum alia ẽ paris numeri definitio. Par numerus est q i duo equalia: 7 in duo i equalia partitionem recipit: sed vt in neutra diuisione vel imparitati paritas: vel paritati imparitas misceatur: preter solum paritatis principem binarium numerũ qui inequalem nõ recipit sectionem: propterea quod ex duabus vnitatibꝰ cõstat 7 ex prima duorum quodãmodo paritate. Quod aũt dico tale est. Si enim ponatur par numerus: põt in duo equalia diuidi: vt denarius diuiditur in quinos. Porro autem 7 per inequalia vt idem denarius in. 3. 7 in. 7. Sed hoc modo vt cum vna pars fuerit diuisiõis par: alia quoq3 par inueniatur: 7 si vna impar: reliqua ab eius imparitate non discrepet. vt in eodem numero qui est denarius. Cum enim diuisus est in quinos: vel cum in. 3. 7 in 7. vtreq3 in vtraq3 portione partes impares extiterunt. Si autẽ ipse vel alius numerus par diuidatur inequales: vt octonarius in. 4. 7 in. 4. 7 item per inequales vt idem octonarius in. 5. 7 in. 3. in illa qdem diuisione vtreque partes pares facte sunt: in hac vtreq3 impares extiterunt. Neq3 vnquã fieri põt: vt cum vna pars diuisiõis par fuerit: alia impar inueniri queat: aut cuius vna impar sit: alia par possit intelligi. Impar vero numerus est qui ad quãlibet illam diuisionem per inequalia semper diuidit: vt vtrasq3 species numeri semper ostendat: nec vnquam altera sine altera sit: sed vna pars paritati: imparitati alia deputatur. vt. 7. si diuidas in. 3. 7 in. 4. altera portio par: altera impar est. Et hoc idem in cũctis imparibꝰ numeris inuenitur. Neq3 vnquã in imparis diuisione preter se eẽ possunt he gemine species que naturaliter vim numeri substantiamq3 componunt.

C Diffinitio paris 7 imparis per alterutrum.

Capitulum. 6.

Q Uod si hec etiam per alterutras species definienda sunt: dicetur imparẽ numerum eẽ q vnitate differt a pari: vel incremẽto: vel diminutione. Item par numerus est q vnitate differt ab impari vel incremento vel diminutione. Si enim pari vnum dempseris vel vnum adiecceris: impar efficitur: vel si impari idem feceris: par continuo pcreatur.

C De principalitate vnitatis. Capi. 7.

O Mnis quoq3 numerus circũ se positorum 7 naturali sibimet dispositione iunctorum medietas est. Et qui super duos illos sunt q medio iunguntur si componantur: etiam ipsorũ supradictus numerus media portio est: 7 rursus illorũ qui sunt super secundo loco iunctos cum ipsi quoq3 sint compositi prior his numerus medietatis loco est: 7 hoc erit vsq3 dum occurrens vnitas terminum fecerit. Ut si ponat quis quinarium numerum alti insecus circa ipsũ sunt supra. 4. inferius sex. Hic ergo si iuncti sunt: faciunt 10. quorum. 5. numerus medietas est. Qui autem circa ipsos idest circa. 9. 7. 4. sunt. 3. scilicet 7. idem si iuncti sunt eorum quinarius numerus medietas est. Rursus istorum qui altrinsecus positi sunt si iungantur etiam hi qui quinarij numeri dupli sunt. Nam super. 3. sunt. 2. super. 7. sunt. 8. Hi ergo si iuncti sunt faciunt. 10. quorũ qnarius rursus medietas est. Hoc idem in omnibꝰ numeris euenit: vsq3 dum ad vnitatis terminum perueniri queat. Sola enim vnitas circũ se duos terminos non habet: atq3 ideo eius qui est prope se solius est medietas. Nam iuxta vnum solus est binarius naturaliter constitutus cuius vnitas media pars est. Quare constat primam esse vnitatem cunctorum qui sunt in naturali dispositione numerorum 7 eam rite totius quãuis prolixe genitricẽ pluralitatis agnosci.

C Diuisio paris numeri. Capꝉm. 8.

P Aris autem numeri species sunt. 3. Est enim vna que dicit pariter par: alia vero pariter impar. tertia impariter par. Et contraria qdem loca que optinentia summitatum videntur esse pariter par: 7 pariter impar. Medietas autem quedam que vtrorũq3 participat est numerus qui vocatur impariter par.

C De numero pariter pari eiusq3 proprietatibus.

Capitulum. 9.

p Ariter par numer⁹ est: q potest in duo paria diuidi: eiusq; pars in alia duo paria partisq; ps in alia duo paria: vt hoc totiens fiat: vsq; dum diuisio partium ad indiuisibilē naturaliter perueniat vnitatē. Ut.64. numerus habet medietatē.32. hic aūt medietatem.16. hic vero.8. hunc quoq; quaternarius in equa partit: qui binarij dupl⁹ est: sed binari⁹ vnitatis medietate diuiditur: que vnitas naturaliter singularis non recipit sectionem. Huic numero videtur accidere vt quecūq; eius fuerit pars cum nomine ipso vocabuloq; pariter par inueniatur: tum etiam quātitate. Sed ideo mihi videtur hic numer⁹ pariter par vocatus: quod eius omnes partes ⁊ nomine ⁊ quantitate pares pariter inueniantur. Quomodo aūt ⁊ nomine ⁊ quātitate pares habeat partes hic numerus post dicem⁹. Hoȝ au tem generatio talis est. Ab vno enim quoscūq; in dupli ci pportione notaueris: semp pares pariter procreantur. Preter hanc autem generationem vt nascantur aliter impossibile est. Hui⁹ autē rei tale videtur per ordinē dscriptionis exemplum. Sintq; cuncti duplices ab vno. I. 2.4.8.16.32.64.128.256.512. atq; hinc si fiat infinita pgressio: tales cunctos inuenies. factiq; sunt ab vno in dupli proportione: ⁊ omnes sunt pariter pares. Illud aūt non minima consideratione dignum est: quod ei⁹ omnis pars ab vna parte quacūq; que intra ipsum numerum ē denominatur: tantāq; summaȝ quātitatis icludit: quota pars est alter numer⁹ pariter paris illi⁹ qui eum continet quātitatis. Itaq; fit vt sibi partes ipse respondeant: vt quota pars vna est: tantam habeat altera quātitatem: et quota pars ista est: tantā in priore summā necesse sit multitudinis inueniri. Et primum fit si pares fuerint dispositiones: vt due medie partes sibi respondeant. post vero que super ipsas sunt sibi inuiceȝ conuertantur: atq; hoc ideȝ fiat donec vterq; termin⁹ extremitates incurrat. Ponatur enim pariter paris ordo ab vno vsq;.128. hoc modo.I.2.4.8.16.32.64.128. ⁊ ea sit summa maxima. In hoc igitur quoniam pares dispositiones sunt: vna medietas non potest inueniri. Sunt igitur due: idest.8.⁊.16. que considerande sunt quemadmodum ipse sibi responde ant. Totius enim summe idest.128. octaua pars est.16. sextadecima.8. Rursus super has partes que sunt: ipse sibi inuicem respondebunt: idest.32.⁊.4. Nam.32. quarta ps est totius summe.4. vero trigesimasecunda. Rursus super has partes.64. secunda pars est.2. vero seragesimaquarta. Donec extremitates limitem faciant: quas dubium non est eadem responsione gaudere. Est eni ois summa semel.128. vnus vero centesim⁹ vigesimus octauus. Si autem impares terminos ponamus idest summas: idem enim terminos quod summas nomino: secundum imparis naturam potest vna medietas ineniri: atq; vna sibi ipsa est responsura. Si enim ponatur hic ordo. I.2.4.8.16.32.64. vna erit sola medietas idest.8. Qui.8. summe totius pars est octaua ⁊ sibiipsi ad denominationem quantitatemq; conuertitur. Eodemq; modo sicut superius circa ipsum qui sunt termini: donant sibi mutua nomina scdm proprias quantitates vocabulumq; permutant. Nam.4. sextadecima pars est toti⁹ summe. 16. vero quarta. Et rursus super hos terminos.32. secūda pars est toti⁹ summe.2. vero trigesima secūda: ⁊ semel tota summa.64. sunt: sexagesimaquarta vero vnitas inuenitur. Hoc igitur est quod dictum est: omnes ei⁹ partes ⁊ nomine ⁊ quantitate pariter pares iueniri. Hoc quoq; multa consideratione: multaq; constantia diuinitatē perfectum est: vt ordinatim disposite minores summe i hoc numero ⁊ sup seipsas coaceruate: sequenti min⁹ vno semper equentur. Si enim vnum iungas his qui sequunt duob⁹: fiunt.3. idest qui vno min⁹ quaternario cadunt. Et si superiorib⁹ addas.4. sunt.7. qui ab octonario sequente sola vnitate vincutur. Sed si eosdem.8. supradictis adiunxeris.15. fient. qui par.16. numeri existeret quantitati: nisi minor vnitas impediret. Hoc autem prima etiam numeri progenies seruat atq; custodit. Namq; vnitas que prima est: duob⁹ subsequentib⁹ sola est vnitate cōtractior: vnde nihil mirum est: totum summe crementuȝ pprio consentire principio. Hec autem nobis considera tio maxime proderit in his numeris cognoscēdis quos superfluos vel imminutos perfectosq; monstrabim⁹. Illic enim coaceruata quantitas partium numeri toti⁹ termino comparatur. Illud quoq; nulla possum⁹ obliuione transmittere: quod in hoc numero respondentibus sibi inuicem partib⁹ multiplicatis: maior extremitas eiusdem numeri summaq; conficitur. Et primuȝ si pares fuerint dispositiones medij multiplicantur: atq; idem qui super ipsos sunt: vsq; ad supradictas extremitates. Si enim fuerint pares dispositiones: secūdum naturam paris duos in medio terminos continebūt: vt in ea dispositione numerorum in qua extrem⁹ termin⁹.128. finitur. In hoc eniȝ numero medietates sunt.8. scȝ ⁊.16. que in se multiplicate: maioris summā crescente pluralitate conficient. Octies enim.16. vel sedecies.8. si multiplices.128. summa concrescit. Atq; hi numeri qui sup eosdē sunt si multiplicentur idem faciunt. Nam.4.⁊.32. in se si multiplices: supradictam faciunt extremitatem.4. eni trigies ⁊ bis: vel quater.32. ducti.128. imutabili necessitate complebunt. Atq; hoc vsq; ad extremos terminos cadit: idest.I.⁊.128. Semel enim extremus termin⁹.128. est. Centies vigies atq; octies vnitate multiplicata: nihil de priore quātitate mutabitur. Si autem impares fuerit dispositiones: vn⁹ medius termin⁹ inuenitur: atq; ipse sibi ppria multiplicatione respondet. In eo nāq; ordie numerorum: vbi extremus termin⁹.64. pluralitate concluditur: sola inuenitur vna medietas: idest.8. Quam si octies idest in semetipsaȝ multiplices.64. explicabit. At q; idem reddunt illi qui super hanc medietatem sunt vt dudum hi qui super duas positi faciebant. Nam quater.16.64. sunt: ⁊ sedecies.4. idem complent. Rursus bis.32. facti a.64. non discedunt: ⁊ trigies bis duo: eosdem cumulant: ⁊ semel.64. vel vnitas seragies quater multiplicata: eundem numerum sine vlla varietate restituent.

De numero pariter impari eiusque proprietatibus. Caplm. 10.

p Ariter autem impar numer⁹ est qui ⁊ ipse quidem paritatis naturam substantiam que sorti tus est: sed in contraria diuisione: nature numeri pariter paris opponitur. Docebitur nāq; q̄ longe hic dissimili ratione diuidatur. Nam quoniam par est in partes equales recipit sectionem partes vero eius mox indiuisibiles atq; insecabiles permanebunt vt sunt.6.10.14.18.22.⁊ his similes. Mox enim hos numeros si in gemina fueris diuisione partitus: incurris in imparem quem secare non possis. Accidit autem his quod omnes partes contrarie denominatas habent: q̄ sunt quantitates ipsarum partium que denominantur. Neq; vnquā fieri potest: vt quelibet pars hui⁹ numeri eiusdem generis denominationem quantitatem que suscipiat. Semper enim si denominatio fuerit par: quantitas partis erit impar: ⁊ si fuerit denominatio impar: quātitas erit par: vt in.18. secunda eius pars est: idest media quod paritatis nomen est.9. que impar est quantitas. Tertia vero que impar est denominatio: sex: cui par pluralitas est. Rursus si conuertas sexta pars que par ē denominatio: tres sunt: sed ternarius impar est. Et nona pars quod impar est vocabulum.2. qui par numerus ē. Atq; idem in alijs cunctis qui sunt pariter impares inuenitur. Neq; vnquā fieri potest: vt cuiuslibet partis sit eiusdem generis nomen ⁊ numerus. Fit autem horū procreatio numerorum: si ab vno disponantur quicūq; duobus differunt: idest omnib⁹ imparib⁹ naturali sequentia atq; ordine constitutis. Nāq; hi si per binarium nume-

rum multiplicentur omnes pariter impares: rite plurali tas dimensa efficiet. Ponatur enī prima vnitas. 1. ⁊ post hunc qui ab hoc duobus differt: idest tres: ⁊ post hunc q rursus a superiore duobꝰ idest. 5. ⁊ hoc in infinitum: ⁊ sit huiusmodi disposi. io. 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. Hi er go naturaliter sequentes impares sunt: quos nullus in medio par numerus distinguit. hos si per binarium nu merum multiplices: efficies hoc modo. bis vnum idest. qui diuiditur quidem: sed eiꝰ partes indiuisibiles reperi untur propter insecabilis vnitatis naturā. Bis. 3. bis. 5. bis. 7. bis. 9. bis. 11. ⁊ deinceps ex quibꝰ nascuntur hi. 2. 6. 10. 14. 18. 22. Quos si diuidas: vnā recipiunt sectio nem: ceteram repudiantes: quod secunda diuisio ab impa ris medietate partis excluditur. His autem numerꝰ ad se inuicē quaternarij sola distantia est. Nāq; inter duo ⁊ sex numeros. 4. sunt. Rursus inter. 6. ⁊. 10. ⁊ inter. 10. ⁊. 14. ⁊ inter. 14. ⁊. 18. idem quaternarius differentiam fa cit. Hi nāq; omnes quaternaria sese numerositate tran scendunt. Quod idcirco contingit: quoniam primi q po siti sunt idest eorum fundamenta: binario se numero pre cedebant: quos quoniam per binarium multiplicauimꝰ: in quaternarium numerum creuit illa progressio. Duo enim per bis multiplicati: quaternarij faciunt summā. Igitur in naturalis numeri dispositione: pariter impa res numeri quinto loco a se distant: solis. 4. se precedunt. 3. in medio transeuntes per binarium numerum multi plicatis imparibus procreati. Contrarie vero eē dicun tur he species numerorum: idest pariter par: ⁊ pariter im par. quod in numero pariter impari sola diuisionem reci pit maior extremitas: in illo vero solus minor terminus sectione solutus est. ⁊ quod in forma pariter paris nume ri: ab extremitatibus incipienti: ⁊ vsq; ad media progre dienti quod continetur sub extremis terminis idem est il li quod continetur sub intra se positis summulis. Atq; hoc idem vsq; ad duas medietates fuerit ventum in di spositionibus scilicet paribus. Si autem fuerint impa res dispositiones quod ab vna medietate conficitur hoc idē sub altrinsecus positis partibꝰ procreatur. Atq; hoc vsq; dum ad extremitates processio fiat. In ea enī dispo sitione que est. 2. 4. 8. 16. idē reddunt. 2. per. 16. multipli cati: quod. 4. per octonarium numerum ducti. Utroque enim modo. 32. fient. Quod si impar sit ordo vt est. 2. 4. 8. idē facient extremi quod medietas. Bis enim. 8. sunt 16. quatuor quater sunt. 16. qui numerus a quaternario ī se ducto perficitur. In numero vero pariter impari si fue rit vnus in medio terminus: circū se positorum termino rum si in vnum redigantur medietas est. Et idem eorū quoq; q super hos sunt terminos medietas est. Atq; hoc vsq; ad extremos omnium terminorum vt in eo ordine qui est pariter imparium numerorum. 2. 6. 10. iunctꝰ bi narius cum denario. 12. explet. cuius senarius medietas inuenitur. Si vero fuerint due medietates iuncte: ipse vtreq; equales erunt super se terminis constitutis. vt ē in hoc ordine. 2. 6. 10. 14. Juncti enim. 2. ⁊. 14. in. 16. cre scunt: quos senarius cum denario copulatus efficiet. At q; hoc in numerosioribus terminis initio sumpto a medi is euenit vsq; dum ad extrema veniatur.

¶ De numero impariter pari eiusq; proprietatibus. Caplm. II.

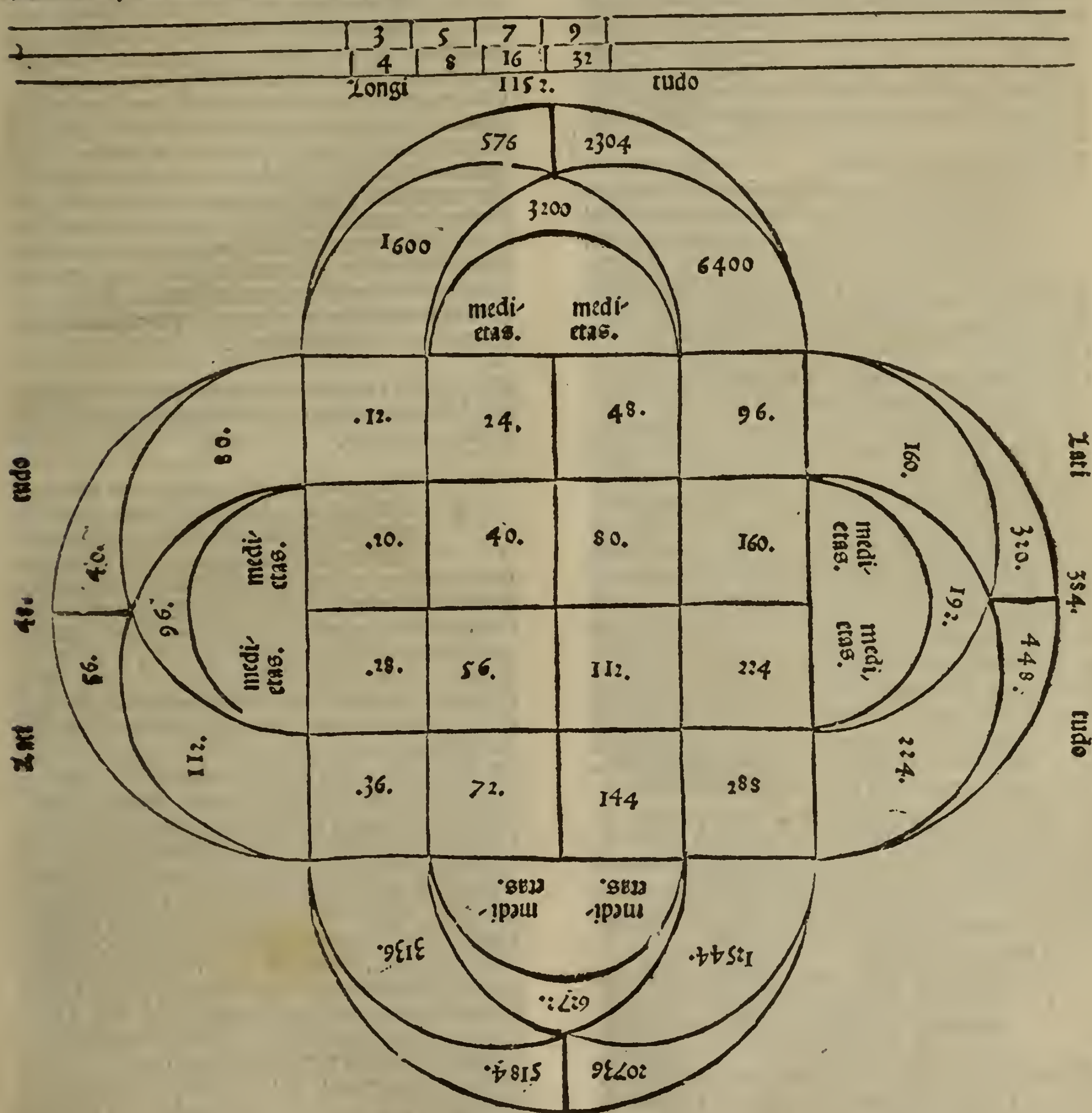
Impariter par numerus est ex vtrisq; confectꝰ ⁊ medietatis loco gemina extremitate conclu ditur: vt qua ab vtroq; discrepet: eadem ad al terutrum cognatione iungatur. Hic autem ta lis est qui diuidit in equas partes: cuiusq; pars in alias equas diuidi potest: ⁊ etiam aliquando partes partiū di uiduntur: sed non vt vsq; ad vnitatē pregrediatur equa bilis illa distinctio: vt sunt. 24. ⁊. 28. Hi enim possunt in medietates diuidi: ⁊ eorum rursus partes in alias me dietates sine aliqua dubitatione soluuntur. Sunt etiam quidam alij numeri quorum partes alias recipiunt diui siones sed ipsa diuisio ad vnitatem vsq; non peruenit. Igitur in eo quod plus q̄ vnam suscipit sectionem: ha bet similitudinem pariter paris: sed a pariter impari se gregatur. In eo vero quod vsq; ad vnum sectio illa non ducitur: pariter imparem non refutat: sed a pariter pari distungitur. Contingit autem huic numero ⁊ vtraque ha bere que superiores non habent: ⁊ vtraq; que illi recipi unt optinere. Et habet quidem quod vtriq; non habent quod cum in vno solus maior terminus diuideretur: in alio vero solus minor terminus non diuideretur: in hoc neq; solus maior terminꝰ diuisionem recipit: neq; minor solus terminus a diuisione se iungitur. Nā ⁊ partes sol uuntur ⁊ vsq; ad vnitatem sectio illa non peruenit. sā an te vnitatem inuenitur terminus quem secare nō possis. Optinet autem que illi quoq; recipiunt: quod quedam partes eius respondent: denominanturq; secūdum genꝰ suum ad propriam quantitatem: ad similitudinem scilȝ pariter paris numeri. Alie vero partes contrariam deno minationem sumunt proprie quantitatis ad pariter im paris scilȝ formam. In. 24. enim numero par est, quanti tas partis a pari numero denominata. Nam quarta. 6. secunda vero. 12. sextā vero. 4. duodecima. 2. que vocabu la partium a quantitatis paritate non discrepant. Cōtra rie vero denominantur cum tertia pars octo: octaua vero. 3. vigesima autem quarta. 1. que denominationes cū pa res sint inueniuntur impares quantitates. ⁊ cum sint pa res summe: sunt impares denominationes. Nascuntur autem tales numeri ita vt substantiam naturamq; suam in ipsa etiā propria generatione designent: ex pariter pa ribus ⁊ pariter imparibus procreati. Pariter enim im pares cuncti dudum ordinatim positis imparibꝰ nasce bantur. pariter vero pares ex duplici progressione. Di sponantur igitur omnes in ordinem naturaliter impa res ⁊ sub bis a quattuor incboantes omnes duplices et sint hoc modo.

	3	5	7	9	11	13	
	4	8	16	32	64	128	

His igitur ita positis si primus primi multiplicatione concrescat: idest si quaternarij ternarius: vel si idem pri mus secundi: idest octonarij ternarius vel si idem primꝰ tertij idest. 16. ternarius ⁊ idem vsq; ad vltimum. vel si secundus primi ⁊ secundi: vel si secundus tertij ⁊ eadem vsq; ad extremum multiplicatio proferatur. vel si tertius a primo incboans vsq; in extremum transeat. Atq; ita quartus ⁊ omnes in ordinem superiores multiplicent eos qui subipsis in dispositiōe sunt omnes impariter pa res procreabunt. Huius autem rei tale sumamus exem plum: si tres quater multiplices. 12. fient: vel si. 5. quatu or multiplicent. 20. numerus excrescet: vel si itē. 7. mul tiplicent. 4. 28. succrescet: atq; hoc vsq; in finē. Rursus si. 8. multiplicent. 3. nascentur. 24. Si. 8. in. 5. fiunt. 40. si. 8. in. 7. colligentur. 56. Atq; ad hunc modū si omnes inferiores duplices: a superioribus multiplicentur: vel si superiores eosdem inferiores multiplicent: cunctos qui nati fuerint impariter pares inuenies. Atq; hec est admi rabilis huius numeri forma: quod cum fuerit ipsa dispo sitio descriptioq; perspecta numerorū: ad latitudinē pa riter imparium: ad longitudinem pariter parium nume rorum proprietas inuenitur. Sunt enim duabꝰ medie tatibꝰ equales due extremitates: vel vna medietate due duplices extremitates. In longitudinem vero pariter pa ris numeri rem proprietatemq; designat. Quod enī sb duabus medietatibus continetur: equale est ei quod sub extremis conficitur: vel quod ab vna medietate nascitur: equale est illi quod sub vtrisq; extremitatibus continet. Descriptio autem que supposita est: hoc modo facta est. Quantoscūq; in ordine pariter parium numerorū ter narius numerus multiplicauit: quicūq; ex eo procreati

sunt: primo sunt versu dispositi. Rursus qui eosdem multiplicante quinario nati sunt: secundo loco constituti sunt. Post vero quos septenarius ceteros multiplicando procreauit: eosdem tertio conscripsimus loco: atque idem reliqua descriptionis parte perfecimus.

In hac formula sequenti similitudo pariter paris et pariter imparis ad imapriter parem ostenditur.



Descriptionis ad impariter paris in latitudine: in longitudine ad pariter paris naturam pertinentis expositio. Capitulum. 12.

Uperius igitur digeste descriptionis hec ratio est. Si ad latitudinem respicias: vbi est duorum terminorum vna medietas: ipsosque terminos iungas: duplos eos medietate propria repies vt .36. et .20. faciunt .56. quorum medietas est .28. qui medius est inter eos terminus constitutus. Et rursus .28. et .12. si iungas faciunt .40. quorum .20. medietas medius eorum terminus inuenitur. At vero vbi duas medietates habent: vtreque extremitates iuncte: vtrisque medietatibus equales fiunt vt .12. et .36. cum iunxeris fiunt .48. horum si medietates sibimet applicaueris: idest .20. et .28. idem erit. atque in alia parte latitudinis eodem ordine qui fiant numeri notati sunt. Neque vlla interratio vtriusque latitudinis discrepabit: idemque in eodem ordine in ceteris numeris pernotabis: et hoc secundum formam pariter imparis numeri fit in quo hanc proprietatem esse supra iam scriptum est. Rursum si ad longitudinem respicias vbi duo termini vnam medietatem habent quod fit ex multiplicatis extremitatibus: hoc fit si medius terminus sue capiat pluralitatis augmenta. Nam duodecies .48. faciunt .576. Medius vero eorum terminus .idest 24. si multiplicetur: eosdem rursus .576. procreabit. Et rursus si .24. in .96. multiplicentur faciunt .2304. Quorum medius terminus idest .48. si in semetipsum ducatur: idem .2304. procreantur. Ubi autem termini duo duas medietates includunt: quod fit multiplicatis extremitatibus: hoc idem redditur in alterutram summam medietatibus ductis. Duodecies .n.96. multiplicatis .1152. procreantur: due vero eorum medietates idest .24. et .48. si in semetipsas multiplicentur: eosdem .1152. restituent. Atque hoc est ad imitationem cognationemque numeri pariter paris: a quo participatione tracta hec ei recognoscitur ingenerata proprietas. Et in alio vero latere longitudinis: eadem ratio descriptioque notata est. Quare manifestum est hunc numerum ex prioribus duobus esse procreatum: quoniam eorum retinet proprietates.

De numero impari eiusque diuisione. Ca. 13.

i Mpar quoqꝫ numerus est: qui a paris numeri natura substantiaqꝫ disiunctꝰ est. Siquidez illę i gemina mẽbra ęqua diuidi potest: hic ne secari queat vnitatis impedit interuentus. Tres habet similiter sub diuisiones. quarꝫ vna eiꝰ pars ē is numerus qui vocatur primꝰ ⁊ incompositus. Secũda vero q est secũdus ⁊ compositꝰ. Et tertia is qui quadam horum medietate coniunctꝰ est: ⁊ ab vtriusqꝫ cognatione aliqd naturaliter trahit qui est per se qdem secundus ⁊ cõpositus: sed ad alios comparatus primꝰ ⁊ incompositus inuenitur.

¶ De primo ⁊ incomposito. Cap. 14.

t Primꝰ qdem ⁊ incompositus est q nullã aliam partem habet nisi eam quę a tota numeri quãtitate denominata sit. vt ipsa ps nõ sit nisi vnitas vt sunt. 3.5.7.11.13.17.19.23.29.31. In his ergo singulis nulla vnqꝫ alia pars inuenietur: nisi quę ab ipsis denominata est: ⁊ ipsa tantuꝫ vnitas vt supra iam dictum est. In tribus enim vna pars sola ē. idest tertia: que a tribꝰ scꝫ denominata est: ⁊ ipsa tertia ps vnitas. Eodemqꝫ modo quinarij sola qnta ps est: ⁊ hęc vnitas: atqꝫ idem in singulis consequens reperietur. Dicit autem primꝰ ⁊ incompositus quod nullus eum alter numerus metiatur: preter solam quę cũctis mater ē vnitatē. Nãqꝫ ternariũ. 2. non numerant: idcirco qm̃ si solos duos contra tres compares pauciores sunt. Sin vero binarium bis facias: ampliorem tribꝰ concrescit in. 3. Metit aũt numerus numerum: quotiens vt semel vel bis vel tertio vel quotienslibet numerus ad numerũ comparatus neqꝫ diminuta summa neqꝫ aucta ad comparati numeri terminum vsqꝫ peruenit: vt duo si ad. 6. compares: binarius numerꝰ senarium tertio metietur: primos ergo ⁊ incompositos nullus numerus metietur: preter vnitatem solam. qm̃ ex nullis alijs numeris compositi sunt sed tm̃ ex vnitatibꝰ in semetipsis acutis multiplicatisqꝫ procreãtur. Ter enim vnꝰ. 3. ⁊ quinges vnus quinqꝫ. ⁊ septies vnꝰ. 7. fecerunt. Et alij qdem quos supra descripsimꝰ eodem modo nascuntur. Hi aũt in semetipsos multiplicati faciunt alios numeros velut primi: eosqꝫ primam rerum substantiam vimqꝫ sortitos: cũctorum a se procreatorum velut quedã elementa reperies. qꝛ scꝫ ⁊ incompositi sunt: ⁊ simplici generatione formati: atqꝫ in eos omnes qcũqꝫ ex his ꝓlati sunt numeri resoluunt: ipsi vero neqꝫ ex alijs producũtur: neqꝫ in alia reducuntur.

¶ De secundo ⁊ composito. Capl'm. 15.

s Ecũdus vero ⁊ compositus ⁊ ipse qdem ipar est ꝓpterea quod eadem imparis proprietate formatꝰ est: sed nullam in se retinet substantiaꝫ principalē compositusqꝫ est ex alijs numeris. habetqꝫ partes: ⁊ a seipso ⁊ ab alieno vocabulo denominatas. sed a seipso denominatã partem solã semper i his inuenies vnitatem. ab alieno vero vocabulo vel vnam: vel quotlibet alias: quãti fuerint scꝫ numeri qbꝰ ille cõpositis procreatur. vt sunt hi. 9.15.21.25.27.33.39. Horum ergo singuli habent qdem a se denominatas partes proprias scꝫ vnitates. vt. 9. nonam idest. 1. 15. qtãdecimaꝫ: eandem rursus vnitatem. ⁊ in cęteris quos supra descripsimus idē conuenit. Habent etiaꝫ ab alieno vocabulo ptem. vt. 9. tertiam. idest ternariũ. ⁊. 15. tertiã idē. 5. ⁊ quintam: idest. 3. 21. vero tertiaꝫ: idest. 7. septimam. 3. ⁊ in omnibꝰ alijs eadem consequentia est. Secundus autem vocatur hic numerꝰ: qm̃ non sola vnitate metitur sed etiã alio numero a quo scꝫ coniunctus est. Neqꝫ habꝫ in se quicquã principalis intelligentię. Nam ex alijs numeris procreatur. 9. quidem ex tribus. 15. vero ex tribꝰ. ⁊. 5. ⁊. 21. ex tribus ⁊. 7. ⁊ ceteri eodem modo. Compositꝰ autẽ dicitur eo quod resolui potest in eosdem ipsos a qbus dicitur esse compositus: in eos scilicet qui compositũ numerum metiuntur. Nihil aũt quod dissolui pōt incõpositum est: sed oı̄ rerũ necessitate compositum.

¶ De eo qui per se secũdus ⁊ compositus ad alium primus ⁊ incõpositus est. Capl'm. 16.

h Is vero contra se positis: idest primo ⁊ incomposito: ⁊ secundo ⁊ composito ⁊ naturali diuersitate disiunctis: aliꝰ in medio cõsideratur. qui ipse quidem compositus sit ⁊ secũdus: ⁊ alteriꝰ recipiens mẽtionẽ: atqꝫ ideo ⁊ partis alieni vocabuli capax: sed cum fuerit ad alium eiusdẽ generis numerũ comparatus: nulla cum eo cõmuni mensura coniungitur: nec habebunt partes equiuocas vt sunt. 9. ad. 25. nulla hos cõmunis numerorum mensura metitur: nisi forte vnitas quę omniuꝫ numerorũ mensura cõmunis est. Et hi quidem non habent ęquiuocas partes. Nam quę in. 9. tertia est: in. 25. non est: ⁊ quę in. 25. quinta est: in nouenario non est. Ergo hi per naturam vtriqꝫ secundi ⁊ compositi sunt: comparati vero ad seinuicem primi incõpositiqꝫ redduntur: quod vtrosqꝫ nulla alia mensura metitur nisi vnitas quę ab vtrisqꝫ denominata est. Nam in nouenario nona est: in. 25. vigesimaquinta.

¶ De primi ⁊ incõpositi: ⁊ secundi ⁊ cõpositi: ⁊ ad se quidem secundi ⁊ compositi ad alterutrum vero primi ⁊ incõpositi procreatione. Cap. 17.

g Eneratio autē ipsorum atqꝫ ortus huiusmodi inuestigatione colligitur. quam scilicet Eratostenes cribrum nominabat: quod cũctis imparibꝰ in medio collocatis per eam quaꝫ tradituri sumus artem: qui primi: qui ve secũdi: qui que tertij generis videantur esse distinguitur. Disponantur enim a ternario numero cuncti in ordinez impares: in quãlibꝫ longissimaꝫ porrectionem. 3.5.7.9.11.13.15.17.19.21.23.25.27.29.31.33.35.37.39.41.43.45.47.49. His igitur ita dispositis considerandum: primꝰ numerꝰ queꝫ eorum qui sunt in ordine positi primuꝫ metiri possit. Sꝫ duobꝰ preteritis illum qui post eos est positus mox metitur. Et si post eundem ipsuꝫ quem mensus est: alij duo transmissi sunt: illuꝫ qui post duos est rursus metitur. Et in eodem modo si duos quis reliquerit: post eos qui est a primo numero metiendus est. Eodẽqꝫ modo relictis semper duobꝰ a primo in infinitum pergentes metientur Sed id non vulgo neqꝫ confuse. Nam primus numerꝰ illum qui est post duos secundũ se locatos per suã quãtitatem metitur. Ternarius enim numerꝰ tertio. 9. metit. Si autem post nouenarium duos reliquero: qui mihi post illos incurrerit: a primo metiendus est per secundi imparis quantitatem: idest per quinarium. Naꝫ si post. 9. duos relinquam idest. 11. ⁊. 13. ternariꝰ numerus. 15. metietur per secundi numeri quãtitatem: idest per quinarij quoniã ternarius. 15. quĩquies metitur. Rursus si a quindenario inchoans duos intermisero: qui posterior positus est: eius primus numerus mensura est per tertij imparis pluralitatem. Nam si post. 15. intermisero. 17. ⁊. 19. incurrit. 21. queꝫ ternarius numerus secũdum septenariũ metitur. 21. eni numeri ternarius septima ps est. Atqꝫ hoc in infinitũ faciens: reperio primuꝫ numerũ si binos intermisero omnes sequentes post se metiri secũdum quãtitateꝫ positorum ordine imparium numerorũ. Si vero quinarius numerus qui. in secundo loco est cõstitutus: velit quis cuius prima ac deinceps sit mensura inuenire: transmissis. 4. imparibus quintus ei queꝫ metiri possit occurrit. Intermittantur eniꝫ. 4. impares idest 7. ⁊. 9. ⁊. 11. ⁊. 13. post hos est quintus decimus: queꝫ quinarius metitur: secundum primi scꝫ quantitatem: idest ternarij. quinqꝫ em. 15. tertio metitur. Ac deinceps si qttuor intermittat eum qui post illos locatus est: secũdus idest quinarius sui quantitate metitur. Nam post quindecim intermissis. 17. ⁊. 19. ⁊. 21. ⁊. 23. post eos. 25. reperio: quos quinarius scilicet numerus sua pluralitate metitur. Quinquies enim quinario multiplicato. 25.

succrescunt. Si vero post hunc quilibet. 4. intermittat: eadem ordinis seruata constantia: qui eos seqtur secūduꝫ tertij. i. septenarij numeri summam a qnario metietur. Atqꝫ hec est infinita ꝓcessio. Si vero tertius numerus quē metiri possit exquiritur: sex in medio relinquentur: ⁊ quem septimum ordo monstrauerit: hic per primi numeri. i. ternarij quātitatem metiendus est. Et post illum sex alijs interpositis: quem post eos numeri series dabit: ꝑ quinarium. i. per scōm tertij euꝫ mensura percurret. Si vero alios rursus sex in medio qs relinquat: ille qui sequitur per septenarium numerū ab eodem septenario metiēdus est: idest per tertij quātitatem. Atqꝫ hic vsqꝫ in extremum ratus ordo progreditur: Suscipient ergo metiēdi vicissitudinem: quemadmodum sunt in ordinem naturaliter impares constituti. Metientur aūt si per pares numeros a binario inchoantes positos inter se impares rata intermissione transiliant: vt primus duos: secundus 4. tertius. 6. quartus. 8. qntus. 10. Vel si locos suos conduplicent ⁊ scōm duplicationem terminos intermittant vt ternarius q primus est numerus ⁊ vnus. (Bis enim primꝰ vnus est) bis locum suū multiplicet: faciatqꝫ bis vnum. Qui cū duo sint: primꝰ duos medios transeat. Rursus secundus idest qnarius: si locum suuꝫ duplicet 4. explicabit: hic quoqꝫ. 4. intermittat. Item si septenariꝰ qui tertius est locum suū duplicet: sex creabit. Bis enim 3. senariū iungunt. hic ergo in ordinem sex relinqt. Quartus quoqꝫ si locum suum duplicet. 8. succrescent. ille quoqꝫ. 8. transiliat. atqꝫ hoc qdem in ceteris perspiciendum. Modum aūt mensionis scōm ordinem collocatorū ipsa series dabit. Nam primus primū quem numerat: secūdum primū numerat: idest secūdum se. ⁊ secūdum primꝰ quem numerat: per scōm numerat. ⁊ tertium per tertium ⁊ quartū item per quartum. Cum aūt secūdus mensionē susceperit primū quem numerat scōm primum metitur. scōm vero quem numerat per se. idest per scōm ⁊ tertium per tertium. ⁊ in ceteris eadem similitudine mensura constabit. Alios ergo si respicias: vel q alios mensi sunt: vel qui ipsi ab alijs metiunt: inuenies omnium simul cōmunem mensuram esse non posse. neqꝫ vt omnes quēquam alium simul numerent. quosdam autem ex his ab alio posse metiri ita vt ab vno tantum numerent. alios vero vt etiā a pluribꝰ. quosdam autem vt preter vnitatem eorū nulla mensura sit. Qui ergo nullam mensuraꝫ preter vnitatem recipiunt: hos primos ⁊ incōpositos iudicamus. q vero aliquam mensuram preter vnitatem vel alienigene partis vocabulum sortiūtur: eos pronūciemus secūdos atqꝫ compositos. Tertium vero illud genus per se secundi ⁊ cōpositi: primi vero ⁊ incōpositi ad alterutrum cōparari: hac inqsitor ratione reperiet. Si eniꝫ quoslibꝫ illos numeros secūdum suaꝫ in semetipsos multiplices quātitatem: q ꝓcreantur ad alterutrū comparati: nulla mensure cōmunione iunguntur. Tres enim ⁊. 5. si multiplices: tres tertio. 9. faciunt: ⁊ qnquies. 5. reddent. 25. His igit̄ nulla est cognatio cōmunis mensure. Rursus. 5. 7. quos procreant si compares: hi quoqꝫ incōmensurabiles erūt. Quinques enim quinqꝫ vt dictum est. 25. septies. 7. faciunt. 49. Quorum mensura nulla cōmunis est: nisi forte omnium horum ꝓcreatrix ⁊ mater vnitas.

De inuentione eorum numerorum qui ad se secundi ⁊ compositi sunt: ad alios vero relati primi ⁊ incompositi. Capl'm. 18.

q

Qua vero ratione tales numeros inuenire possimus: si quis nobis eosdem proponat ⁊ impet agnoscere vtrum aliqua mensura cōmensurabiles sint: an certe sola vnitas vtrosqꝫ metiatur: reperiendi ars talis est. Datis enim duobus numeris inequalibꝰ: auferre de maiore minoreꝫ oportebit. ⁊ qui relictꝰ fuerit: si maior est: auferre ex eo rursus minorem: si vero minor fuerit cuꝫ ex reliquo maiore detrahere. Atqꝫ hoc eo vsqꝫ faciendū: quoad vnitas vltima vicē retractionis impediat: aut aliqs numerus impar necessario si vtriqꝫ numeri impares ꝓponantur. Sed eum q relinqtur numerū sibi ipsi videbis equalem. Ergo si in vnum incurrat vicissim ista subtractio: primi contra se necessario numeri dicētur: ⁊ nulla alia mensura nisi sola vnitate coniūcti. Si vero ad aliquem numeruꝫ vt superius dictū est: finis diminutionis incurrerit: erit eius numerꝰ qui metiatur vtrasqꝫ summas. atqꝫ eūdem ipsum q remanserit: dicemꝰ vtrorūqꝫ cōem esse mensuram. Age enim duos numeros ꝓpositos habeamus: quos iubeamur agnoscere: an eos aliqua mensura cōmunis metiatur. Atqꝫ hi sint. 9. scꝫ. ⁊. 29. hoc igitur faciemus modo reciprocā diminutionem. Auferamꝰ de maiore minorem: hoc est: de. 29. nouenariū relinquentur. 20. Ex his ergo. 20. rursus minorem detrahamꝰ. idest. 9. ⁊ relinquent̄. 11. Ex his rursus detrabo. 9. relicti sunt. 2. Quos si detraho nouenario: relicti sunt. 7. Quod si duo rursus septenario dempserim: supersunt. 5. atqꝫ ex his alios duos: tres rursum exuberant. quos alio binario diminutos sola vnitas superstes egredit̄. Rursus si ex duobꝰ vnum auferam: in vno terminꝰ detractionis herebit: quem duorum illorum numerorū idest. 9. ⁊. 29. solum neqꝫ alium constat eē mensuram. hos ergo cōtra se primos vocabimus. Sed sint alij numeri nobis eadem conditione propositi. i. 21. ⁊. 9. vt quales hi sint inuestigentur cū sibimet fuerint inuicem comparati. Rursus aufero de maiore minoris numeri quātitatem. idest. 9. de. 21. relinquentur. 12. Ex his rursus demo. 9. supersunt. 3. Qui si ex nouenario retrahantur: senariꝰ relinquetur. Quibus item si quis ternarium demat. 3. relinquentur. de quibꝰ tres detrahi nequnt. atqꝫ hic ē sibi ipsi equalis. Nam. 3. qui detrahebantur vsqꝫ ad ternariuꝫ numerum peruenerunt. a quo quoniam equales sunt: detrahi minuiqꝫ non poterunt. Hos igitur cōmensurabiles ꝓnunciabimus ⁊ est eorum qui est reliquus ternariꝰ mensura cōmunis.

Alia partitio paris secundum perfectos impfectos ⁊ vltra quam pfectos. Capi. 19.

a

C de imparibus numeris quātuꝫ introductionis permittebat breuitas expeditum est. Rursus numerorum parium sic fit secunda diuisio. Alij enim eorum sunt supflui. alij diminuti secūdum vtrasqꝫ habitudines inequalitatis. Ois quippe inequalitas: aut in maioribus aut in minoribus considератur. Illi enim immoderata quodāmodo plenitudine: proprij corporis moduꝫ partium suarū numerositate precedūt. Illos autem veluti paupertate inopes oppressosqꝫ quadam nature sue inopia minor quam ipsi sunt ptium sūma cōponit. atqꝫ illi quidem quorum ptes vltra quā satis ē sese porrexerunt: superflui noīantur. vt sunt. 12. vel 24. Hi enim suis partibꝰ cōparati maioreꝫ ptium summaꝫ toto corpore sortiunt̄. Est enim duodenarij medietas. 6. ps tertia. 4. ps quarta. 3. ps sexta. 2. pars duodecima. 1. est. Disqꝫ hic cumulꝰ redūdat in. 16. ⁊ totꝰ corporis sui multitudineꝫ vincūt. Rursus. 24. numeri medietas est. 12. tertia. 8. quarta. 6. sexta. 4. octaua tria: duodecima. 2. vicesimaquarta vnum qui omnes triginta ⁊ sex rependunt. In qua re manifestum est quod summa partium maior est: ⁊ supra propriuꝫ corpus exundat. Atqꝫ hic quideꝫ quoniaꝫ composite partes totius summā numeri vincunt: superfluus appellatur. Diminutꝰ vero ille cuiꝰ eodeꝫ modo composite partes totiꝰ termini multitudine superantur. vt. 8. vel. 9. habet eniꝫ octonariꝰ partē mediaꝫ: idest. 4. habet ⁊ quartaꝫ idest duo. habet ⁊ octauaꝫ idest vnuꝫ que cuncte in vnum redacte. 7. colligunt: minoreꝫ scꝫ summaꝫ toto corpore concludentes. Rursus 14. habent medietateꝫ idest septenariuꝫ. habent septimā: idest. 2. habent quartādecimaꝫ idest. 1. que in vnuꝫ si collecte sint: denarij numeri sūma cōcrescit: toto scꝫ termino

minor. Atq3 hi quidem hoc modo sunt: vt prior ille que sue partes superat talis videatur: tanq3 si quis multis sup naturam manibus natus vt centimanus gigas: vel triplici coniunctus corpore: vt gerion tergeminus vel quid vnq3 monstruosum natura in partium multiplicatione surripuit. Ille vero vt si naturaliter quadam necessaria parte detracta: aut minus oculo nasceretur: vt cyclopes frontis dedecus fuit: vel quo alio curtatus membro: naturale totius sue plenitudinis dispendium sortiretur. Inter hos autem velut inter equales intemperantias medij temperamentum limitis sortitus est ille numerus qui perfect⁹ dicitur: virtutis sc3 emulator: qui nec superuacua progressione porrigitur: nec contracta rursus diminutione remittitur sed medietatis obtinens terminum suis equus partib⁹ nec crassatur abundantia: nec eget inopia: vt sex vel. 28. Namq3 senarius habet partem mediam idest. 3. et tertiam idest. 2. et sextam idest. 1. que in vnam summam si redacte sint par totum numeri corpus suis partibus inuenitur. 28. vero habet medietatem. 14. et septimam. 4. nec caret quarta idest. 7. possidet quartamdecimam. 2. et reperies in eo vicesimam octauam. 1. que in vnum redacte totum partibus corpus equabunt. 28. enim iuncte partes efficient.

¶ De generatione numeri perfecti. Capitulum. 20.

Est autem in his quoq3 magna similitudo virtutis et vitij. Perfectos enim numeros raro inuenies: eosq3 facile numerabiles: quippe qui pauci sunt: et nimis constanti ordine procreati: at vero superfluos ac diminutos longe multos infinitosq3 reperies: nec vllis ordinib⁹ passim inordinateq3 dispositos: et a nullo certo fine generatos. Sunt autem perfecti numeri intra denarium numerum. 6. intra centenarium. 28. intra millenarium numerum. 496. intra decem milia. 8128. Et semp hi numeri duobus paribus terminantur. 6. et. 8. et semp alternatim in hos numeros summarum fine perueniunt. Nam et primum sex deinde. 28. Post hos. 496. idem senarius qui primus. post que. 8128. idem octenarius qui secundus. Generatio autem procreatioq3 eorum est fixa firmaq3 nec quo alio modo fieri possint: nec vt si hoc modo fiant aliud quiddam vllo modo valeat procreari. Dispositos enim ab vno omnes pariter pares numeros in ordinem quousq3 volueris: primo secundum aggregabis: et si primus numerus incompositus ex illa coaceruatione factus sit: totam summam in illum multiplicabis quem posteri⁹ aggregaueras. Si vero coaceruatione facta primus et incopositus non inuentus fuerit sed compositus et secundus hunc transgredere atq3 alium qui sequitur aggregabis. Si vero nec dum fuerit primus et incompositus: alium rursus adiunge et vide quid fiat. Quod si primum incompositumq3 reperies: tunc in vltime multitudinem summe coaceruationem multiplicabis. Disponantur enim omnes pariter pares numeri hoc modo. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128 facies ergo ita: pones. 1. eiq3 aggregabis. 2. Tunc respicies ex hac aggregatione qui numerus factus sit: sunt. 3. qui sc3 primus et incompositus est: et post vnitatem vltimum binarium numerum aggregaueras. Si igitur ternarium idest qui ex coaceruatione collectus est per binarium multiplices qui est vltimus aggregat⁹: perfectus sine vlla dubitatione nascetur. Bis enim. 3. 6. faciunt. qui habent vnam quidem a se denominatam partem idest sextam tres vero medietatem secundum dualitatem. at vero duo secundum coaceruationem idest secundum tertiarium: quoniam coaceruati tres multiplicati sunt. Vigintiocto autem eodem modo nascuntur. Si enim super vnum et duo qui sunt tres addas sequetem pariter parem idest. 4. septenariam summam facies sed vltimum numerum quaternarium consequenter adiunxeras: per hunc igitur si illam coaceruationem multiplicaueris: perfectus numerus procreatur. Septies enim 4. 28. sunt qui est suis partibus par: habens vnum a se denominatum idest vigesimumoctauum: medietatem vero secundum binarium. 14. secundum quaternarium. 7. septimam vero secundum septenarium. 4. secundum omnium collectionem quartumdecimum duo: qui vocabulo medietatis opponitur. Ergo cum hi reperti sint: si alios inuenire secteris: eadem oportet ratione vt vestiges. Pones enim vnum licebit: et post hunc. 2. et. 4. qui in septenarium cumulantur: sed de hoc dudum extitit. 28. perfectus numerus. Huic igitur qui sequitur pariter par idest. 8. continens iungatur accessio: qui prioribus superueniens. 15. restituit. Sed hic primus et incompositus non est. Habet enim generis alterius partem super illam que est a seipsa denominata: quintamdecimam sc3 vnitatem. Hunc igitur quoniam secundus est et compositus preterito: et adiunge superioribus continentem pariter parem numerum idest. 16. Qui cum. 15. iunctus vnum ac. 30. conficiet. Sed hic primus rursus et incompositus est. Hunc igitur cum extremi aggregati summa multiplica: vt fiant sedecies. 31. qui. 496. explicant. Hec autem est intra millenarium numerus perfecta a suis partibus equa numerositas. Igitur prima vnitas virtute atq3 potentia non etiam actu vel re et ipsa perfecta est. Nam si primam ipsam sumpsero de proposito ordine numerorum: video primam atq3 incompositam: quam si per seipsam multiplico: eadem mihi vnitas procreatur. Semel enim vnum solam efficit vnitatem que partib⁹ suis equalis est potentia solum ceteris etiam actu atq3 opere perfectis. Recte igitur vnitas propria virtute perfecta est quod et prima est et incomposita: et per seipsam multiplicata se se ipsa conseruat. Sed quoniam de ea quantitate que per se fit dictum est: operis sequentiam ad illam que refertur ad aliquid transferamus.

¶ De relata ad aliquid quantitate. Capitulum. 21

Ad aliquid vero quantitatis duplex est prima diuisio. Omne enim aut equale est: aut inequale quicquid alterius comparatione metitur. Et equale quidem est: quod ad aliquid comparatum neq3 minore summa infra est: neq3 maiore transgreditur: vt denarius denario: vel ternarius ternario vel cubitum cubito: vel pes pedi: et his similia. Hec autem pars relate ad aliquid quantitatis idest equalitas naturaliter indiuisa est. Nullus enim dicere potest: quod equalitatis hoc quidem tale est illud vero huiusmodi. Omnis enim equalitas vnam seruat in propria moderatione mensuram. Illud etiam quod que ei quantitas comparatur: non alio vocabulo atq3 ipsa cui comparatur edicitur. Nam quemadmodum amicus amico amicus est: vicinusq3 vicino: ita dicitur equalis equali. Inequalis vero quantitatis gemina diuisio est. Secatur enim quod inequale est in maius atq3 minus: que contraria sibimet denominatione funguntur. Namq3 maius minore maius est: et minus maiore minus est: et vtraq3 non eisdem vocabulis quemadmodum secundum equalitatem dicitur est sed diuersis distantibusq3 signata sunt ad modum discentis sc3 vel docentis: vel cedentis vel vapulantis: vel que cumq3 ad aliquid relata aliter denominatis contrarijs comparantur.

¶ De speciebus maioris inequalitatis et minoris. Capitulum. 22.

Maioris vero inequalitatis quinq3 partes sunt. Est enim vna que vocatur multiplex: alia superparticularis: tertia superpartiens: quarta multiplex supparticularis: quinta multiplex superpartiens. His igitur quinq3 maioris partibus opposite sunt alie quinq3 partes minoris: quemadmodum ipsum maius minori semp opponitur: que minoris species ita singillatim speciebus. v. maioris his que supradicte sunt opponuntur: vt eisdem nominibus nuncupentur: sola tantum sub prepositione distantes. Dicitur enim submultiplex: subsuperparticularis: sub superpartiens: multiplex subsuperparticularis: et multiplex subsuperpartiens.

¶ De multiplici eiusqꝫ speciebus earūqꝫ generationib⁹ Capl'm. 23.

Uersus multiplex est prima pars maioris inequalitatis: cunctis alijs antiquior naturaqꝫ prestantior: vt paulopost demonstrabimus. Hic autem numerus huiusmodi est: vt comparatus cum altero: illū contra quē comparatus est habeat plus quā semel. Qđ primū in naturalis numeri dispositione cōueniet. Namqꝫ ad vnum cuncti qui sequunt: omnium ordine multiplicium sequentias varietatesqꝫ custodiunt. Ad primū eni idest vnitatē .2. duplus .3. triplus .4. quadruplus: atqꝫ ita in ordinem progredientes: omnes texuntur multiplices quātitates. Quod autem dictum est: plus q̄ semel: id a binario numero principium capit: ⁊ in infinitum p ternarium quaternariumqꝫ ⁊ ceterorū ordinem sequētiāqꝫ progreditur. Contra hunc vero discriminatus est ille qui vocatur sub multiplex: ⁊ hec quoqꝫ prima minoris quātitatis species est. Hic aūt numerus huiōi est: qui in alterius comparatione productus: plus q̄ semel maioris numerat summā: sua. s. quātitate cum eo equaliter inchoās equaliterqꝫ determinans. Idem aūt dico numerat quod metitur. Si igitur bis solum maiorem numerū minor numerus metiatur: subduplus vocabitur. si vero ter: subtriplus. si quater: subquadruplus: ⁊ sit per hec in infinitum progressio: additaqꝫ eos semper sub prepositione nominabis: vt vn⁹ duorū subduplus: trium subtriplus .4. subquadruplus appelletur ⁊ consequenter. Cum autē naturaliter multiplicitas ⁊ submultiplicitas infinita sit eorum quoqꝫ species per proprias generationes in infinita consideratione versantur. Si enim positis in naturali constitutione numeris singulos per suas consequentias pares eligas: omnium ab vno pariū atqꝫ impariuꝫ se se sequentium duplices erunt: ⁊ huius speculatiōis terminus non deficit. Ponatur enim naturalis numerus hoc modo. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18 19. 20. Horum ergo si primuꝫ sumas parem idest .2. primi duplus erit idest vnitatis. Si vero sequētem parem idest 4. secundi duplus est: idest duoruꝫ. Si vero tertium parē sumas idest .6. tertij numeri in naturali constitutione duplus est idest ternarij. Si vero quartum parem inspicias idest .8. quarti numeri idest quaternarij duplus ē. Ideqꝫ in ceteris in infinitum sumētibus sine aliquo impedimēto procedit. Triplices aūt nascuntur: si in eadem dispositione naturali duo semper intermittātur: ⁊ qui post duo sunt ad naturalem numerum comparentur excepto ternario: qui vt vnitatis triplus sit solum binarium pretermittit. Post vnū ⁊ duo .3. sunt qui triplus vnius ē. Rursus post .4. ⁊ .5. sunt .6. qui secundi numeri idest duorum triplus ē. Rursus post .6. sunt .7. ⁊ .8. ⁊ post hos .9. qui tertij numeri idest ternarij triplus est. Atqꝫ hoc idem in infinitum si quis faciat sine vlla offensione pcedit. Quadruplorum vero generatio incipit si quis tres numeros intermittat. Post vnum quippe ⁊ .2. ⁊ .3. sunt .4. qui primi idest vnius quadruplus est. Rursus si in termisero quinarium: senarium: ⁊ septenarium: octonarius mihi quartus occurrit: triplus. s. intermissis: qui binarij idest secūdi numeri quadruplus est. At vero si post octo tres terminos intermisero idest .9. ⁊ .10. ⁊ .11. duodenarius qui sequit ternarij numeri quadruplus est. Atqꝫ hoc idem in infinitū progressis necesse est euenire: semperqꝫ vna terminorum intermissione si crescat adiectio: ordinatas te multiplicis numeri vices inuenire miraberis. Si enim .4. intermittas: qncuplus inuenies: si qnqꝫ: sexcuplus. si sex septuplus semperqꝫ ipsius multiplicitatis nomine vno minus intermissionis vocabulo procreantur. Nam duplus vnū intermittit: triplus .2. quadruplus .3. qncuplus .4. Et deinceps ad eundem ordinem sequentia est. Et oēs qdē dupli sm proprias sequentias parium numerorum pares sunt. Tripli vero vnus semp par terminus impar ali⁹ inuenitur. Quadrupli vero rursus semper parem custodiunt quantitatē. Cōstituunturqꝫ a quarto numero vno ex prioribus per ordinē positis paribus intermisso: primo pari binario. post hūc .8. intermisso senario. post hūc .12. transmisso denario. Atqꝫ hoc idem in ceteris. Quincupli vero propositio sm triplicis similitudinem alternatim paribus atqꝫ imparibus positis ordinatur.

¶ De superparticulari eiusqꝫ speciebus earūqꝫ generationibus. Caplm. 24.

Superparticularis vero est numerus ad alterum cōparatus: quotiens habet in se totum minorem ⁊ partem eius aliquā. Qui si minoris habeat medietatem: vocatur sesqualter. si vero tertiam partem: vocatur sesquitertius. si vero quartam: vocatur sesquiquartus. ⁊ si qntam: vocatur sesquiqntus. Atqꝫ his nominibus i infinitum ductis: in infinitum quoqꝫ superparticulariū forma progreditur. Et maiores quidem numeri h mō vocantur: minores vero qui habentur toti ⁊ eorum aliqua pars: vnus subsesqualter: alius subsesquitertius: alius subsesquiquartus: alius vero subsesquiquintus: atqꝫ ideꝫ sm maiorum normā multitudinemqꝫ protenditur. Uoco aūt maiores numeros duces: minores comites. Superparticularium quoqꝫ infinita est multitudo: ob eam rem quod eiusdem species interminabili progressione longātur. Nam sesqualter habebit quidem duces omnes post ternarium numerum naturaliter triplices. Comites vero omnes post binarium naturaliter pares: hoc modo: vt primus primo: secundus scdo: tertius tertio comparetur: et deinceps. Describantur enim longissimi versus triplicium nālis numeri atqꝫ duplicium: ⁊ sit hoc modo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	6	9	12	13	18	21	24	27	30
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

¶ Primus igitur versus continet numerum naturalē secundus eius triplicem: tertius vero duplicem: atqꝫ in eo si ternarius binario: vel si senarius quaternario: vel nouenarius senario comparetur: vel omnes triplices superiores si duplicibus numeris consequentibus opponantur emiolia idest sesqualtera proportio nascetur. tres enim hūt intra se duo ⁊ eorū mediam partem idest .1. sex quoqꝫ cōtinent intra se .4. ⁊ eorum medietatem idest .2. ⁊ nouem intra se senarium claudunt: ⁊ eius mediam partē: idest .3. eodemqꝫ modo in ceteris. Dicendum vero si quis secundā speciem superparticularis numeri considerare desideret idest sesquitertiam: quali ratione reperiat: ac diffinitio quidem huius comparationis talis est. Sesquitertius est: q minori comparatus habet eum semel ⁊ eius tertiam ptē sed hi inueniuntur si omnibus a quaternario numero cōtinuatim quadruplis constitutis: a ternario numero triplices comparētur: eruntqꝫ duces quadrupli: comites tripli. Sit enim in ordine hoc modo numer⁹ naturalis: vt sub eo quadrupli: ⁊ sub eo tripli sint. supponatur sub primo quadruplo primus triplus sub scdo secundus: sub tertio tertius: ⁊ eodem modo cuncti eiusdē primi versus tripli in ordinem dirigatur.

1	2	3	4	5	6	7	8
4	8	12	16	20	24	28	32
3	6	9	12	15	18	21	24

¶ Igitur primum primo si compares sesquitertia ratio continebitur. Nam si .4. tribus compares: habebūt in se 4. totum ternarium ⁊ eius tertiam partem idest .1. ⁊ si secundum secundo idest octenarium senario compares: idē inuenies: habebit enim octenarius senariū totum ⁊ eius tertiā ptē idest .2. ⁊ per eandē sequētiā vsqꝫ in infinitū pgrediēdū est. Notandū q̄ est: qđ .3. comites sunt: duces .4. Rursus .6. comites: duces .8. ⁊ i eodē ordine ceteri sili mō vocant duces sesqtertij: comites subsesquitertij: ⁊ in cūctis sm hunc modū posita conuenit seruare vocabula.

¶ De quodam vtili ad cognitionem super particularibus accidente. Caplm. 25.

b Hoc aũt admirabile profundissimũq in istorum ordinibus inuenitur: quod primus dux primusq comes ad se inuicem nulla numeri intermissione copulantur. Nam primi se nullo in medio posito transeunt: secundi interponunt. i. tertij duos: quarti .3. et deinceps vna semper minore quã ipsi sunt intermissione succrescunt. Atq hoc vel in sesqualteris: vel in sesquitertijs: vel in alijs superparticularis partibus necesse est inueniri. Nã que ut quaternarius contra ternariũ comparetur: nullum intermisimus: post .3. enim mox .4. sunt. At vero .6. contra .8. in secũdo scilicet sesquitertio: vna facta est intermissio. Inter .6. enim et .8. solus est septenarius qui transmissus est numerus. Rursus ut .9. contra .12. cõparemus: qui sunt in dispositiõe tertij: duorũ mediorum est facta transmissio. Inter .9. enĩ et .12. sunt .10. et .11. secundum hunc modum quarta dispositio .3. quinta .4. intermittit.

¶ Descriptio per quã docet ceteris inequalitatis speciebus antiquiorẽ esse multiplicem. Caplm. 26.

Quoniã aũt naturaliter et secundum proprias ordinis consequentiã: multiplicem inequalitatis speciẽ cunctis preposuimus: primãq speciẽ esse monstrauimus: licet hoc nobis posterioris operis ordine clarescat: hic quoq perstringentes id quod proposuimus planissime breuiterq doceamus. Sit eni talis descriptio in qua ponatur in ordinem vsq ad denariũ numerũ cõtinui numeri ordo naturalis: et secundo versu duplus ordo teratur: tertio triplus: quarto quadruplus: et hoc vsq ad decuplũ. Sic enim cognoscemus quẽadmodum super particulari et super partienti: et cũctis alijs princeps erit species multiplicis: et quedam alia simul inspiciemus et ad subtilitatẽ tenuissima: et ad scientiã vtilissima: et ad exercitationẽ mentis iocundissima.

Tetragona. — Longitudo. — Secunda vnitas.

Prima vnitas. — Latitudo. (left side); Latitudo. — Tertia vnitas. (right side)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	01	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Secunda vnitas. — Longitudo. — Tetragona.

¶ Ratio atq expositio vigesie formule. Caplm. 27.

f Igitur duo prima latera ppositę formulę que faciunt angulum: ab vno ad .10. et .10. pcedentia respiciantur: et his subteriores ordines comparẽtur: qui .f. a .4. angulum incipientes: in vigenos terminum ponũt: duplex idest prima species multiplicitatis ostenditur: ita vt primus primum sola superet vnitate: vt duo vnum secundus secundũ binario superuadat: vt quaternarius binarium: tertius tertium tribus: vt sena-

rius ternarium: quartus quartum quaternarij numerosi tate transcedant: vt. 8. quaternarium: et per eandem cuncti sequentiam sese minoris pluralitate preterreant. Si vero tertius angulus aspiciatur: q ab. 9. inchoans longitudinem latitudinemq; tricenis altrisecus numeris extendit: et hic cum prima latitudine et longitudine comparetur: triplex speciebus multiplicitatis occurrit: ita vt ista comparatio per. x. litteram fiat. Hicq; se numeri supabūt secūdum paritatis factam naturaliter connexionem. Primus enim primum duobus superat: vt vnum. 3. secūdus secundum quaternario: vt binarium senarius. tertius tertium sex: vt ternarium nouenarius. et ad eundē ceteri modum progressionis augescunt. Quam rem nobis scilicet et ipsa naturalis obiecit integritas: nihil nobis extra machinantibus: vt in ipso modulo descriptionis apparet. Si quis autem quarti anguli terminum qui sedecim numeri quantitate notatus est: et longitudinem latitudinē q; in quadragenos determinat velit superioribus cōparare per. x. littere formam proportione collata quadrupli multitudinem pernotabit. Hisq; est ordinabilis super se progressio vt primus primum tribus superet: vt. 4. vnitatem. Secundus secūdum senario vincat: vt octo binarium. Tertius tertium nouenario transeat: vt duo denarius ternarium: et sequentes summulę triū se semper adiecta quātitate transiliant. Et si quis subteriores aspiciat angulos idē per omnes multiplicitatis species eisq; ad decuplum dispositissima ordinatione perueniet. Si quis vero in hac descriptione superparticularis species requirat tali modo reperiet. Si eni secūdum angulum notet cuius est initiū quaternarius: eiq; superiacet binarius: atq; hunc sequentem quis accomodet ordinem: sesqualtera proportio declarabitur. Nam tertius secundi versus sesqualter est: vt tres ad duo: vel sex ad quatuor: vel. 9. ad. 6. vel 12. ad. 8. Itemq; in ceteris qui sunt in eadem serie numeri: si talis coniugatio misceatur: nulla varietatis dissimilitudo surripiet. Eadem tamen summarum supergressio est in hoc quoq; quę in duplicibus fuit. Primus enim primū idest ternarius binarium vno superat: secundus vero secundum duo si tertius tertium tribus et deinceps. Si vero quartus ordo tertio comparetur: vt. 4. ad. 3. et eodē ceteros ordine consecteris: sesquitertia comparatio colligitur: vt. 4. ad. 3. vel. 8. ad. 6. et. 12. ad. 9. videsne vt in omnibus his sesquitertia comparatio conseruetur. Preterea eos qui sub ipsis sunt: si idem faciens sequentes versus alterutris comparaueris omnes sine vllo impedimēto species superparticularis agnosces. Hoc autem in hac est dispositione diuinum quod omnes angulares numeri tetragoni sunt. Tetragonus autem dicitur vt breuissime dicam quod post latius explicabitur: quem duo ęquales numeri multiplicant. vt in hac quoq; descriptione est. vnus enim semel: vnus est: et est potestate tetragonus. Itē bis duo. 4. sunt. Ter. 3. 9. quos in semetipsas multiplicationes primi ordinis perfecere. Circum ipsos vero qui sūt idest circū angulares: longilateri numeri sunt. Longilateros aūt voco quos vno se supergrediētes numeri multiplicant. Circum. 4. enim. 2. sunt et. 6. sed duo nascunt ex vno et duobus cū vnū bis multiplicaueris: sed vnitas a binario vnitate preceditur. Sex vero a duobus et tribus bis eni tres senariū reddunt. Nouenarium vero sex et. 12. claudunt. q. 12. ex tribus nascuntur et. 4. Ter enim. 4. fiunt. 12. Senarius vero ex duobus et tribus. Bis enim. 3. faciunt. 6. qui omnes vno maioribus lateribus procreati sunt. Nam cum. 6. ex binario ternarioq; nascuntur: tres binarium numerum vno superarant cunctiq; alij eiusdē modi sunt: vt primo et secundo ordine ad alterutrū multiplicatis terminis pcreentur: ita vt quod nascitur ex duobus longilateris altrisecus positis: et bis medio tetragono tetragonus sit: Et rursus quod ex duobus altrinsecus tetragonis: et vno medio longilatero bis facto nascitur: ipse quoq; tetragonus sit. et vt angulorum totius descriptionis ad angulares tetragonos positorum vnius anguli sit prima vnitas: alterius vero q contra ē tertia. Bini vero altrinsecus anguli secundas habeant vnitates: et duo angularium tetragonorum anguli ęquū faciunt quod sub ipsis continetur illi quod fit ab vno illorum qui est altrinsecus angulorum. Multa eni sunt alia quę in hac descriptione vtilia possūt admirabiliaq; perpendi quę interim propter castigarem introducendi breuitatem ignota esse permittimus. Nūc vero ad sequentia propositum conuertamus.

De tertia inęqualitatis specie quę dicitur superpartiens: deq; speciebus eius earūq; generationibus. Capi. 26.

Bitur post duas primas habitudines multiplices et superparticulares: et eas quę sub ipsis sunt sub multiplices: et sub superparticulares tertia inęqualitatis species iuenitur: quę a nobis superius superpartiens dicta ē. Hec ē aūt quę fit cum numerus ad alium comparatus: habz eum totum infra se: et eius in super aliquas ptes: vel duas: vel. 3. vel. 4. vel quot ipsa attulerit comparatio. Quę habitudo incipit a duabus ptibus tertijs. Nam si duas medietates habuerit: qui illum intra se totum coercet: duplus: p superpartiente componitur. Habebit autem vel duas tertias vel duas quītas vel duas septimas vel duas nonas. et ita progredientibus si duas solas partes minoris numeri superhabuerit: per easdem partes imparibus numeris minorē maior sūma transcendit. Nam si eum habeat totum et duas eius quartas: superparticularis necessario reperitur. Nam duę quartę medietas est: et fit sesqualtera comparatio. Si vero duas sextas: rursus est superparticularis. Duę enim sextę pars tertia est. Quod si in cōparatione ponatur sesquitertie habitudinis efficiet formam. Post hos nascuntur comites q sub superpartientes vocantur. hi autē sūt qui habentur ab alio numero et eorum vel duę: vel. 3. vel 4. vel quotlibet alię partes. Si ergo numerus alium intra se numerum habens eius duas partes habuerit: superbipartiens nominatur si vero tres suptripartiens. qd si. 4. superquadripartiens. atq; ita progredientibus in infinitum fingere nomina licet. Ordo autem eorum naturalis est: quotiens disponuntur a tribus omnes pares atq; impares numeri naturaliter ɔstituti: et sub his aptātur alij qui sunt a quinario numero incipientes omnes impares. His igitur ita dispositis: si primus primo: secundus secūdo: tertius tertio: et ceteri ceteris comparentur: superpartiens habitudo procreatur. Sit enim dispositio hoc modo.

	3	4	5	6	7	8	9	10	
	5	7	9	11	13	15	17	19	

J igitur qnarij numeri ad ternarium comparatio
s consideretur: erit supptiēs ille q vocatur supbi
ptiens. Habz enim qnarius totos in se tres et eorum duas ptes: idest. 2. Si vero ad scdm ordinē speculatio referatur supertripartiens proportio cognoscet. atq; in sequentibus per omnes dispositos numeros oēs in infinitum species huius numeri conuenientes ordinatasq; respicies. At vero quemadmodum singuli procreentur si in infinitum qs curet agnoscere: hic modus est. Habitudo enim superbipartientis: si vtrisq; terminis duplicetur: semper superbipartientis proportio procreatur. Si eni quis duplicet. 5. faciet. 10. si tres faciet. 6. qui. 10. contra senarium cōparati superbipartientem faciunt habitudinem: et hos ipsos rursus si duplicaueris: idem ordo proportionis accrescit. Idemq; si in infinitum facies: statum prioris habitudinis non mutabit. Si vero supertripartientes inuenire contendis: primos supertripartientes. idest. 7. est. 4. triplicabis et huiusmodi nascentur. Si vero qui ex his nati fuerint ternarij multiplicatione produxeris: idem rursus efficient. Quod si superquadripartientes quēadmodum in infinitū progrediantur optes

addiscere: primas eorum radices in quadruplum multiplices licet: idest .9.⁊.5.⁊ eos qui illa multiplicatione proferentur: rursum in quadruplum: ⁊ eandem fieri proportionem in offensa nimirum ratione reperies. Et cetere species vna semper plus multiplicatione crescentibꝰ radicibus oriuntur. Radices autem proportionum voco numeros in superiore dispositione descriptos. quasi quibꝰ omnis summa supradicte comparationis innititur. In hoc quoq3 videndum est: quoniam cum due partes minore plus in maioribꝰ sunt: tertij semper vocabulum subaudit. Ut superbipartiens qui dicitur quoniam duas minoris numeri tertias partes habet: dicatur superbipartiens tertias. Et cum dico supertripartiens: subaudiri necesse sit supertripartiens quartas: quoniam tribꝰ super quartis exuberat. Et superquadripartienti subauditur superquadripartiens quintas. ⁊ ad eundem modum in ceteris vno semper adiecto superhabitas partes subauditio facienda ē. vt eorum germana conuenientiaq3 bis nomina hec sint. vt q dicitur superbipartiens: idem dicatur superbitertiꝰ. Qui dicitur supertripartiens is sit supertriquartꝰ. ⁊ qui dicitur superquadripartiens: idem dicatur superquadriquintus. eademq3 similitudine vsq3 in infinitum nomina producantur.

De multiplici superparticulari. Ca. 29.

i
Gitur relate ad aliquid quātitatis simplices ⁊ prime species he sunt. Due vero alie ex his velut ex aliqbꝰ principijs cōponuntur vt multiplices superparticulares: ⁊ multiplices superpartiens. horūq3 comites submultiplices superparticulares: ⁊ submultiplices superpartientes. Nanq3 in his vt in predictis proportionibꝰ: minores numeri ⁊ eorum quoq3 species omnes addita sunt prepositione dicuntur sub. Quorum diffinitio talis reddi potest. Multiplex superparticularis est: quotiens numerꝰ ad numerum comparatus: habet eum plusq3 semel ⁊ eiꝰ vnam partem. hoc ē habet eum aut duplum aut triplum: aut quadruplum: aut quotienslibet: ⁊ eiꝰ quālibet aliquam partem: vel mediā: vel tertiam: vel quartam vel quecunq3 alia partium exuberatione contigerit. Hic ergo ⁊ multiplici ⁊ superparticulari consistit. Quod enim comparatum numerum plusq3 semel habet multiplicis est. Hoc vero quod minorem in habenda parte transcendit: supparticularis. Itaq3 ex vtroq3 nomine facto vocabulo est. speciesq3 illiꝰ ad illarū scilicet fiunt imaginem proportionum: ex quibꝰ ipse numerus originē trahit. Nā a prima ps huiꝰ vocabuli que multiplicis noie possessa ē: multiplicis numeri spēx vocabulo noianda est. Que vo supparticularis est: eodē vocabulo nūcupabitur quo superparticularis numeri species vocabantur. Dicetur enim qui duplicem habuerit alium numerum: ⁊ eiꝰ mediam partem: duplex sesqualter. qui vero tertiam: duplex sesquitertiꝰ. qui quartam: duplex sesquartꝰ. ⁊ deinceps. Si vero ter cum totum contineat et eiꝰ mediam partem: vel tertiam: vel quartam: dicitur triplex sesqualter: triplex sesquitertiꝰ: triplex sesquiquartus ⁊ eodem modo in ceteris. Diceturq3 quadruplus sesqualter: quadruplus sesquitertiꝰ: quadruplꝰ sesquiquartus. ⁊ quotiens totum numerum in semetipso continuerit: per multiplicis numeri species appellatur. quam vero partem comparati numeri clauserit: secundum superparticularem comparationem habitudinemq3 vocabitur. Horum autem exempla huiusmodi sunt. Duplex sesqualter est: vt quinq3 ad duo. habent enim .5. binarium numerū bis ⁊ eiꝰ mediam idest .1. Duplex vero sesquitertius ē septenariꝰ ad ternarium comparatus. At vero nouenarius ad quaternariū duplex sesquiquartꝰ. Si vero .1. ad .5. duplex sesquiqntus. Et hi semper nascentur dispositis in ordinem a binario numero omnibꝰ naturaliter paribus imparibus que terminis: si contra eos omnes a quinario numero impares comparentur. vt primum primo: secūdum secūdo: tertiū tertio caute ⁊ diligenter apponas. vt sit dispositio talis.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	7	9	11	13	15	17	19	21	23

s
I vero a duobꝰ paribꝰ omnibus dispositis terminis: illi qui a quinario numero inchoantes: q nario numero rursus sese transiliunt comparentur: omnes duplices sesqualteros creant vt est subiecta descriptio.

2	4	6	8	10	12
5	10	15	20	25	30

s
I vero a tribus inchoent dispositiones: ⁊ tribꝰ sese transiliant: ⁊ ad eos aptentur qui a septenario inchoantes: septenario sese numero transgrediuntur: omnes duplices sesquitertij habita diligenter comparatione nascuntur. vt subiecta descriptio monet.

3	6	9	12	15	18	21
7	14	21	28	35	42	49

s
I vero omnes in ordinem quadrupli disponantur: hi qui naturalis numeri quadrupli sunt: vt vnitatis quadruplus: ⁊ duorum triumq3 ⁊ quatuor: atq3 quinarij: ⁊ ceterorum sese sequentiū: vt ad eos aptentur a nouenario numero ichoantes: semper sese nouenario precedentes: tunc duplicis sesquiquarte proportionis forma tenetur.

4	8	12	16	20	24
9	18	27	36	45	54

e
At vero species huiꝰ numeri que ē triplex sesqualtera hoc modo procreatur: si disponantur a binario numero omnes in ordinem pares: ⁊ ad eos septenario numero inchoantes: septenario sese supergredientes: solito ad alterutrum modo comparationis aptentur.

2	4	6	8
7	14	21	28

s
I autem a ternario numero ingressi cunctos naturalis numeri triplices disponamꝰ: ⁊ eis a denario numero denario sese supergredientes ordine comparemꝰ: omnes triplices sesquitertij in ea terminorū continuatione prouenient.

3	6	9	12
10	20	30	40

De eorum exemplis in superiore formula inueniēdis Capitulum. 30.

h
Orum autem eorumq3 qui sequuntur exempla integre planeq3 possumꝰ pernotare: si in priorem descriptionem quam fecimꝰ cum de superparticulari ⁊ multiplici loqueremur: vbi ab vno vsq3 in denarium multiplicationū summa concreuit: diligēs velimus acumen intendere. Ad primum enim versum omnes q sequuntur collati ordinatas cōuenientesq3 multiplicis species reddent. Si vero ad secundum cunctos qui tertij sunt ordinis aptaueris ordinatas species superparticularis agnosces. Quod si tertio ordini quicūq3 sūt in quinto versu compares: superpartientis numeri species positas conuenienter aspicies. Multiplex vero superparticularis ostenditur: cum ad secundum versum oēs qui sunt quinti versus serie comparantur vel qui sunt in septimo vel qui sunt in nono atq3 ita si in infinitū sit ista descriptio in infinitum huiꝰ proportionis species procreabuntur. Manifestum autem etiam hoc est: quod horum comites semper cum sub prepositione dicentur. vt ē subduplex sesqualter: subduplex sesquitertiꝰ. subduplex sesquiquartꝰ. ⁊ ceteri quidem ad hunc modum.

De multiplici superpartiente. Ca. 31.

m
Ultiplex vero suppartiens ē: quotiens numerus ad numerū cōparatꝰ hз in se aliū numerus

totum plusquã semel: ꝛ ei⁹ vel duas vel .3. vel quotlibꝫ plures ꝑticulas: secundum numeri suppartientis figurã In hoc quoqꝫ propter causam supi⁹dictam non erũt due medietates: neqꝫ due quartę: neqꝫ due sextę: sed duę tertię: vel duę quintę: vel duę septimę ad priorem similem consequentiã. Non ẽ aũt difficile scdm prior exẽpla posterorũ: hos quoqꝫ ꝛ p̄ter nostra exempla numeros inuenire. Uocabũturqꝫ hi scdm proprias ptes. duplex supbipartiens: vel duplex suptripartiens: vel duplex supquadripartiens. Et rursus triplex supbipartiens: et triplex suptripartiens: ꝛ triplex supquadripartiens: ꝛ similiter. Ut. 8. ad. 3. comparati faciunt duplicẽ supbipartientem ꝛ .16. ad .6. ꝛ omnes deĩcepꝫ ab. 8. incipientes: octonario se senumero transgrediunť: comparati ad eos q a trib⁹ichoantes ternarij sese quãtitate preterercunt. Nec erit difficile alias ei⁹ ptes scdm predictũ modum diligentib⁹ repire. Hic quoqꝫ illud meminisse debem⁹ quod minores ꝛ comites non sine sub prepositione nominanť: vt sit subduplex supbipartiens: subduplex suptripartiens.

¶ Demonstratio quẽadmodum omnis inequalitas ab equalitate processerit. Caplm. 32.

r Restat aũt nobis profundissimam quãdaꝫ tradere disciplinam: que ad oẽm naturę vim reꝝ qꝫ integritatẽ maxima ratione ptineat. Magn⁹ qppe in hac scientia fruct⁹ est: si qs non nesciat quod bonitas diffinita est ꝛ sub scientiam cadens: animoqꝫ semp imitabilis ꝛ pceptibilis prima natura ẽ: ꝛ suę substantię decore ppetua. Infinitum vo malicię dedecus est: nullis proprijs principijs nixum: sed natura sperrans a boni diffinitione principij tanqꝫ aliquo signo optimę figurę impressa componiť: ꝛ ex illo erroris fluctu retineť. Nam nimiã cupiditatem: irãqꝫ imodicã effrenationem: quasi qdam rector anim⁹ pura intelligentia roboratus astringit. ꝛ has quodãmodo inequalitas formas tempata bonitate constituit. Hoc aũt erit perspicuum: si intelligam⁹ oẽs inequalitatis species ab equalitatib⁹ creuisse primordijs: vt ipsa quodãmodo equitas matris et radicis obtinens vim: ipsa oẽs inequalitatis species ordinesqꝫ profundat. Sint eniꝫ nobis tres equales termini ideſt tres vnitates: vel .3. bini: vel tres terni: vel tres quaterni: vel quãtos vltra libet ponere. Quod enim in vnis trib⁹ terminis euenit: idem contingit in cęteris. Ex his igiť scdm precepti nostri ordinem videas primũ nasci multiplices: ꝛ in his duplices pri⁹: dehinc triplos: deide quadruplos: ꝛ ad eundem ordinem consequentes. Rursus multiplices si conuertantur: ex his supparticulares orienť: ꝛ ex duplicib⁹ qdem sesqualteri: ex triplicib⁹ sesquitertij: ex quadruplis sesquiquarti: ꝛ cęteri in hunc modũ. Ex supparticularib⁹ vero conuersis suppartientes nasci necesse ẽ, ita vt ex sesqualtero nascať supbipartiens: suptripartientẽ sesqterti⁹ gignat: ꝛ ex sesquiquarto super quadripartiens. Rectis aũt positis neqꝫ conuersis prioribus supparticularib⁹ multiplices supparticulares oriũtur. Rectis vo suppartientib⁹ multiplices suppartiẽtes efficienť. Precepta aũt tria hec sunt: vt primũ numerũ primo facias parem: scdm vo primo ꝛ secũdo: tertiũ pmo duob⁹ secundis ꝛ tertio. Hoc igiť cũ in terminis equalibus feceris: ex his qui nascentur duplices erunt. De quibus duplicib⁹ si idẽ feceris: triplices pcreantur. ꝛ de his quadruplices. atqꝫ in infinitum oẽs formas numeri multiplices explicabit: iaceant igiť .3. termini equales.

1	1	1

p Ponať itaqꝫ primo prim⁹ equalis ideſt vnus. Secũdus vero primo ꝛ secũdo ideſt .2. terti⁹ vo primo duob⁹ secundis ꝛ tertio par fit: ideſt vni et duob⁹ vnis ꝛ vni. q sunt .4. vt est descriptio.

1	1	1
1	2	4

n Id sine vt duplici proportione sequens ordo texatur. fac rursus idem de duplicib⁹ vt sit primus primo equalis: ideſt vni. secundus primo ꝛ secundo ideſt vni ꝛ duob⁹ qui sunt .3. terti⁹ primo ideſt vni duobus secundis ideſt .4. ꝛ tertio ideſt quatuor. qui simul .9. sunt: ꝛ venit hęc forma.

1	1	1
1	2	4
1	3	9

Rursus si de triplicib⁹ idẽ feceris: continu⁹ quadruplus pcreabiť. Sit enim prim⁹ primo equ⁹ ideſt vn⁹. sit secundus primo ꝛ secundo equalis ideſt .4. sit terti⁹ primo duob⁹ secundis ꝛ tertio equalis: ideſt .16.

1	1	1
1	2	4
1	3	9
1	4	16

e Et in cęteris qdem ad hanc formam trib⁹ his preceptis vtemur. Si vo q ex equalib⁹ nati sũt multiplices eos disponam⁹: ꝛ scdm hęc precepta vertamus: ita vt conuerso sint ordine: sesqualter ex duplici pcreabitur. sesquiterti⁹ ex triplici. sesquiquart⁹ ex quadruplo. Sint enim .3. duplices termini qui ex equalib⁹ creati sunt ꝛ q vltim⁹ est prim⁹ ponať huiusmodi.

4	2	1

Et constituatur primo i hoc ordine prim⁹ par ideſt .4. secundus vero primo ꝛ secũdo par: ideſt .6. terti⁹ vo primo duob⁹ secundis ꝛ tertio ideſt .9.

4	2	1
4	6	9

Ecce tibi illa sesqualtera quantitas ex termino duplicitatis exoriť. Videam⁹ nunc ad eundem modũ ex triplici q nascatur. disponanť eni triplices superiores: conuerso scilꝫ ordine sicut duplex hic est quoqꝫ ordo disposit⁹.

9	3	1

Ponatur ergo prim⁹ primo equus ideſt .9. secundus primo ꝛ secundo ideſt .12. terti⁹ primo duob⁹ secundis ꝛ tertio equus ideſt .16.

9	3	1
9	12	16

Rursus secũda species supparticularis numeri ideſt sesquiterti⁹ procreať est. Quod si idem de quadruplo quis facere velit: sesquiquart⁹ continuo nascetur vt monstrabit subiecta descriptio.

16	4	1
16	20	25

Ac siquis idem de cunctis i infinitum ptib⁹ multiplicať faciat: conuenienter ordinem supparticularitatis inueniet. Quod si conuersos supparticulares aliquis scdm hęc precepta conuertat: continuo videat suppartientes accrescere. ꝛ ex sesqualtero quidem superbipartiens: ex sesquitertio suptripartiens procreať. ꝛ cęterj scdm cõmunes denominationis species sine vlla ordinis interpollatiõe nascentur. Disponanť igiť sic.

9	6	4

Superioris igiť descriptionis primo prim⁹ equus numerus ascribať ideſt .9. secũdus vo pmo ꝛ scdo: ideſt .15. terti⁹ vero primo: duob⁹ secundis ꝛ tertio ideſt .25.

9	6	4
9	15	25

Si ergo sesquitertium eodem modo vertam⁹: ordo suptripartiens inuenitur. fit enim prima propositio sesquitertij.

16	12	9

Ponatur secundum priorem modū primo par primus idest.16.secundus primo ⁊ secundo idest.28.tertius p̄mo duob⁹ secundis ⁊ tertio idest.49. Omnis ergo summa disposita supertripartientes efficiet.

16	12	9
16	28	49

Rursus si sesquiquartum eodem modo verteris supquadripartiens statim quantitas procreabitur. vt est ea forma quam suppositam vides.

25	20	16
25	45	81

Restat quemadmodum ex superparticularibus ⁊ superpartientib⁹ multiplices suppartientes nascant̄ ostendere. Quorum binas tm̄ faciā descriptiones. Nāqȝ si rectū ⁊ non conuersum sesqualterum ponim⁹: duplex supparticularis excrescit. fit eni hoc modo.

4	9	9

Ponatur scd̄m supiorem modum primo prim⁹ equalis idest.4.secūdus primo ⁊ secūdo idest.10.terti⁹ primo duobus secundis ⁊ tertio equalis idest.25.

4	6	9
4	10	25

s Tcȝ hec quidē duplex sesqualtera summa producta est. Si vo sesquitertiū non ꝯuersum ponam⁹ dupl⁹ sesqterti⁹ iuenit̄. vt subiecta d̄scriptio docet

9	12	16
9	21	49

s Tvero si ad suppartientes animū conuertamus: eosqȝ ordinatim scd̄m supiora precepta disponamus: multiplices suppartientes ordinati ꝓgenitos repim⁹. Disponat̄ eniȝ suppartiēs hec formula.

9	15	25

s Scribantur ergo primus primo equus idest.9. Secūdus primo ⁊ secūdo: idest.24. terti⁹ primo duobus secūdis ⁊ tertio idest.64.

9	15	25
9	24	64

s Jdes ne vt ex supbipartiente duplus supbipartiens exortus sit. At vero si suptripartientē ponam: duplex siue dubio tripartiens inuenit̄ vt in subiecta descriptione perspicuum est.

16	28	49
16	44	121

s Jc ergo de supparticularibus vel de superpartiētibus multiplices supparticulares vel multiplices suppartientes oriunt̄. Quare constat omniū inequalitatum equalitatē eē principiū. ex eadē eni inequalia cūcta nascuntur. Ac de his quidē hactenus disserēduȝ eē credidim⁹ ne vel infinita secemur: vel circa res obscurissimas ingredientium animos detinentes: ab vtilioribus moraremur.

Finit liber primus.

Incipiunt capitula libri secundi.

Finiunt capitula.

Incipit liber secundus.

Quemadmodum ad ęqualitatem omnis inęqualitas reducatur. Capitulum primum.

f Uperioris libri disputatõe digestū ē: quēadmodum tota inęqualitatis substantia a principe sui generis ęqualitate pcesserit. Sz que rex elemēta sunt: ex eisdem principaliter omnia cõponuntur: ⁊ in eadē rursus resolutione facta resoluuntur. Ut qm̄ articularis vocis elementa sunt lr̄e: ab eis ē syllaba x pgressa coniunctio: ⁊ in easdem rursus terminatur extremas. eandēq; vim optinet sonus in musicis. Jam vero mundum. 4. corpora nõ ignoram⁹ efficere. Nāq; vt ait ex imbri terraq; anima gignuntur ⁊ igni. sed in hec rursus eius. 4. elementa fit postrema resolutio. Ita igitur qm̄ ex ęqualitatis margie cūctas inęqualitatis species profici sci videmus: oīs a nobis inęqualitas ad ęqualitatem rursus velut ad quoddam elementum proprij generis resoluatur. Hoc autem trina rursus im̄patione colligit. eaq; resoluendi ars dat quibuslibet trib⁹ terminis inęqualibus quidē: sz pporti onaliter constitutis: idest vt eandem medi⁹ ad primum vim proportionis optineat: quā q est extrem⁹ ad mediuz in qualibet inęqualitatis rõne: vel in multiplicib⁹: vel i supparticularib⁹: vel in suppartientib⁹: vel in his quę ex bis procreantur: hoc est multiplicib⁹ supparticularib⁹: vl' multiplicibus superpartientibus eadem atq; vna ratio ne indubitata constabit. Propositis enim tribus vt dictum est terminis ęquis proportionib⁹ ordinatis: vltimum semper medio detrabam⁹: ⁊ ipsum qdem vltimum primū terminū collocemus: quod de medio relinquitur: secundum. De tertia vero propositorum terminorum sūma auferemus vnū primum ⁊ duos secundos eos qui d medietate relicti sunt. ⁊ id quod ex tertia summa relinqui tur: tertium terminuz constituemus. Uidebis igitur hoc facto in minorem modum summas reuerti: ⁊ ad principa liorem habitudinez comparationes proportionesq; reduci. vt si sit quadrupla proportio: primo ad triplam: inde ad duplam: inde ad ęqualitatem vsq; remeare. Et si sit superparticularis sesquiquartus: primo ad sesquitertiuz: inde ad sesqualterx: postremo ad tres ęquales terminos redire. Hoc autē nos exēpli grãtia in multiplici tm̄ proportione docebimus. Sollertem vo in alijs quoq; inęqualitatis speciebus id expientem: eadem rõ pceptorum iuuabit. Constituantur enim tres ad se termini quadrupli.

8	32	128

a Ufer igitur ex medio minorē: idest ex trigintaduobus octonarium: relinquuntur. 24. ⁊ primum octonarium terminū pones: scḋm vo quod reliquum fuerit ex medio: idest. 24. vt sint hi duo termini. 8. ⁊. 24. De tertio vero: idest. 128. aufer vnū primū: idest. 8. ⁊ duos secundos qui sunt reliqui: id ē bis. 24. ⁊ relinquūtur. 72. His dispositis terminis: ex quadruplis propinquior ęqtati proportio tripla redacta ē. Sūt. n. hi termini.

8	24	72

c X his aūt ipsis idē si feceris: ad duplū rursus cõparatio remeabit. Pone eni primū minori ęquū idest. 8. ⁊ ex secundo aufer primū. 16. relinquent. Sz ex tertio idest ex. 72. aufer primū: idest. 8. ⁊ duos secū dos: idest bis. 16. ⁊ erit reliqua pars. 32. Quibus positis ad duplas proportiones habitudo redigitur.

8	16	32

i Dem vero ex bis si fiat: rem dēm ad ęqualitatis summas ęliquabimus. Pone eni primū minori ęquū: idest. 8. ⁊ aufer ex. 16. octonariū: remanēt 8. qbus dispositis: ex tertio idest. 32. sumptis pmo: idest. 8. ⁊ duob⁹ scḋis idest octonarijs: supersunt. 8. Quibus dispositis prima nobis ęqualitas cadit. vt subięcte summulę docent.

8	8	8

b Hinc igitur si quis ad alias inęqualitatis species aium tendat eādem conuenientiam intitubanter inueniet. Quare pronunciãdum est: nec vlla trepidatione dubitandum quod quēadmodum per se constã tis quãtitatis vnitas principium ⁊ elementū est: ita ⁊ ad aliquid relatę quãtitatis ęqualitas mater est. Demõstra uimus eni quod hinc ⁊ eius procreatio prima foret: ⁊ in eam rursus postrema solutio esset

De inueniendo in vnoquoq; numero quot numeros eiusdem proportionis possit procedere: eorumq; descriptio: descriptionisq; expositio. Capitulum. 2.

e St aūt quędam in hac re profunda ⁊ mirãda speculatio ⁊ vt ait nicomachus ennocophaton theorema proficiens. ⁊ ad platonicam i timeo animę generationem: ⁊ ad interualla armonicę disciplinę. Ibi enim iubemur producere atq; extēdere tres vel quatuor sesqualteros: vel quotlib3 sesquitertias proportiones: ⁊ sesqquartas cõparationes. easq; secūduz propositū ordinē sepe continuas iubemur extendere. Ne autem hoc labore quodā semper qdem maximo: frequentius inserati fiat: hac nobis ratione in quot numeris quā ti possint eē superparticulares inuestigandum est. Oēs eni multiplices tantarum similium sibimet proportionū principes erunt: quoto ipsi loco ab vnitate discesserint. Quod autem dico sibimet similium: tale est: vt dupli sē per multiplicitas vt superius dcm̄ ē sesqualteros creet: et triplex sit dux sesquitertiorū: quadruplus sesquiquartis. Prim⁹ ergo duplex vnū solū habebit sesqualterx. secundus duos. terti⁹ tres. quartus. 4. ⁊ scḋm hūc ordinez eadem fit in ifinitū progressio. Neq; vnquā fieri põt: vt vl' supet proportionū numex vel ab eo sil deminutio: ęquabilis ab vnitate locatio. Primus ergo duplex ē binarius numerus: q vnū solū sesqualterum recipit: idest ternariū. Binarius. n. cõtra ternariū cõparat⁹ sesqualterā efficit pportionē. Ternarius vo quoniā medietatē non recipit: nō est alter numerus ad quē in rõne sesqualtera cõparetur. Quaternari⁹ vo numerus scḋus duplex est. hic ergo duos sesqualteros pcedit. Est enim ad ipsum quidem cõparatus senarius numerus ad senarium vo qm̄ medietatem habet: nouenarius. ⁊ sunt duo sesqualteri. ad. 4. sc3 6. ad sex vero. 9. Nouenari⁹ vo quoniā medietate caret: ab hac cõparatione seclusus est. Terti⁹ vo duplex est. 8. hic ergo. 3. sesqualteros antecedit. Comparatur enim ad ipm duodenarius numerus. ad duodenariū. 18. ad. 18. rursus 27. At vero. 27. medio carent. Idē quoq; in sequentib⁹ euenire necesse est. quod nos cum propria ordinatione subdidimus. Sēp. n. hoc diuina quadaz nec humana cõstitutione speculationibus occurrit: vt quotiensciq; vltimus numerus inenit: q loco duplicis ab vnitate sit partalis sit vt in medietates diuidi secariq; non possit.

Latitudo.

1	2	4	8	16	32
	3	6	12	24	48
	an	9	18	36	72
		gu	27	54	108
			la	81	162
				ris	243.

i Dem contingit etiā in triplicib⁹. ex illis eni sesquitertij procreantur. Nāq; qm̄ primus triplex ē

ternarius numerus: habet vnum sesquitertium: idest. 4. Cuius quaternarij tertia ps non pōt inueniri: atq; ideo hic epitrito caret. Secundus vero qui est nouē hab; ad se duodenarium numeꝝ sesqtertiū. Duodenari⁹ aūt quoniam h; tertiā partē: in sesquitertia ꝓportione cōparat ad eū numer⁹ sedecim: qui tertie ptis sectione solutus est. Uiginti septē aūt quoniā tertius ē triplex: h; ad se sesquitertiū triginta sex: ꝛ h. rursus ad quadraginta octo eadem proportione cōparat. Cui si sexagintaquattuor appositi fuerint: eandē rursus vim proportōis explebunt. Quos sexagintaquattuor ad nullum sesquitertiū rursus aptabis qm̄ parte tertia non tenentur. Atq; hoc in cunctis triplicibus inuenitur: vt extrem⁹ eiusde; proportionis numerus tantos ante se precedentes habet: quāto primus eoꝝ ab vnitate discesserit. Et qui tot super se eiusdē proportionis habuerit numeros quotus ab vnitate prim⁹ eoꝝ iacet: eius pars qua illi cōparatus numer⁹ possit eādē facere ꝓportōe; ueniri neq̄at. Et triplicis qdē hec ē d̄scriptio.

Latitudo.

1	3	9	27	81	243
	4	12	36	108	324
an		16	48	144	432
	gu		64	192	576
		la		256	768
			ris		1024

a Et quadrupli secūdum hanc formam descriptio est: ad quam sc; qui a priorib⁹ instructus accesserit: nulla ratione trepidabit: ꝛ de ceteris quidem multiplicibus eandem conuenientiam pernotabit.

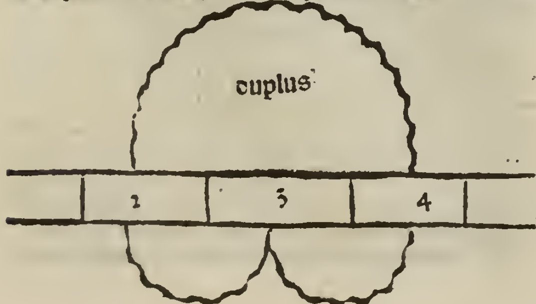
Latitudo.

1	4	16	64	256	1024
	5	20	80	320	1280
an		25	100	400	1600
	gu		125	500	2000
		la		625	2500
			ris		3125

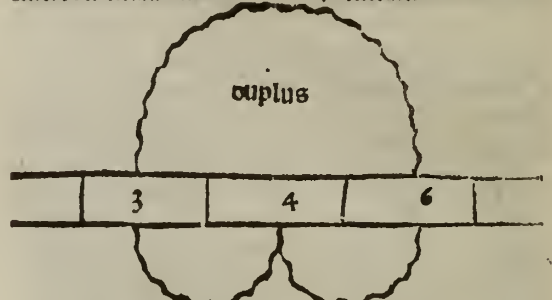
b Hinc quoq; perspicuū est: superparticulariū quemadmodum prius ostensum est: primos esse multiplices. Siqdem duplices sesqualteros: triplices sesquitertios: ꝛ cūcti multiplices cūctos in ordinē superparticulares creant. Est etiam in his hoc quoq; mirabile. Nāq; vbi prima latitudo fuerit duplex: ꝛ sub eisdē qui sunt versus continui alternatim positi: secūdum seriē latitudinis duplices erunt. Si vero fuerint triplices: ꝛ inferiores ordines tripla sei suis terminis multiplicatiōe superabunt. At in quadrupla quadrupli. atq; hoc infinita ductū speculatōe nō fallit. Angulares āt oium multiplices euēire necesse ē. Erūt āt dupliciū qdē triplices: tripliciū q̄druplices q̄druploꝝ vo qncupli. ꝛ h; eādē ordis icōmutabilē rōne; sibimet cūcta ꝯsentiēt. Quib⁹ expositis ad sequentē operis seriē cōpetens disputatio conuertat.

Quod multiplex intuallū ex qb⁹ supparticularib⁹ medietate posita intuallis fiat: eiusq; iueniēdi regula. Ca. 3.

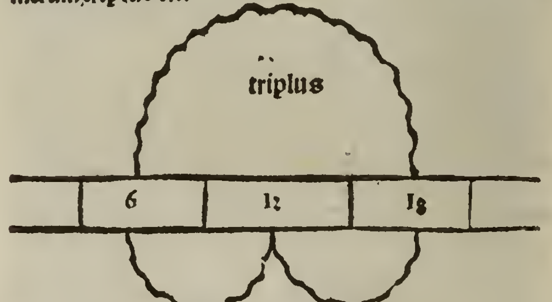
s Igr duę prime supparticulares spēs ꝯiūgant prima spēs mltiplicitatꝭ exorit. Ois. n. duplex ex sesqltero sesqtertioq; ꝯponit: ꝛ ois sesqualt ꝛ sesqterti⁹ duplicē iūgunt. Nā ternari⁹ sesqualter ē duoꝝ: q̄ttuor vo sesquiterti⁹ ternarij. sed. 4. duplus duorum.



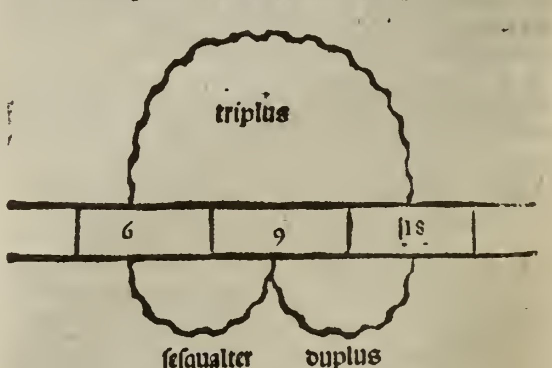
s Igitur sesqualter ꝛ sesquitertius vnum duplicē componunt. At vero si fuerint medietas ꝛ dupl⁹ inter duplicem ꝛ mediū potest vna medietas talis inueniri: quę ad alteram extremitatem sesqualtera sit: ad alteram sesquitertia. Altrinsecus enim positis senario et ternario: idest duplici ꝛ medietate: si quaternari⁹ in medio collocetur: ad ternarium numerum sesquitertiam continet rōnem: ad senarium vo sesqualteram.



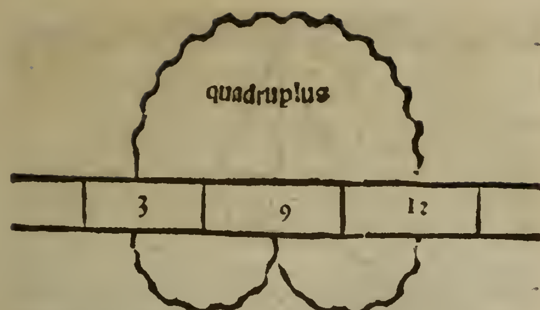
r Ecce igitur dictum est: ꝛ duplicem a sesqualtero sesquitertio que coniungi: ꝛ has duas supparticularis species duplicem procreare idest primam speciem multiplicis quātitatis. Rursus ex prima multiplicis specie: idest ex duplici: ꝛ pma superparticulari: idest sesqualtera continēs multiplicis species: idest tripla coniungitur. Nāq;. 12. senarij numeri dupl⁹ est: decem vero ꝛ octo ad duodenarium sesqualter: qui ad senarium numerum triplus est.



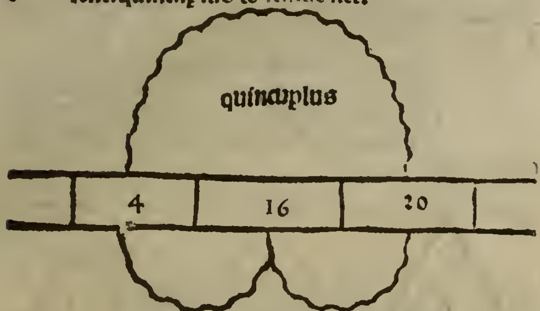
e Et positis eisdem. 6. ꝛ. 18. nouenarius in medietate ponatur. erit ad senarium sesqualter: qui ad. 18. subduplus ē. ꝛ ad senarium. 18. triplus est.



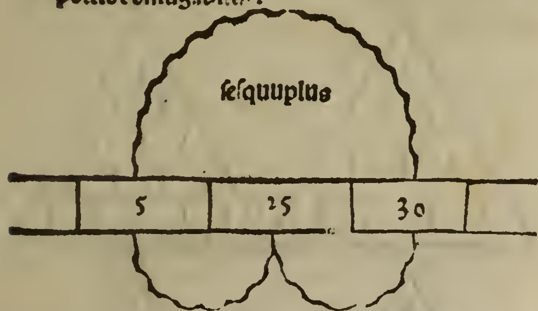
e Ex duplici igitur ꝛ sesqualtero triplex ratio proportionis exoritur ꝛ in eas rursus resolutione facta reuocatur. Si autem hic: idest triplus numerus qui est species secunda multiplicis secundę speciei superparticularis aptetur: quadrupli continuo forma contexitur: ꝛ in easde; rursus partes naturali partitione soluetur: secundum modum quem superius demonstrauimus.



Jvero quadruplus sese ac sesquiquartus agglome rent: quincuplus continuo fiet.



Et si quincuplus cum sesquiqnto: mox sescupli pro portio coniugabitur.



Atq; ita secūdum hanc progressionem cunctę multiplicitatis spēs sine vlla rati ordinis ꝑmutatiōe nascentur. Ita vero vt duplus cum sesqualtero triplicem creet. et triplus cum sesqtertio quadruplū. quadruplus cum sesquiquarto quincuplū. et cęteri eodē modo vt nullus hanc continuationem finis impediat.

¶ De ꝑ se ꝯstante quātitate quę in figuris geometricis consideratur cōis rō oīum magnitudinum. Capl'm. 4.

Et quidē de quātitate quam scđm ad aliquid speculamur ad presens dicta sufficiant. Nunc aūt in hac sequentia quędam de ea quantitate quę per seipsam constat neq; ad aliquid referēs expediam. quę nobis ad ea prodesse possunt: quę post hęc rursus de relata ad aliquid quantitate tractabim⁹. Alma enim quodāmodo matheseos speculatio alterna probatīonum rōne constitui. Nūc aūt nobis de his numeris sermo futurus est: q circa figuras geometricas et earum spacia dimensionesq; versantur. idest: de linearib⁹ numeris: et de triangularib⁹ vel quadratis: cęterisq; quos sola pādit plana dimensio nec non de inęquali laterum cōpositione coniūctis. De solidis etiam: idest: cubis: et sphericis vel pyramidis: laterculis etiam vel tignulis et cuneis quę omnia quidem geometricę proprie considerationis sunt. Sed sicut ipsa geometricę scientia ab arithmetica velut quadam radice ac matre producta est: ita etiam eius figurarum seminia in primis numeris inuenimus. Planum quidē fecimus quod omnes disciplinas hęc interempta consumeret quas minime constituta infirmaret. Hoc autē cognoscendum est quod hęc signa numerorum posita quę nunc quoq; homines in sūmarum designatione describūt: nō naturali institutione formata sunt. vt cui quinarij subtectam notulam signant de. v. vel denarij quam describsimus de. x. et alias huiusmodi: non natura posuit: s; vsus affinxit. Quinq; enim vel decem vel quoslibe alios illis notulis ꝑ compendio notare voluerunt: ne quotiens vnitates quis monstrare vellet: totiens ei virgule ducerētur. Nos autem quotienscūq; aliquid monstrare volumus: in his presertim formulis: ordinatarum virgularum multitudinem non grauamur apponere. Cum enim quinq; volumus demonstrare: sac mus quinq; virgulas: ducimusq; eas hoc modo. I I I I I. et cum. 7. totidem. et cum. 10. nihilominus. q: natur alius est quemlibet numerum quātas in se retinet: tot vnitatibus designare quam notulis. Est igitur vnitas vicem optinēs puncti: interualli: longitudinisq; principium: ipsa vero nec interualli nec longitudinis capax. quē admodum punctum principiū quidem lineę est atq; interualli: ipsum vero nec interuallum nec linea. Neq; enim punctum puncto superpositum vllum efficit interuallum: velut si nihil nulli iungas. Nihil eni est quod ex nullorum procreatione nascatur. Eadē quippe etiam circa ęqualitates proportio manet. Nam si quotlibet fuerint termini pares: tantum quidem est a primo ad secūdum: quātum a secundo ad tertium. Sed inter primū et scđm: vel scđm et tertium: nulla est interualli lōgitudo vel spacium. Si enim tres senarios ponas hoc modo. 6. 6. 6. quēadmodum primus est ad secundum: sic est secundus ad tertium. Sed inter primum et secundum nihil interest. 6. enim. et. 6. nulla spacij interualla disiungunt. Ita etiam vnitas in seipsa multiplicata nihil procreat. Semel enim in vnum nihil aliud ex se gignit quā ipsa est. Nam quod interuallo caret etiam vim gignendi interualla non recipit. quod in alijs numeris non videtur euenire. Omnis enim numerus in seipsum multiplicatus: alium quēdam efficit maiorem quam ipse est. ideo quoniam interualla multiplicata maiore sese spacij ꝓlixitate distēdunt. Id vero quod sine interuallo est: plus quam ipsum est pariendi non hab; potestatem. Ex hoc igitur principio: idest ex vnitate prima omnium longitudo succrescit: quę a binarij numeri principio in cunctos sese numeros explicat. quoniam primum interuallum linea est: duo vero interualla sunt longitudo et latitudo. i. linea et superficies. Tria ergo interualla sunt: longitudo: latitudo: altitudo: idest linea: superficies: atq; soliditas. Preter hęc aūt alia interualla inueniri nō possunt. Aut enim vnum interuallum erit quod longitudo est aut aliquid quod duobus interuallis expositum est: vt si qua res longitudinem habeat et latitudinem. vel trina interualli dimensione porrigitur: si longitudine: altitudine: latitudineq; censetur. supra que adeo nihil inueniri potest: vt ipsorum sex motuum formę ad interuallorum naturas et numerum componantur. Unum enim interuallum duos in se continet motus. vt in tribus interuallis sex sese motuum summa conficiat hoc modo. Est enim in longitudine ante et retro: in latitudine sinistra et dextra: in altitudine sursum ac deorsum. Necesse est autem vt quicqd fuerit solidum corpus: hoc habeat longitudinem latitudinemq; et altitudinem. et quicquid hec tria in se continet: illud suo nomine solidum vocetur. Hęc enim tria circa omne corpus inseparabili coniunctione versantur: et in natura corporum constituta sunt. Quare quicquid vno interuallo caret: illud corpus solidum nō est. Nam quod duo sola interualla retinet: illud superficies appellatur. Omnis enim superficies sola longitudine et latitudine continetur. et hic eadem illa conuersio remanet. Omne enim quod superficies est: longitudinem

& latitudinem retinet. & quod hec retinet: illud est superficies. Hec aut superficies uno tm intervallo solidi corporis dimensione superat: que uno rursus intervallo lineam vincit. que longitudinis natura retinens latitudinis expers est. Que linea eo quod unius e intervalli sortita naturam a superficie uno intervallo: a soliditate duobus spacijs vincitur: Punctu igit alio rursus intervallo a linea vincitur: ipsa sc3 que reliqua e longitudine. Quare si punctum uno idem intervallo a linea supgreditur: idem a superficie vincitur duobus: tribus vero intervalli dimensionibus a soliditate relinquitur: constat punctu ipsum sine ulla corporis magnitudine vel intervalli dimensione: cum & longitudinis & latitudinis & profunditatis expers sit omium intervallorum ee principium: & natura insecabile: quod greci athomon vocant: idest ita diminutum atq3 parvissimum ut eius pars inveniri non possit. Est igit punctu primi intervalli principiu: non tn intervallum. & linee caput: sed nondum linea. Sicut linea quoq3 superficiei principiu e: sed ipsa superficies non est: & secundi intervalli caput est: sed3 tamen intervallum ipsa non retinet. Idem quoq3 & in superficiei rnem cadit: que & ipsa solidi corporis & triplicis intervalli naturale sortit initium: ipsa vero nec trina intervalli dimensione distendit: nec ulla crassitudine solidat.

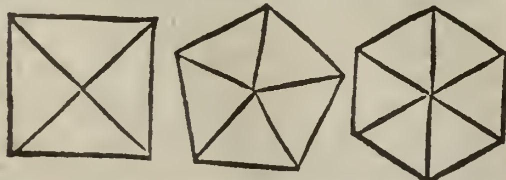
De numero lineari. Capitulum. 5.

S Ic etia in numero unitas qdem cum ipsa linearis numerus non sit: in longitudine tn distenti numeri pncipiu est. Et linearis numerus cu3 ipse totius latitudinis expers sit: in aliud tame spaciu latitudinis extenti numeri sortit initium. Superficies quoq3 numerorum cum ipsa solidum corpus non sit: addita tame altitudini solidi corporis caput est. Hoc autem planius his exeplis liquebit. Linearis numerus e a duobus incho ans: adiecta semper unitate in unum eudeq3 ductum quantitatis explicata congeries. ut est id quod subiecimus.

	II	III	IIII	IIIII	

De planis rectilineis figuris: quodq3 earum principium sit triangulus.

P Lana vero superficies in numeris invenit: quotiens a tribus inchoatione facta addita descriptionis latitudine: in sequentium se naturalium numerorum multitudine anguli dilatantur. ut sit primus triangulus numerus. secundus quadratus. tertius qui sub quinq3 angulis continetur: quem pentagonum greci nominant. quartus hexagonus: idest qui sex angulis includitur. quintus heptagonus. sextus octogonus: idest qui. 7. vel. 8. angulorum terminis dilatantur. & ceteri eodem modo singillatim per naturalem numeru3 angulos augeant in plana sc3 descriptione figurarum. Hi vo idcirco a ternario numero inchoant: quod latitudinis & superficiei solus ternarius principiu est. In geometrica quoq3 ide planius invenit. Due enim linee recte spacium non continent. & ois triagularis figura: vel tetragoni: vel pentagoni: vel hexagoni: vel cuiuslibet q pluribus angulis cotinet: si a medietate p singulos angulos linee pducant totu dividunt trianguli: quot ipsam figura angulos habere ptigerit. Quadratu eni3 ita ducte linee in. 4. pentagonu in. 5. hexagonu in. 6. heptagonu in. 7. & ceteros in suorum angulorum mo mensuraq3 per triangulos partiuntur. ut est subiecta descriptio.



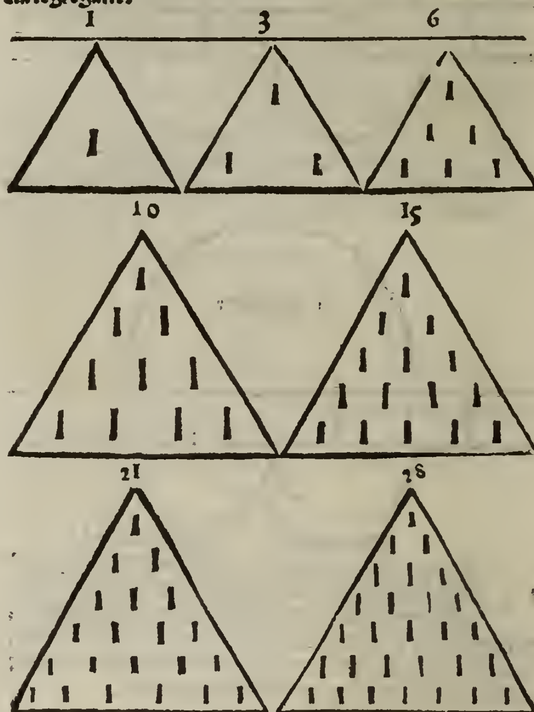
A T vero triangula figura cum ea quis ita diviserit: in alias figuras non resolvitur nisi in se ipsam in tria enim triangula dissipatur.



Deo hec figura princeps e est latitudinis: ut cetere oes superficies in hanc resolvantur: ipsa vero quoniam nullis est principijs obnoxia: neq3 ab alia latitudine sumpsit initiu in sese ipsa resolvatur Ide aut & i numeris fieri seques opis ordo monstrabit.

Dispositio triangulorum numerorum. Cap. 7.

E St igitur primus triangulus numerus q solis tribus unitatibus dissipat: sm superficiei positione triangula sc3 descriptione: & post hunc quicuq3 equalitatem lateru in trina lateru spacia segregant.



De lateribus triangulorum numerorum. Ca. 8.

A D hunc modu in infinita pgressio e: desq3 ordine triaguli equilateri pcreabuntur: & primu oium ponet id qd ex unitate nascit: ut hec vi sua triangulus sit: no in et ope atq3 actu. Na si cunctoru e mater numerorum: quicquid in his qui ab ea nascuntur numeris invenitur: necesse est ut ipsa naturali quadam potestate ptineat. & huius triaguli latus est unitas. Ternarius vo qui primus est opere & actu ipso triangulus: crescete unitate binariu numerorum latus habebit. Ut eni3 & potestate pmi triaguli. i. unitatis unitas latus e. actu vo & ope triaguli pmi: i. ternarij dualitas: qua greci dyada vocat. Scdi vo triaguli qui ope atq3 actu scdus e. i. senarij: crescente naturali numero in lateribus ternarius ivenitur. Tertij vo. i. denarij quaternarius latus ptinet. & qrti vo idest. 15. quinarius latus tenet. & quiti senarius. Ideq3 usq3 in infinitum.

De generatione triangulorum numerorum. Ca. 9.

N Ascuntur aut trianguli disposita naturali quatitate numerorum: si prioribus semper multitudo sequetium congregetur. Disponatur enim

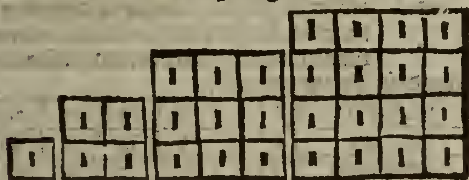
naturalis numer⁹ hoc modo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Ex his igit si primum numerum sumã idest vnitatem: habeo primum triangulum: qui est vi & potestate nondum etiam actu nec opere. Huic si secundum aggregauero q in naturali numerorum dispositione descriptus est idest binarium: prim⁹ mihi triangulus opere & actu nascit idest ternari⁹. Si vo huic tertiũ ex naturali numero adiecero: secundus mihi ope & actu triãgulus procreat. Sup vnũ enim & duo si tertium idest ternarium aggregauero senari⁹ extenditur: secundus scz triangulus. Huic vo si consequentem quaternarium supposuero: denari⁹ explicatur: qui ẽ terti⁹ actu triangul⁹. quos p latera disponens ad superioris descriptionis exemplar: cunctos triangulos numeros sine vlli⁹ dubitationis erroribus pernotabis. & quantas vltim⁹ numer⁹ in se vnitates habz quem superiorib⁹ aggregabis: tot ipe qui fit triangulus vnitates habebit in latere. Nam ternarium qui est prim⁹ actu triangulus adiecto binario vnitati fecerami⁹: at hic duos habet in latere. & senarium bis adiecta ternarij quãtitate produxim⁹: cui⁹ latus soli tres continent: et idẽ in alijs cunctis quot vnitates habentem numeruz superiorib⁹ aggregabis: tot vnitatib⁹ ei⁹ latera continebuntur.

¶ De quadratis numeris. Cap. 10.

Quadratus vo numer⁹ est: qui etiã ipse quidem latitudinem pãdit sed non in tribus angulis vt superior forma: sz. 4. Ipse quoqz equali laterum dimensione porrigitur. Sũt aũt hmõi.



¶ De eorum lateribus. Cap. 11.

Sed in his quoqz scdm naturalem numerũ laterum augmenta succrescũt. Prim⁹ eni vi & potentia quadrat⁹ idest vnitas: vnum habz in latere. Secundus vo qui actu prim⁹ idest. 4. duobus p latera positis continetur. Tertius vero idest nouem qui secundus est opere: trib⁹ in latere positis aggregatur. Et ad eandem sequentiam cuncti procedunt.

¶ De quadratorũ generatõe rursusqz de eoz lateribus. Caplm. 12.

Nascunt aũt tales numeri ex naturalis numeri dispositione: nõ quẽadmodum superiores trianguli: vt ordinatis ad se inuicẽ numeris cõgregent: sz vno semp intermisso qui sequitur si cum superiore vel superiorib⁹ colligat: ordinatos ex se quadratos efficiet. Disponatur enim naturalis numer⁹ hoc modo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

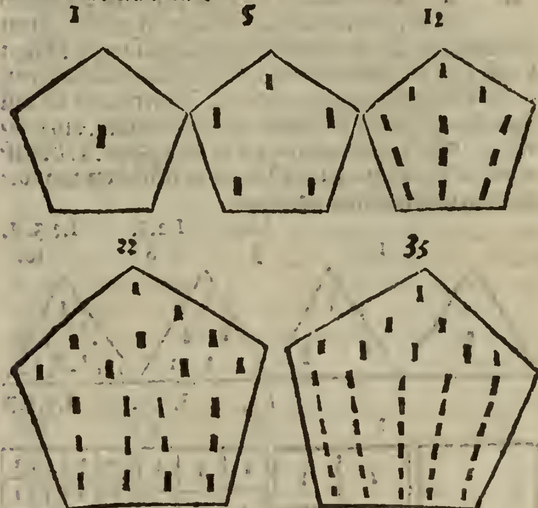
Ex his igitur si vnũ respiciã: prim⁹ mihi nat⁹ ẽ potestate quadrat⁹. Quod si vno relicto priori tertio iunxero: secundus mihi quadrat⁹ efficitur. Naz si vno relicto binario ternariũ apposuero: quaternari⁹ mihi quadrat⁹ exoritur. Quod si rursus relicto medio quaternario quinariũ similiter aggregauero: quadrat⁹ mihi tertius idest nouenari⁹ pcreatur. Vn⁹ enim & .3. & .5. nouez colligunt. At vero si his intermisso senario septenarium iungaz. tota i. 16. ei⁹ sũma concrescit: idest quarti quadrati numerositas. Et vt breuiter hui⁹ forma pcreationis appareat: si cuncti impares sibimet apponant: collocato scz naturali numero: quadratoz ordo texetur. Est etiaz in his hec nature subtilitas & imobilis ordinatio: quod tot vnitates vnusquisqz q̃dratorũ retinebit in latere: quãti fuerit numeri ad cõiunctionẽ ppriã cõgregati. Nam in primo quadrato qñ ex vno fit: vn⁹ est in latere. In secundo idest quaternario qui ex vno & trib⁹ pcreat: qui duo sunt termini: binario latus texit. & in nouenario quoniã trib⁹ numeris procreatur: latus ternario continetur. Atqz idem in alijs videri licet.

¶ De pentagonis eorũqz laterib⁹. Ca. 13.

Pentagon⁹ vero numer⁹ est: q ipse quidem i latitudinẽ scdm vnitatẽ descriptis quidem. 5. angulis continetur: cũctis scz laterib⁹ equali dimensione dispositis. Sunt aũt hi.

1	5	12	22	35	51	70

Quorũ quoqz mõ eoruz latera succrescunt. Nã primi potestate pentagoni idest vni⁹: idẽ vnus spaciũ lateris tenet. Secundi vero quinarij qui est actu ipso atqz opere prim⁹ pentagonus: bini p latera fixi sunt. Tertius vero idest. 12. tribus in latus auctus est. Quartus. 22. 4. numerorũ in latere quantitate distendit. Atqz idẽ in ceteris scdm vnitatis progressionem in naturali scilz numero secundum superiorum figurarum incrementa tenduntur.



¶ De generatione pentagonorum. Ca. 14.

Nascunt aũt hi numeri q extẽsi i latitudinẽ quinqz angulos pãdũt: ab eadẽ natural' numeri quãtitate i sese coaceruata: ita vt duob⁹ sp interiecti numeris superiori vel superiorib⁹ vincẽs ternario eũ cui iũgend⁹ ẽ aggreget. Nãqz vnitati intermissis duob⁹ & trib⁹ si q̃tuor iũgas: q trib⁹ ipsã supent vnitatẽ: quinari⁹ pentagon⁹ pcreabit. Post. 4. vo si intermisso quinario & senario. 7. aggreges duodenariũ pẽtagonũ pcreabis. Nãqz vn⁹ & .4. & .7. numeri. 12. explebũt. Hoc ẽt i alijs fiet. Nã si. 10. vel. 13. vel. 16. vel. 19. vel. 22. vel. 25. superiorib⁹ cũctis adiũxeris: eodez quo supius mõ pẽtagoni fiẽt: sm superiorẽ descriptionẽ.

22	35	51	70	92	117

¶ De hexagonis eorũqz generationib⁹. Ca. 15.

Hexagoni aũt q sex angulis & heptagõi q. 7. rursus laterib⁹ cõtinent: sz hũc modũ eoz laterũ augmẽta succrescũt. Nãqz i triãguli numeri nã pcreationeqz ipsos numeros iũgebam⁹ q se i nãli dispositõe sequerent: & se tm̃ vnitate transirent: q̃drati vo numeri. i. tetragõi pcreatio fiebat ex numeris q vno intermisso copulabant: cũ se binario superarẽt pẽtagoni vo nã fuit ex duobus intpositi relictisqz q se ternario vincẽt. Scdz quos talia augmẽta hexagonoz vel octogonoz vel. 9. lateꝝ figura vel. 10. vel quotlibz alioz cõpetẽti pgressiõe cõficit. Ut eni in pentagono duob⁹ itermissis eos iũgebam⁹ q se ternario superarent. ita nũc in hexagono trib⁹ intermissis eos iũgemus q se q̃ternario trãseant. & erũt qdẽ eoz radices & fundamẽta: ex qb⁹ cũctis oẽs hexagoni nascuntur.

1	5	9	13	17	21

⁊ ad eundem ordinem consequentes: atq; ab his
e sexangulorum formę nascuntur.

	6	15	28	45	66

q Uos ad superiorem modum scilꝫ descriptos: i proprijs ordinibus pernotabis.

❡ De heptagonis eorumq; generationibꝰ: ⁊ cōmunis omnium figurarum inueniendę generationis regula descriptionisq; figurarum. Caplm. 16.

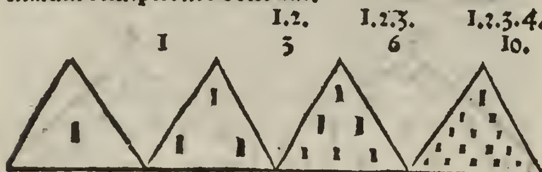
Septem vo angulorū figura est: cum ad eūdem
s ordinem progressionis vno plusquam in .6. angulorum figura numero intermisso supiori cōiunxeris. Nam si quatuor interpositis qui sese quinario vincant aggregaueris: heptagoni continuo figura nascetur. vt hi numeri sint eorum radices ⁊ vt superius dictum ē fundamenta.

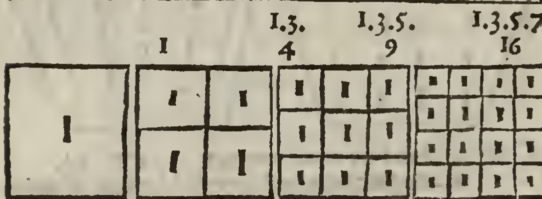
	1	6	11	16	21	

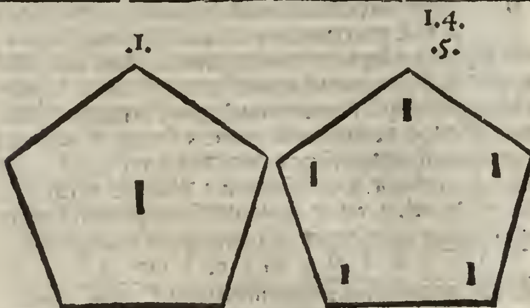
Qui vero ex his constant hi sunt.

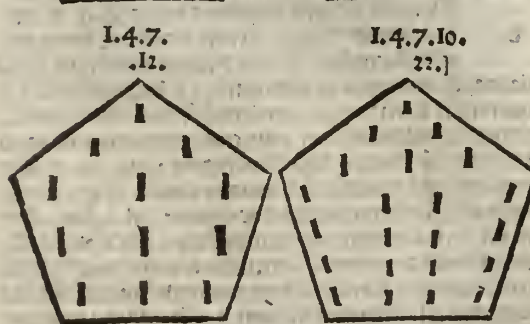
	1	7	18	34	55	

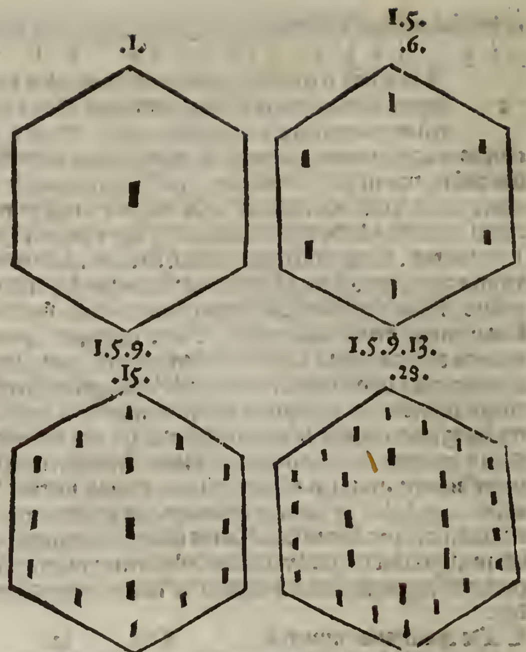
Quem vero angulorum scōm eundem ordinem
n forma procreat: ita vt scōm ęqualem progressionem primi quoq; eorum numeri distent. Nam in triangulo qui sunt numeri: quę prima superficiei figura est: vno sese tātum numeri procedunt: qui scilicet eorū naturā descriptionemq; pficiunt. In tetragono vo qui secundus est duobꝰ sese iuncti numeri vincunt. ⁊ in pentagono tribꝰ ⁊ in hexagono. 4. ⁊ in heptagono. 5. huiusq; rei nullus est modus. Hoc aūt nos subiectarum formarum descriptiones docebunt.











❡ Descriptio figuratorum numerorum in ordine. Capitulum. 17.

Similiter aūt licebit ⁊ aliarū formarū quę plu
s ribus angulis continetur: quantitates ascribere. Sed qm̄ faciliꝰ oculis subiecta retinent: supradictarum formarum numerositas in subteriore descriptione ponatur.

trianguli	1	3	6	10	15	21	28
quadrati	1	4	9	16	25	36	49
pentagoni	1	5	12	22	35	51	70
hexagoni	1	6	15	28	45	66	91
heptagoni	1	7	18	34	65	81	112

❡ Qui figurati numeri ex quibꝰ figuratis numeris fiāt: atq; quod triāgulus numerus omnium reliquorū principium sit. Ca. 18.

His igit ita sese habētibꝰ quid in hac re sit conse
b quēs iuestigemꝰ. Oēs enim tetragoni qui sub triāgulis sunt naturali ordinatōe dispositi: ex supiorībꝰ triāgulis pcreant: illorūq; collectiōe quadrati figura pponit. Quatuor eni tetragonꝰ fit ex vno ⁊ tribꝰ: idest ex duobꝰ superioribus triangulis. Nouem vero ex tribꝰ ⁊ .6. sed vtriq; sunt triāguli. At. 16. ex. 6. ⁊. 10. ⁊. 25. ex. 10. ⁊. 15. Idēq; in sequenti ordine quadratorū constans atq; imutabile reperitur. Pentagonorū vero summę conficiunt ex vno sup se tetragono ⁊ altrinsecꝰ triāgulus ↄstituto. Nāq; 5. pentagonꝰ ex quatuor sup se posito tetragono: ⁊ ex vno qui in triangulorū ordie ponit aggregatur. Duodeci vo pentagonꝰ ex nouenario sup se quadrato: ⁊ tribꝰ secundo triangulo nascit. Uigintiduo vero ex. 16. ⁊. 9. quadrato scꝫ atq; triāgulo ⁊. 35. ex. 25. ⁊. 10. ⁊ i ordinem ad eundem modum intuentē nulla cunctatio cōtrarietatis impediet. At vero si hexagonos librata examinatione perspicias: ex eisdem triangulis ⁊ super se posit pentagonis procreant. Nanq; sex hexagonꝰ: ex quinario pentagono ⁊ vno qui est in triangulorum ordine dispositus nascitur. Nec alia est origo. 15. hexagoni: nisi ex duodenario pentagono ⁊ ternario triangulo. Quod si. 28. rursum hexagonum ex quibꝰ superioribꝰ nascatur addiscas: nullos inuenies nisi. 22. pentagonum senariumq; triangulum. Atq; hoc in cęteris. Nec hunc geniturę ordinem heptagonorū pcreatio refutabit. Nāq; ex sup se hexagōis: ⁊ ex eminꝰ posit triāgulis pcreant. Septē eni heptagonꝰ nascit: ex senario hexagono ⁊ vno ptāte triāgulo. 18. ve-

ro heptagonus ex.15.hexagono et ternario triangulo coniugatur:.et.34.ex.29.scilicet exagono: et senario triangulo:atq3 hoc in cunctis inoffensum reperire licet. Uides ne igitur vt primordium triangulus cunctorum summas efficiat: et omnium procreationibus misceatur:

¶ Pertinens ad figuratorum numerorum descriptionem speculatio. Caplm. 19.

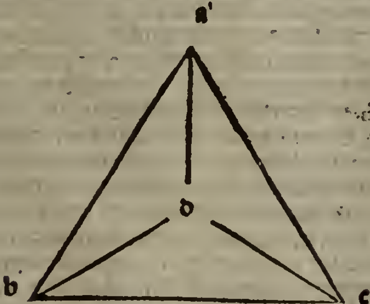
b Si vero omnes si ad latitudinem fuerint compa rati:idest trianguli tetragonis:vel tetragoni pentagonis:vel pentagoni hexagonis vel hi rursus heptagonis:sine aliqua dubitatione triangulis sese superabunt. Nam q3 si ternarium triangulum quaternario vel quaternarium tetragonum quinario:vel quinarium pentagonum senario hexagono:vel senarium septenario heptagono compares:primo se triangulo idest sola transeunt vnitate. At vero si senarius contra nouenarium:vel hic contra.12.vel hic contra.15.vel.5.contra.15.pro inueniendis differentijs comparentur: secundo se triangulo idest ternario superabunt. Decem vero ad.16.et.16.ad.22.et.22.ad.28.et.28.ad.34.si componas:tertio se triangulo vincent idest senario. Atq3 hoc rite notabitur in alijs cunctis sequentibus sese perspectum:omnesq3 se triangulis antecedent. Quare perfecte vt arbitror demonstratum est omnium formarum principium elementumq3 esse triangulum.

¶ De numeris solidis. Ca. 20.

b Hinc vero ad figuras solidas facilior via est. Precognito enim quid in planis numerorum figuris vis ipsa quantitatis naturaliter operetur ad solidos numeros non erit vlla cunctatio. Sicut enim longitudini numerorum aliud interuallum idest superficiem vt latitudo ostenderetur adiecimus:ita nunc latitudini siquis addat eam que alias altitudo:alias crassitudo.alias profunditas appellatur:solidum numeri corpus explebit.

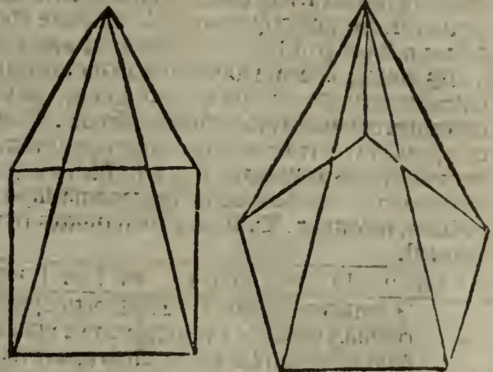
¶ De pyramide quod ea sit solidarum figurarum principium sicut triangulus planarum. Cap. 21.

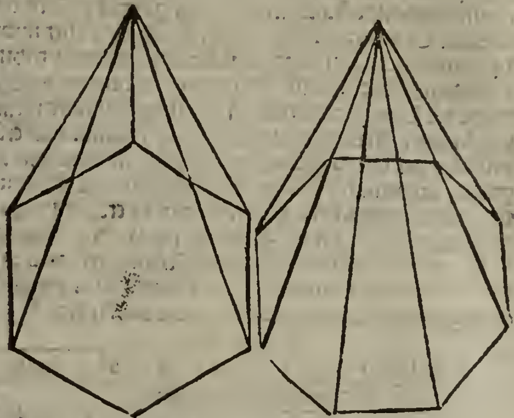
b Uidetur aut quemadmodum i planis figuris triangulus numerus primus est:sic in solidis quod vocatur pyramis,profunditatis esse principium. Quorum quia per ratarum i numeris figurarum necesse est inuenire primordia. Est aut pyramis alias a triangula basi in altitudinem sese erigens:alias a tetragona alias a pentagona: et secundum sequentium multitudines angulorum ad vnum cacuminis verticem subleuata. Posito enim triangulo atq3 disposito:si per tres angulos singule recte linee stantes ponantur:heq3 tres inclinentur vt ad vnum medium punctum vertices iungant:fit pyramis. Que cum a triangula basi profecta sit:tribus triangulis per latera concluditur:hoc modo. Sit.a.b.c.triangulum: si huic igitur triangulo per tres angulos erigantur linee:et ad vnum punctum conuertantur quod est.d.ita vt.d.punctum non sit in plano sed pendens: ille scilicet linee ad ipsum erecte verticem et quod ammodo cacumen.d.facient:et erit basis.a.b.c.vnum triangulum:per latera vero tria triangula idest vnum triangulum.a.d.b.aliud vero.b.d.c.tertium vero.c.d.a.



¶ De his pyramidis que a quadratis vel a ceteris multiangulis figuris proficiscuntur. Cap. 22.

b Item si a tetragona basi proficiscatur:et ad vnum verticem eius linee dirigantur:erit pyramis quatuor triangulorum per latera: vno tamen tetragono in basi posito:super quam figura ipsa fundata est.et si a pentagono surgant quinq3 linee:quinq3 rursus pyramis triangulis continebitur:et si ab hexagono sex triangulis nihilominus:et quantoscunq3 angulos habuerit figura super quam pyramis residet:tot ipsa per latera triangulis continetur. vt in subiectis descriptionibus palam est.





¶ Solidorum generatio numerorum. Ca. 23.

b Iunguntur aut huiusmodi pyramides hoc modo. Prima pyramis de triangulo: secunda pyramis de tetragono:tertia pyramis de pentagono:quarta pyramis de hexagono quinta pyramis de heptagono quinta pyramis de heptagono. Idem in ceteris constat numeris. Nam quia lineares numeros esse diximus:qui ab vno profecti in infinitum currerent vt sunt.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

b His aut ordinatim compositis et i se inuicem cum distantia iunctis superficies nascebantur. Ut si vnum et duo iungeres:primus triangulus nasceretur:idest.3.et cum his adiungeremus tertium.i.ternarium:senarius triangulus rursus occurreret.et post hos tetragoni vno intermisso:pentagoni vero duobus:hexagoni tribus:heptagoni relictis quatuor nascebantur. Nunc vero ad solidorum corporum procreationem:ipse nobis superficies naturaliter figurate peruenient:et ad faciendas quidem pyramidas a triangulo ipsi nobis trianguli componendi sunt. Ad procreandas vero pyramidas a tetragono:tetragoni.ad eas vero que sunt a pentagono : pentagoni copulandi sunt.et ille que sunt ab hexagono vel heptagono non nisi hexagonorum vel heptagonorum copulatione nascentur. Primus ergo potestate triangulus vnitas est:eandemq3 etiam ponemus virtute pyramidam. secundus vero triangulus est ternarius.quem si cum primo coniunxero.i.cum vnitate:quaternaria mihi profunditas pyramidis excrescit. At vero si is tertium senarium iunxero:denaria pyramidis procreabitur altitudo. His si denarium iunxero.20.numerorum pyramis veniet.atq3 ita in cunctis alijs eadem ratio copulationis est.

Trianguli.

1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

Pyramides a triangulis.

1	4	10	20	35	56	84	120	165	220

In hac igitur coniunctione necesse est: vt semper qui vltimus sic coniugatorum numerorum: is quasi quodammodo basis sit. Cunctis enim lateri inuenitur: et qui ante ipsum numeri coniungatur: mi nores esse necesse est: vsqꝫ dum ad vnitatem detractio rata perueniat. que puncti quodammodo et verticis obtineat locum. Namqꝫ in. 10. pyramide super sex additi sunt. 3. atqꝫ vnus. qui senarius superat ternariam quantitate. ipsi vero tres vnum pluralitate transcendunt. qui vnus extremum terminum progressionis offendit. Similis quoqꝫ ratio in ceteris prospici potest: si eorum procreationes diligentius volueris perscrutari. Ille vero que sunt a tetragono pyramides: eadem tetragonorum super se compositione nascuntur. Descriptis enim cunctis tetragonis idest.

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Si vnitatem primam ex hac dispositione presumam erit mihi potestate et vi pyramis ipsa vnitas: nondum etiam opere atqꝫ actu. At sic huic tetragonum superponam idest. 4. nascetur pyramis quinqꝫ numerorum: que duobus tantum numeris per latera positis continetur. Sin vero his sequentes. 9. adiecero: fiet inibi. 14. numerorum forma pyramidis: que per latera tribus vnitatibus concludatur. Atqꝫ huic si sequentem tetragonum. 16. superponam: tricenaria mihi pyramidis forma producitur. In his quoqꝫ omnibus pyramidis: tot erunt vnitates per latera quante in se fuerint numerorum aggregate quantitates. Nam vnitas que prima pyramis est vnum solum idest se ipsam gerit in latere. Quinqꝫ vero que constant ex vno et. 4. duobus per latera designatur et. 14. que ex tribus numeris compositis fit: ternario numero in latere posito constituitur. Hanc autem pyramidum generationem monstrat subiecta descriptio.

Tetragoni.

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Pyramides a tetragonis.

1	5	14	30	55	91	140	204	285	385

Et ad eundem modum cuncte a ceteris multiangulis profecte forme: in altioris summe spacia producuntur. Omnis enim multorum angulorum forma ex sui generis figura vnitati superposita ab vno ingredientibus ad pyramidum constituendas figuras vsqꝫ in infinita progreditur. Et ex hoc equidem apparere necesse est triangulas formas ceterarum figurarum esse principium: quod omnis pyramis a quacunqꝫ basi profecta vel a quadrato vel a pentagono: vel ab hexagono vel ab heptagono vel a quocunqꝫ similium: solis triangulis vsqꝫ ad verticem continetur.

¶ De curtis pyramidis. Capitulum vigesimumquartum.

Scire autem oportet que sunt curte pyramides vel que bis curte: vel que ter curte: vel quater: et deinceps secundum numerorum adiectionem. Perfecta enim pyramis est: que a qualibet basi profecta vsqꝫ ad primam vi et potestate pyramidum peruenit vnitatem. Sin vero a qualibet basi profecta vsqꝫ ad vnitatem altitudo illa non venerit: curta vocabitur. Necqꝫ huiusmodi pyramis tali nuncupatione signatur: si vsqꝫ ad extremitatem punctumqꝫ non venerit. Hec autem est: vt si quis. 16. tetragono adiiciat. 9. atqꝫ huic. 4. et ab vlterioris sese adiectione vnitatis suspendat: pyramidis equidem figura est: sed quoniam vsqꝫ ad cacumen vnitatis non excreuit: curta vocabitur: et habebit summitatem non iam punctum quod vnitas est: sed superficiem: quod est quilibet numerus secundum basis illius angulos porrectus: atqꝫ vltimus aggregatus. Nam si tetragona fuerit basis: quadrata diminutione semper ascendit. et si pentagona basis: similiter. et si hexagona: illa quoqꝫ vltima superficies erit hexagona. Ergo in curta pyramide tot erit angulorum superficies quot fuerit basis. Si vero illa pyramis non solum ad vnitatem extremitatemqꝫ non peruenit: sed nec ad primum quoqꝫ opere et actu multi angulum eius generis cuius fuerit basis: bis curta vocabitur. vt si a. 16. tetragono proficiscens vsqꝫ in. 9. terminum ponat: neqꝫ excrescat ad. 4. et quotcunqꝫ tetragoni defuerint: totiens eam curtam esse dicemus. Ut si vnitas defuerit primus quadratus: curtam quam greci kaoluron vocant. Si vero duobus tetragonis deficit: idest vnitate et eo qui sequitur: vocatur bis curta quam greci dikaoluron appellant. Quod si tribus tetragonis: ter curta dicitur: quam greci trikaoluron nominant: et quotcunqꝫ tetragoni fuerint minus: totiens illam pyramidam curtam esse proponimus. Hoc autem non solum a tetragono pyramidis: sed in omnibus ab omni multiangulo progredientibus speculari licet.

¶ De cubis vel asseribus vel laterculis vel cuneis vel sphericis et paralellipipedis numeris. Capitulum. xxv.

Et de solidis quidem que pyramidis formam obtinent equaliter crescentibus: et a propria velut radice multianguli figura progredientibus dictum est. Est alia rursus quedam corporum solidorum ordinabilis compositio: eorum: qui dicuntur cubi vel asseres: vel laterculi: vel cunei: vel sphere: vel paralellipipedi. que sunt quotiens superficies contra se sunt: et ducte in infinitum nunqꝫ concurrent. Dispositis enim in ordinem tetragonis.

[illegible]	1	4	9	16	25

Quoniam hi solam longitudinem latitudinemqꝫ sortiti sunt et altitudine carent: si per latera solam vnam multiplicationem recipiant: equalem prouehent profunditatem. Nam quatuor tetragonus duos habet in latere: et natus est ex his duobus. Bis enim duo quatuor faciunt. Hos ergo duos ex ipsius latere si multiplices equaliter: cubi forma nascetur. Nam si bis hi nos bis facies: octonaria quantitas crescit: et est primus hic cubus. Nouem vero tetragonus quoniam. 3. habet in latere: et factus est ex tribus in se multiplicatis si enim vnam lateris multiplicationem adiunxeris: rursus alius cubus equali laterum formatione crescit. Ter enim tres si tertio duxeris. 27. cubi figura producitur. Et. 16. qui est ex. 4. si quater augescat: sexaginta quatuor cubus pari laterum dimensione crassabitur. et sequentes quidem tetragoni secundum eundem modum multiplicatione facta prouehuntur. Tot autem necesse est vnitates cubus habeat in latere: quot habuit primus ille tetragonus ex quo ipse productus est. Nam quoniam. 4. tetragonus duos tantum numeros habet in latere: duos quoqꝫ habet octonarius cubus. et quoniam nouem tetragonus tribus per latus vnitatibus figurabant: solo ternario. 27. cubi latus vrgetur. Et quoniam. 16. tetragonus quatuor vnitatum latus habebat: totidem. 64. cubus in latere gestabit vnitates. Quare etiam vi et potestate cubi quod est vnitas vnus erit in latere. Omnis enim tetragonus vna quidem superficies est quatuor angulorum: totidemqꝫ laterum. Omnis autem cubus qui ex tetragonorum superficie in profunditatem corporis creuit: per tetragoni scilicet latus multiplicatus: habebit quidem superficies. 6. quarum singula planitudo tetragono illi priori equalis est. Latera vero. 12. quorum vnumquodqꝫ singulis his que superioris fuere tetragoni equum est. et vt superius demonstrauimus: tot vnitatum est. Angulos vero. 8. quorum singulis sub tribus huiusmodi continetur: quales priores fuere tetragoni vnde cubus ipse productus est. Ergo ex

naturaliter profuso numero: q in subiecta forma descripti sunt subiecti tetragoni nascuntur. & ex his tetragonis q subnotati sunt: cubi prouehuntur.

Numerus naturalis.

1	2	3	4	5	6	7

Tetragoni.

1	4	16	25	36	49	

Cubi.

1	8	27	64	125	216	343.

c Et quoniam omnis cubus ab equilateris quadratis profectus: equus ipse oibus partibus est. Nam & latitudini lõgitudo: & his duobus compar est altitudo. & scdm sex partes: idest sursum deorsum: dextera sinistra: ante: post: sibi equale ee necesse est. huic oppositum contrariũq ee oportebit: qui neq longitudinem latitudini: neq hec duo profunditati gerat equalia: sed cunctis inequalibus quãuis solida figura sit ab equalitate cubi longissime distare videatur. Hi autem sunt: vt siquis faciat bis tres quater: vel ter quater quinquies. & alia huiusmodi que p ineqles spacioꝝ gradus inequaliter prouehuntur. Hec autem forma greco noie scalenos vocat. nos vo gradatã possum⁹ dicere: qd a minore modo velut gradib⁹ crescãt aũt eandem figurã greci qdã spenisicon. Nos aũt cuneũ p ssum⁹ dicere. Etenim quos ad quãlibet illã rẽ con stringendã cuneos formãt: neq latitudinis: neq altitudinis habita ratione: quantũ cõmodũ fuerit: tantũ vel altitudini minuit vel crassitudini, pfunditati sauget. Atq ideo hos plerũq. necesse est oibus partibus inequalib⁹ inueniri. Quidam vero hos bomiscos vocant. id est quasdã arulas que in ionica grecie regione vt ait nichomacus hoc modo formate fuerunt: vt neq altitudo latitudini: neq hec longitudini conuenirent. Vocat aũt aliis quibusdã nominib⁹ que nũc p sequi supuacuũ iudicam⁹. Igr cubi equalib⁹ spacijs se porrigẽtibus: & hu⁹ forme quã dixim⁹ gradata distributõe dispositẽ medietates sunt: neq omnibus inequales. quos greci paralellibipedos vocant. Latini nomen hoc ita vniformiter cõpositum habere nõ possunt. Ut tamen idem pluribus dictũ sit: ea nã que hoc nomine vocatur figura: q̃ alternatim positis latitudinibus continetur.

De parte altera longioribus numeris: eorũq genera tionibus. Capitulum. 26.

b Uiusmodi vero formas quales sunt que vocantur a grecis heteromikeis nos dicere possumus parte altera longiores. quaꝝ figurarum numerus quoq hoc modo diffiniendus est. Parte altera longior est numerus: quem si in latitudinem describas: & ipse quidem. 4. prouenit laterum & .4. angulorum sed non cunctis equalibus sed semper minus vno. Nanq nec latera lateribus cuncta cũctis equa sunt: nec longitudini latitudo: sed vt dictũ est: cum hinc altera ps maior fuerit: vno tñ minorem precedit ac superat. Si enim numerum naturalem disponas in ordinem: & secũdum per primum multiplices: talis nascetur numerus: vel si secundum per tertium: vel si tertium per quartum: vel si quartum per quintum. omnesq hi vnitate tantum addita multiplicentur: nascent parte altera lõgiores. Disponatur enim numerus naturalis.

1	2	3	4	5	6	7

Et tunc quidem hactenus. Siquis igitur faciat vnũ bis faciet duo. Et rursus bis tres faciet. 6. ter quater faciet. 12. quater. 5. faciet. 20. & hoc modo ad eundem ordinem. Quicunq igitur ita facti sunt: procreabuntur parte altera longiores: vt subiecta descriptio docet. In qua ex quibus numeris multiplicati nascuntur parte altera longiores supra ascripti sunt. Qui vero nascuntur subterius. subnotati.

1	2	3	4	5	6
2	6	12	20	30	

De ante longioribus numeris: & de vocabulo numeri parte altera longioris. Capitulum. 27.

e Rgo si ab vnitate tantum discrepent qui multiplicantur: descripti super⁹ numeri protendẽtur. Si vero aliquo numero vt ter septem vel ter qnq vel aliquo modo alio & non eorum latera sola discrepent vnitate: non vocabitur hic numerus parte altera longior: sed ante longior. Alterum. n. apud pythagoram vel sapientie eius heredes nulli alij nisi tãtum binario ascribebatur. Hunc alteritatis principium esse dicebant. Eandem autem naturam & semper sibi similem consentientemq nullam aliam nisi primeuam ingenitatamq vnitatem. Binarius autem numerus primus est vnitati dissimulis: idcirco qd primus ab vnitate disiũgitur: atq ideo alteritatis cuiusdam principium fuit: qd ab illa prima & semper eadem substantia sola tantum est vnitate dissimilis. Merito ergo dicentur hi numeri parte altera longiores: quod eorum latera vnius tantum se se adiecta numerositate precedũt. Argumentum est autem alteritatem in binario numero iuste constitui: quod non dicitur alterum nisi e duob⁹ ab his in quos bene loquendi ratio non negligitur. Amplius quod impar numer⁹ sola vnitate perfici monstratus est: par vero sola dualitate idest solo binario numero. Nam cuiuscũq medietas ẽ vnus: ille impar est. cui⁹ vero. 2. hic paritate recepta: in gemina equa distingitur. Quare dicendum est imparem numerum eiusdem atq in sua se natura tenentis imutabilisq substantie esse participem: idcirco quod ab vnitate formetur: parem vero alterius plenum esse nature: idcirco quod a dualitate completur.

Quod ex imparibus quadrati: ex paribus parte altera longiores fiant. Capitulum. 28.

a Et vero positis in ordinem ab vnitate imparibus: & sub his a dualitate paribus descriptis coacervatio imparium tetragonos facit: coacervatio parium superiores efficit parte altera lõgiores. Quare quoniam tetragonorum hec natura est vt & ab imparib⁹ procreentur: qui sunt vnitatis participes idest eiusdem imutabilisq substantie: cunctisq partibus suis equales sint: quod & anguli angulis: & latera laterib⁹ & longitudini compar est latitudo: dicendum est huiusmodi numeros eiusdem nature atq inmutabilis substantie participes. Illos vero numeros quos parte altera longiores paritas creat: alterius dicimus esse substantie. Nam quemadmodum vn⁹ a duobus vno tantum alter est: sic horum latera a se tantum vno sunt altera: & vna tantum differunt vnitate. Quare disponantur in ordinem omnes ab vno impares: & sub his omnes a binario numero pares.

1	3	5	7	9	11	13
2	4	6	8	10	12	14

Si ergo princeps imparis ordinis vnitas: que
c ipa qdem effectrix z quodāmodo forma quędam
est imparitatis. Quę in totum eiusdem nec muta
bilis substantię est: vt cum vel seipsam multiplicauerit:
vel in planitudine vel in profunditate: vel si alium quēli
bet numerum per seipsam multiplicet: a prioris quanti-
tatis forma non discrepet. Nāqz si vnum semel facies vel
si semel vnum semel: vel si duo semel: vel si tres semel: vl
si quatuor semel: vel si quēlibet alium numerum multi-
plicet: a quātitate sua is quem multiplicat numer⁹ non
recedit. quod circa alium numerum non potest inueniri.
Paris vero ordinis binari⁹ numerus princeps est. quę
dualitas cum in eodem ordine paritatis sit: tum principi
um totius est alteritatis. Nāqz si seipsam multiplicet vl
per latitudinem vel etiam profunditatem: vel si quē nu
merum in sua conglobet quātitatem: continuo alter exori
tur. Nam bis duo vel bis duo bis si facias: vel bis tres
vel bis. 4. vel bis. 5. vel quēlibet aliuz multiplicet: qsqs
hinc nascitur ali⁹quam primo fuerat inuenitur. Nascū
tur autem ex superiore descriptione z ex primo ordie oēs
tetragoni hoc modo. Unum enim si respexeris: prim⁹ po
testate tetragonus est. Sin vero vnum trib⁹ coaceruau
eris. 4. tetragonus exoritur. Huic si quinarium iungaz
nouenarius rursus occurrit. Huic si copules. 7. 16. qua-
drati forma se suggerit. Idemqz si i cęteris facias omnes
competenter quadratos videas procreari. At vero ex se-
cundo paritatis ordine idem cuncti parte altera lōgiores
fiunt. Nāqz si duos primos respexero: huiusmodi mihi
numerus occurrit qui fit ex bis vno. Cum vero duobus
sequentes. 4. iūxero: parte altera longior rursus erit sena
rius scz qui fit ex bis tribus. Cui si sequentem aggrega-
uero nascetur mihi duodenaria forma: que fit ex quater tri
bus. Quod si continuatim quis faciat cunctos huiusmo
di numeros i cōpetenti ordine procreatos videbit. Quā
descriptionē scz inferior forma demonstrat.

Radices.				
1	1.3.	1.3.5.	1.3.5.7.	1.3.5.7.9.
Tetragoni idest quadrati.				
1	4	9	16	25
Radices.				
2	2.4.	2.4.6.	2.4.6.8.	2.4.6.8.10.
Parte altera longiores.				
2	6	12	20	30

De generatione laterculorum eorumqz diffinitione. Capitulum. 29.

Uos autem superi⁹ laterculos dixim⁹: que sūt
q z ipę qdem solidę figurę hoc modo fiunt. Quo
tiens ęqualibus spacijs in longitudinem latitu
dinemqz porrectis: minor his additur altitu-
do. Ut sunt huiusmodi. 3. ter bis. qui sunt. 18. vel. 4. q̄
ter bis vel alio quolibet modo. vt bis in longitudinez la
titudinemqz ęquis minor altitudo ducatur. Hi definiū-
tur hoc modo. Laterculi sunt qui fiunt ex ęqualibus eq̄-
liter in minus. Asseres vero z ipsę quidez figurę sunt so
lidę: sed hoc modo vt ex ęqualibus ęqualiter ducantur
in maius. Nam si equa fuerit latitudo longitudini z ma
ior sit altitudo: illę figurę a nobis asseres: a grecis docides
nominantur. vt si quis hoc modo faciat. 4. quater. noui-
es: qui inde procreantur asseres nominati sunt. Sphenì
sci vero quos cuneolos superius appellauimus hi sunt
qui ex inęqualibus inęqualiter ducti per inęqualia creue
re. Cubi vero qui ex ęqualibus ęqualiter per ęqualia pro
ducti sunt.

De circularibus vel sphericis numeris. Capitulum 30.

Ipsorum vero cuborum quāticūqz fuerit ita
t ducti: vt a quo numero cubicę quātitatis lat⁹
coeperit in eundez altitudinis extremitas terminetur: nu
merus ille ciclicus vel sphericus appellatur: vt sunt mul
tiplicationes que a quinario vel senario proficiscuntur.
Nam quinquies quinqz qui fit. 25. ab. 5. progressus in
eosdem. 5. desinit. Et si hos rursum quinquies ducas: i
eosdem. 5. eorum termin⁹ veniet. Quinges enim. 25. fiūt
125. z si hos rursus quinges ducas: in quinarium nume-
rum extremitas terminabitur. Atqz hoc vsqz in infinitū
idem semper euenit. Quod in senario quoqz conuenit cō
siderari. Hi autem numeri idcirco ciclici vel spherici vo-
cantur: quod sicut spera vel circulus in proprij semper prī
cipij reuersione formātur. Est enim circulus posito quo
dam puncto z alio eminus defixo: illi⁹ puncti qui emin⁹
fixus est ęqualiter distans a primo puncto circūductio: z
ad eundem locum reuersio vnde moueri coeperat. Sphe
ra vero est semicirculi manente diametro circūductio z ad
eundem locum reuersio vnde reuersio vnde prius coeperat
ferri. Unitas quoqz virtute z potestate ipsa quoqz circu-
lus vel sphera ē. quotiens enim punctum in se multipli
caueris: in seipm̄ vnde coeperat terminatur. Si enim fa
ciat semel vnum vnus redit. z si hoc rursus semel idem
est. Igitur si vna fuerit multiplicatio solam planitudinez
reddit: z fit circulus. Si scda: mox sphera conficitur. Et-
enim secunda multiplicatio effectrix semper est profundi-
tatis. Ex. 5. igitur z. 6. paucas huiusmodi formas sub-
scripsimus.

1	5	6
1	25	36
1	125	216
1	625	1296
1	3125	7776

De natura rerum que dicitur eiusdem naturę z de ea que dicitur alteri⁹ naturę. z qui numeri cui naturę coniūcti sunt. Capitulum. 31.

De solidis quidem figuris hęc ad presens
a dicta sufficiant. Qui autem de natura rez pro
pinquis inuestigantes rationibus: quiqz in
matheseos disputatione versati: quid in qua-
qz re esset proprium subtilissime peritissimeqz ediderunt:
hi rerum omniuz naturas in gemina diuidentes hac spe
culatione distribuunt. Dicunt enim omnes omnium re
rum substantias constare ex ea que proprię suęqz semper
habitudinis est nec vllo permutatur. z ea scz natura que
variabilis motus est sortita substantiam. Et illam pmo
īmutabilem naturam vnius eiusdēqz substantię vocāt.
Hanc vero alterius scz quod a prima illa immobili disce
dens prima sit altera. Quod nimirum ad vnitatem perti
net: z ad dualitatem. qui numerus prim⁹ ab vno disce-
dens alter factus est. Et quoniam cuncti secundum vni-
tatis speciem naturamqz impares numeri formati sunt:
quiqz ex his coaceruatis tetragoni fiunt duplici mō eius
dem substantię participes esse dicuntur: quod vel ab ęq̄
litate formantur tetragoni: vel coaceruatis in vnum nu
meris imparibus procreantur. Illi vero qui sunt pares:
quoniam binarij numeri formę sunt: quiqz ex his coacer
uati collectiqz in vnam congeriem parte altera longiores
numeri nascuntur: hi secundum ipsi⁹ binarii numeri na-
turam ab eiusdem substantię natura discessisse dicuntur.
putaturqz alterius naturę esse participes: idcirco quoniā
cum latera tetragonoruz ab ęqualitate progressa in ęqua
litatem proprię latitudinis ambitum tendant: hi adiecto
vno ab ęqualitate laterum discesserunt: atqz ideo dissimi
libus laterib⁹ z quodāmodo alteris a se coniunguntur.
Quare nobis notum est quod ex his ea quę sunt in hoc
mundo coniuncta sunt. Aut enim proprię immutabilis
eiusdemqz substantię est quod deus vel anima vel mēs
est: vel quodcūqz proprię naturę incorporalitate beatur
aut mutabilis variabilisqz naturę: quod corporib⁹ indu
bitanter videm⁹ accidere. Unde nunc nobis monstran-

dum est: hac gemina numerorum natura quadratorum sci licet et parte altera longiorum: cunctas numeri species cunctasque habitudines vel relate ad aliquid quantitatis: ut multiplicium vel superparticularium et ceterorum. vel ad seipsam considerate: ut formarum quas dudum in superiore disputatione descripsimus informari. ut quemadmodum mundus ex imutabili mutabilique substantia: sic omnis numerus ex tetragonis que imutabilitate perficiuntur: et ex parte altera longioribus que mutabilitate participant probetur esse coniunctus. Et primo quidem distribuendum est qui sunt hi quos promecas vocant: idest anteriore parte longiores. vel qui quos heteromikeis idest parte altera longiores. Est enim parte altera longior numerus: quicunque unitate tantum lateri crescit adiecta. ut sunt 6. scilicet bis .3. vel .12. tres quater. et consimiles. Anteriore vero parte longior est: que sub duobus numeris huiusmodi continetur: quorum latera non possidet unitatis differentia: sed aliorum quorumcunque numerorum. ut ter. 5. vel ter sex: vel quater .7. Quodammodo enim longitudine in proliciorem modum porrecta merito anteriore parte longior dicitur. Cur autem parte altera longiores numeri dicantur: supra iam dictum est. Quadrati vero quoniam equam latitudinem longitudini gerunt: proprie longitudinis vel eiusdem latitudinis aptissime vocabuntur. ut bis .2. ter 3. quater .4. et ceteri. Parte altera vero longiores: quod non eadem longitudine tendantur: alterius quodammodo longitudinis: et parte altera longiores vocantur.

¶ Quod omnia ex eiusdem natura et alterius natura consistunt: idque in numeris primum videri. Capitulum. 32.

Omne autem quicquid in propria natura substantia que est imobile: terminatum definitumque est quippe quod nulla variatione mutetur: nunquam esse desinat: nunquam possit esse quod non fuit At hec unitas sola est: et que unitate formantur: comprehensibilis et determinate et eiusdem substantie esse dicuntur. Ea vero sunt que vel ab equalibus crescunt velut quadrati vel quos ipsa unitas format: idest impares. At vero binarius et cuncti parte altera longiores: quia a finita substantia discesserunt: variabilis infinitique substantie nominantur. Constat ergo numerus omnis ex his que longe disiuncta sunt atque contraria: ex imparibus scilicet et paribus. Hic enim stabilitas: illic instabilis variatio. hic imobilis substantie robur: illic mobilis permutatio. hic definita soliditas hic infinita congeriis multitudinis. Que scilicet cum sint contraria: in unam tamen quodammodo amicitiam cognationemque miscentur: et illius unitatis informatione atque regimento unum numeri corpus efficiunt. Non ergo inutiliter neque improuide qui de hoc mundo deque hac communi rerum natura ratiocinabantur: hanc primam totius mundi substantie diuisionem fecerunt. Et plato quidem in timeo eiusdem nature et alterius nominat quicquid in mundo est. atque aliud in sua natura permanere putat indiuiduum inconiunctumque et rerum omnium primum. alterum diuisibile et nunquam in proprio statu ordinis permanens. Phylolaus vero necesse est inquit omnia que sunt vel infinita vel finita esse. Demonstrare scilicet volens omnia quecunque sunt ex his duobus consistere. aut ex infinita scilicet esse aut ex finita: ad numeri sine dubio similitudinem. Hic enim ex uno et duobus et impari atque pari coniungitur. Que manifesta sunt equalitatis atque inequalitatis: eiusdem atque alterius: definite atque indefinite esse substantie. Quod videlicet non sine causa dictum est: omnia que ex contrariis consisterent: armonia quadam coniungi atque componi. Est enim armonia plurimorum adunatio et dissentientium consensio.

¶ Ex eiusdem atque alterius numeri natura qui sunt quadratus et parte altera longior omnes proportionum habitudines constare. Capitulum. 33.

Isponantur ergo in ordinem non iam pares atque impares ex quibus quadrati vel parte altera longiores fiunt: sed hi ipsi qui illis coacervatis in unumque redactis et quadrati et parte altera longiores prodeunt. Ita enim videbimus istorum quendam consensum et ad ceteras numeri partes procreandas amicitiam: ut non sine causa hoc in omnibus rebus ab numeri specie natura rerum sumpsisse videatur. Sint igitur duo versus tetragonorum ab unitate ductus: et a binario numero parte altera longiorum.

1	4	9	16	25	36	49
2	6	12	20	30	42	56

Horum igitur si primum compares primo dupli quantitas inuenitur: que est prima multiplicitatis species. Si vero secundum secundo: hemiolie quantitatis habitudo producitur. Si tertium tertio: sesquitertia proportio procreatur: Si quartum quarto: sesquiquarta. et si quintum quinto: sesquiquinta. Et hinc superparticularium normam in quamuis longissimum spacium progrediens: integram inoffensamque reperies. Ita ut in prima dupli proportione unitatis solius sit differentia. Duo namque ab uno sola semper discrepant unitate. In sesqualtera vero duorum est differentia. in sesquitertia trium. in sesquiquarta .4. et deinceps secundum superparticulares formas numerorum: quod ad differentia attinet: uno tantum crescit adiecto numerum explicans naturalem.

Dupla — 1 / 2
sesqualtera — 4 / 6
sesquitertia — 9 / 12
sesquiquarta — 16 / 20

In vero secundum tetragonum primo parte altera longiori compares: et tertium secundo: et quartum tertio: et quintum quarto easdem rursus proportiones effici pernotabis quas in superiore forma descripsimus. Sed hic differentie ab unitate non inchoant: sed a binario numero in infinitum per eosdem calculos progrediuntur. Eritque secundus primi duplus. tertius secundi sesqualter. quartus tertii sesquitertius. secundum eandem conuenientiam que superius demonstrata est.

Dupla — 4 / 2
sesqualtera — 9 / 6
sesquitertia — 16 / 12
sesquiquarta — 25 / 20

Versus quadrati inuicem imparibus differunt: parte altera longiores paribus.

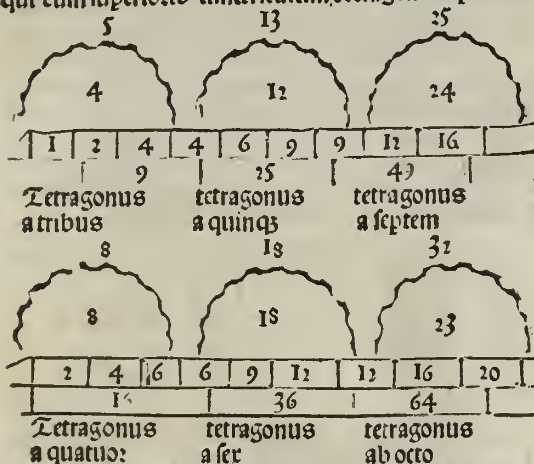
Differentie impares.						
	3	5	7	9	11	13
1	4	9	16	25	36	49
Quadrati.						
Differentie pares.						
	4	6	8	10	12	14
2	6	12	20	30	42	56
Parte altera longiores.						

Et vero si inter primum et secundum tetragonum primum parte altera longiorem ponimus: ad utrosque eos una proportione coniungitur. In utrisque enim proportionibus dupli multiplicitas inuenitur. Sin vero inter secundum tertiumque tetragonum secundum

dum parte altera longiorem ponas sesqualterę comparationis ad vtrosq3 forma componitur. Et si inter tertiu3 ⁊ quartum tetragonum tertia parte altera longiorem constituas: sesquitertia spēs nascetur ⁊ idem si in cunctis feceris: cūctas superparticulares spēs īuenire miraberis.

Tetragoni	Parte altera longiores	Tetragoni	
primus	primus	secundus	
1	2	4	duplus
2us	2us	3us	
4	6	9	sesqualter
3us	3us	4us	
9	12	16	sesquitertius
quartus	quartus	quintus	sesquiquartus
16	20	25	

Et ad eundem modum in ceteris conuenit intueri. Rursus si ponantur duo tetragoni ex superius descriptis: idest primus ⁊ secundus: ⁊ in vnū colligantur: ⁊ medius eorum parte altera longior bis multiplicetur: tetragonus fit. Nāq3 vnus ⁊.4. si iungantur. 5. faciunt. eorum binarius parte altera longior si bis ducatur: quatuor faciunt. qui iuncti. 9. sine vlla dubitatione conficiunt qui est numerus quadratus. Et ad eundē modum in alijs hoc modo dispositis numeris quos supra descripsimus idem constat intelligi. Si vero conuertas ⁊ inter duos primum ⁊ secundum parte altera longiores secundum tetragonum ponas: qui in ordine quidem secundus est: sed actu ⁊ opere primus. ex duobus parte altera longioribus congregatis: ⁊ bis multiplicato medio tetragono: rursus tetragonus conficitur. Nanq3 inter. 6. ⁊ binarium numerū qui sunt primus ⁊ secūdus partes altera lōgiores si ponatur quaternarius ordine secundus: primus actu tetragonus: ⁊ coniungantur duo ⁊ sex faciunt. 8. Tum si bis ducantur medij quatuor faciunt rursus octonariū qui cum superioribus iuncti sedecim tetragonum pandūt.



Illud quoq3 nō oportet minore admiratione suscipere: quod secūdum proprias naturas: vbi altrinsecus duo tetragoni stant: ⁊ vnus parte altera longior in medio ponitur: tetragonus q nascitur ille semp ab impari procreatur. Nā ex superioribus vno ⁊.4. ⁊ bis multiplicato binario: factus est nouenarius tetragonus. q sc3 a tribus procreatur. Ter enī tres. 9. faciūt. qui ternarius impar est numerus. Et sequēs q ex quatuor ⁊. 9. ⁊ bis multiplicato senario coniunctus est. 25. tetragonus: ⁊ ipse ex impari quinario nascitur continenti post ternarium. Quinquies enī quinq3. 25. procedunt. ⁊ quinarius post ternarium impar est numerus. Et in sequenti quoq3 eadem ratio est. Nā qui ex. 9. ⁊. 16. ⁊ bis ducto. 12. quadratus. 49. producitur: ille a septenario impari fit post quinarium continenti. Septies enim. 7. 49. creant. At vero vbi duo altrinsecus parte altera longiores vnū medium tetragonum claudūt omnes ex his q fiunt tetragoni a paribus producuntur. Nam qui ex duobus ⁊. 6. parte altera longioribus ⁊ quaternario bis multiplicato. 16. tetragonus factus est: ille a q̄ternario numero idest pari producitur. Quater enim. 4. 16. sunt. Et in sequēti quoq3 ordine vbi ex senario ⁊ duodecim ⁊ bis in suē summam ducto nouenario. 36. fiunt: ex continenti pari senario copulantur. Sex enim sexies. 36. restituunt. Nec minus in eandem rōnem cadet ex. 12. ⁊ 20. ⁊ bis. 16. factus. 64. tetragonus. Hic enim ex octonario continenti post senarium nascitur. Octies enī3 octo. 64. tetragonum iungūt. Et in alijs quoq3 secūdum eundem modū si idē facias rōnis ordo non discrepat.

¶ Quod ex quadratis ⁊ parte altera longioribus omnis formarum ratio consistat. Capitulum. 34.

Illud vero quod ex his duobus tota oīum formarum videt orta prolatio: non minore consideratione notandum est. Nāq3 trianguli q cunctas alias formas sicut superius docuimus collecti producunt: his iūctis velut ex quibusdā3 elementis oriunt. Nāq3 ex vno primo tetragono ⁊ binario primo parte altera longiore ternarius triangulus copulat. Et ex binario vel quaternario: idest ex secundo tetragono senarius triangulus pcreat. Ex quaternario quoq3 ⁊ senario: denarius triangulus nascitur. Et ad eundem ordinem cuncta triangulorum ratio constabit. Disponantur enim alternatim inter se tetragoni ⁊ parte altera longiores. qui vt melius pernotarent: prius in duobus eos versibus disposuimus post autem eosdem permiscuimus. ⁊ qui exinde trianguli nascerentur ascripsimus.

Tetragoni.

1	4	9	16	25	36	49	46	81

parte altera longiores.

2	6	12	20	30	42	56	72	90

tetragoni ⁊ altera parte longiores alternati.

1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36	42
3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	

Trianguli.

¶ Quemadmodum quadrati ex parte altera longioribus vel parte altera longiores ex quadratis fiant. Capitulum. 35.

Omnis vero tetragonus si ei proprium latus addatur: vel eodem rursus dematur: parte altera longior fit. Nāq3. 4. tetragono si quis duo iungat: vel duo detrahat. 6. addendo perficiet ⁊ duo detrahendo. at vterq3 figuram continet parte altera longiorem quę sc3 magna est alteritatis vis. Omnis enim infinita ⁊ indeterminata potentia: ab ęqualitatis natura: ⁊ a suis se finibus continēti substantia discedens: aut in maius exuberat aut ī minore decrescit.

¶ Quod principaliter eiusdem quidem sit substātię vnitas: secūdo vo loco impares numeri: tertio quadrati. ⁊ qd principaliter dualitas alterius sit substantię: secūdo vo loco pares numeri: tertio pte altera longiores. Cap. 36.

Constat igitur primo quidem loco vnitatem proprie imutabilisq3 substantię eiusdēq3 naturę: dualitatem vo primam alteritatis mutationisq3 esse principium. Secundo vo loco omnes impares numeros propter vnitatis cognationem eiusdem atq3 imutabilis substantię eē participes: pares vo ob binarij numeri consortium alteritatibus esse permixtos. Tetragonos quoq3 ad eūdem modum considerari manifestum est. Naz quod eorum compositio ⁊ coniunctio ex imparibus fit: immutabili eos naturę pronunciabo coniunctuos. Quod vero parte altera longiores ex copulatione pariū pcreant: nunq3 ab alteritatis varietate separant.

¶ Alternatim positis quadratis ⁊ parte altera longioribus qui sit eorum consensus in differentia ⁊ in proportione. Capitulum. 37.

i Llud igitur perspiciendum est: quod si idem te tragoni ⁊ parte altera longiores disponantur: ita vt alternatim sibi permixti sint: tanta ibis est coniunctio vt alias sibi in eisdem proportionibus cõmunicent: discrepent autem differentijs. Alias vero differentijs pares sint: proportionibus distẽt. Disponantur enim in ordinem idem illi superiores tetragoni: ⁊ parte altera longiores ab vno.

1	2	4	6	9	12	16	20	25	30

e Rgo in superiore formula hoc maxime intuẽdũ est. Nãq3 inter vnu3 qui est tetragonus ⁊ .2. dupla proportio est. inter .2. ⁊ .4. dupla. Hic ergo tetragonus cum parte altera longiore: atq3 hic cum sequente tetragono: eadem proportione iunguntur: differentijs vero non isdem. Hanc q3 duorum atq3 vnius sola vnitas differentia est: sed idem duo a quaternario solo binario relinquuntur. Rursus si .2. ad .4. speculeris dupla est proportio. si quatuor ad sex habitudinem sesqualtera3 recognosces. Hic ergo in proportionibus discrepant ĩ differentijs pares sunt. Nãq3 ⁊ quatuor a duobus ⁊ .6. a q̃tuor eodem binario distant. In sequentib⁹ etiam eodem modo sicut in primis fuit: ratio constat. Nam eade3 proportio est: differentijs non eisdem. Na3 .4. ad .6. ⁊ sex ad nouem sesqualtera proportioñe iunguntur. 6. autem quaternarium duob⁹. 9. vero senarium tribus pr̃tereunt. In sequentib⁹ etiam eadem ratio speculabitur. ⁊ semper alternatim nunc quidem eędem proportiones: alię differentię sunt. nũc autem ordine permutato: hisdem differẽtijs alię proportiones. Semperq3 in quibus differunt secũdum naturalis numeri ordines tetragoni ⁊ parte altera longiores sese superabunt: tantum quod geminatã sũmulis naturalis numeri fit progressio. Quod mirum videri non debet. nos enim ipas summas tetragonorum et parte altera longiorum geminamus ad primas secundasq3 proportiones.

1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36
1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	

Differentię.

e ędem quoq3 quoq3 differentię mirabilem in modum a toto per sequentes partes ⁊ per easde3 vnitates quibus superius creuerunt progrediuntur Nãq3 inter vnum ⁊ duo tantum vnitas intercedit: quę vnitati cui ęqualis est totũ ẽ binarij vo medietas. Eodem modo inter .2. ⁊ .4. tantũ duo sunt. q binarij totum sunt: quaternarij medietas. Inter quaternarium vero ⁊ senarium idem duo sunt: ad quaternariu3 medietas: ad senarium ps tertia. Tres vo q sequunt qui inter. 6. ⁊ 9. constituti sunt medij: sunt quidem senarij dimidium: ps vo tertia nouenarij. Et rursus ternari⁹ qui nouenarij tertia ps est: duodenarij quarta est. ⁊ ad eundem modum vsq3 in finem descriptionis geminatis huiusmodi partibus sicut ipa quoq3 summaꝝ comparatio geminata est: ęquas partium progressiones aspicies.

Probatio quadratos eiusdẽ eẽ naturę. Ca. 38.

i Llud aũt apertissimũ signum est oẽs tetragonos imparibus esse cognatos: quod in omni dispositione ab vno vel in duplicib⁹ vel in triplicibus talis naturę ordo conscritur vt nũquam nisi secundum imparẽ locum tetragonus inueniat. Disponamus enim in ordinẽ numeros: primo quidem duplos: deinde triplos.

1	2	4	8	16	32	64	128	256
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561

s I igitur in vtrisq3 versib⁹ primos aspicias: singulos quos inuenis quoniam tetragoni sunt: in impare loco sunt constituti: quoniam primi sunt. Si vero tertium locum respexeris. 4. ⁊ .9. notabis: quorum hic a duob⁹ proficiscit: illum ternarius creat. qui sũt loco impari constituti. Quintum deinde si videas locu3 16. ⁊ .81. respicies. sed vnus a quaternario nascit: alteru3 nouenari⁹ creat. Et si nonũ locum rursus aspicias: tetragonos pnotabis. 256. 6561. quorum supior fit a. 16. inferior vo ab. 81. Idem si in infinitum facere libeat indiscrepanter incurrit.

Cubos eiusdem participare substantię quod ab ĩparibus nascantur. Caplm. 39.

i Psi vo cubi q quãquã tribus interuallis sublati sint: tamen propter ęqualem multiplicationem participant imutabilis substãtię: eiusdemq3 naturę sunt socij: non aliorum quã imparium coaceruatione produnt nunquã vero pariũ. Nã si omnes ab vnitate impares disponantur: iũcti figuras cubicas explicabunt.

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21

i N his igitur qui prim⁹ est potestate ⁊ virtute primum cubum facit. Iuncti vo duo qui sequunt ternari⁹ scil3 ⁊ quinarius secundum efficiunt cubum: qui est octonarius. Iuncti autem .3. qui sequuntur septenarius nouenariusq3 ⁊ .11. cubum faciunt: q .27. numero contineẽ qui est tertius. Et sequẽtes quatuor quartum. ⁊ qui sequuntur .5. quintum. ⁊ ad eundem modum quotus quisq3 cubus efficitur: tot coniunctione impares apponuntur. Hoc autem diligentius subiecta descriptio docet.

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1			8			27		64	
primus ab vno		secundus a bis duobus bis			tertius a ter tribus ter		quart⁹ a quater quatuor quater		

De proportionalitatibus. Capitulu3. 40.

e T de his quidem sufficienter dictum est. nunc res admonet quędam de proportionibus disputantes quę nobis vel ad musicas speculationes: vel ad astronomicas subtilitates: vel ad geometricę considerationis vim: vel etiam ad veteꝝ lectionum intelligentiam prodesse possint: arithmetica introductione cõmodissime terminare. Est igiẽ proportionalitas duarum vel trium vel quotlibet proportionum assumptio ad vnum atq3 collectio Ut autem cõmuniter definiamus: proportionalitas est duarum vel plurium proportionum similis habitudo: etiam si non eisdem quantitatibus ⁊ differentijs constitutę sint. Differentia vo est inter numeros quãtitas. Proportio est duorum terminorum ad se inuicem quędam habitudo ⁊ quasi quodã modo continentia. Quorum compositio quod efficit: proportionale est. Ex iunctis enim proportionibus proportionalitas fit: In tribus autem terminis minima proportionalitas inuenit. fit etiam in plurib⁹ sed longior. vt binarius ad vnum quonia3 duo sunt termini: duplã obtinet proportionem. sin vero quatuor contra .2. impares: ⁊ hic quoq3 dupla proportio est. quos tres terminos si continue consideres: ex duabus proportionibus fit proportionalitas. Et est proportionalitas: vnum ad duo: ⁊ duo ad quatuor. Est enim proportionalitas vt dictum

est collectio proportionum in vnum que redactio. fit etiam et in longioribus. Nam si quatuor illis octo velis adiungere: et bis.16.et bis.32.et deinceps duplos qui sequuntur: fit in omnibus dupla proportionalitas ex proportionibus duplis. Igitur quotiens vnus atq3 idem terminus ita duobus circum se terminis cõmunicat: vt ad vnum dux sit, ad alium comes: hec proportionalitas continua vocatur: vt vnus duo quatuor. Est enim equalitas in his proportionis. et quemadmodum sunt.4. ad.2. sic sunt duo ad vnum. Et rursus quemadmodum vnus ad duo: sic duo ad quatuor. Et secundum quãtitatem quoq3 numeri eodẽ modo est. Quãtum enim tres superant binarium: tantum binarius vnitatem. et quãtum vnus a duobus minor est: tantum binarius a ternario superatur. Sin vero alius ad vnum refertur terminus: alius vero ad alium: necesse est habitudinem disiũctam vocari. Ut ad equalitatem quidem proportionis sunt.1.2.4.8. Sic enim sunt quemadmodum duo ad vnum: sic octo ad quatuor. et conuersim quemadmodum vnus ad duo: sic quatuor ad octo. Et permutatim quemadmodum quatuor ad vnum sic octo ad binarium. Secundum quãtitatem vero numeri: vt sunt.1.2.3.4. quantum enim vnus a duobus vincitur: tantum ternarius a quaternario superatur. Et quantũ duo vnũ vincunt: tanto ternariũ quaternarius transit. Permixti etiam quanto vnus tribus minor est tanto binarius quaternario. vel quanto ternarius vnitatem superat: tãto binarium transgreditur quaternarius.

Que apud antiquos proportionalitas fuerit: q̃s posteri addiderint. Capitulum. 41.

c Onsesse quidem et apud antiquiores note: queq3 ad pythagore vel platonis vel aristotelis scientiam peruenerint: he tres medietates sũt arithmetica: geometrica: armonica. Post q̃s proportionum habitudines tres alie sunt que sine nomine quidem feruntur. Uocantur autem quarta: quinta: vel sexta. que superius dictis opposite sunt. At vero posteri propter denarij numeri perfectionem quod erat pythagore complacitus: medietates alias quatuor addiderunt: vt in his proportionalitatibus denarie quantitatis corpus efficerent. Secundum quem numerum et priores quinq3 habitudines comparationesq3 descripte sunt: vbi quinq3 maioribus proportionibus quos vocauimus duces: minores aptauimus alios terminos quos comites diximus. Inde etiam in aristotelica atq3 archyte prius.10. predicamentorum descriptione: pythagoricum denarium manifestum est inueniri. Quando quidem et plato studiosissimus pythagore secundum eam disputationem diuidit et archytas pythagoricus ante aristotilem licet quibusdam sit ambiguum decem hec predicamenta constituit. Inde etiam.10.membrorum particule. inde alia permulta que omnia persequi non est necesse.

Quod primum de ea que vocatur arithmetica proportionalitate dicendum est. Cap. 42.

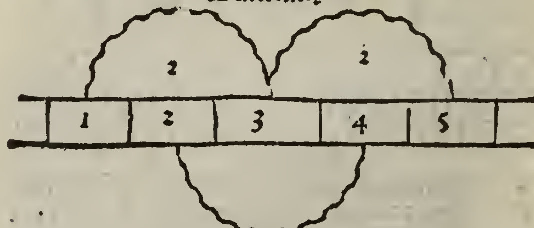
n Unc vero de proportionalitatibus deq3 medietatibus dicendum est. Et primum quidẽ de ea medietate tractabimus: que secundum quãtitatis equalitatem neglecta proportionis parilitate constitutorum terminorum habitudines seruat. In his autem quãtitatibus medietas ista versatur: inq3 his speculanda est: in quibus a seipsis termini differũt. Quid autem esset differentia terminorum superius diffinitum est. Hanc autem esse arithmeticam medietatẽ numerorum ipsa ratio declarabit: quoniam eius proportio in numeri quantitate consistit. Que igitur causa est huiusmodi terminorum habitudinem idest arithmeticam cunctis alijs proportionalitatibus ante ponere: primum quod hanc nobis in principio ipsa numerorum natura et vis naturalis quãtitatis opponit. Huiusmodi enim proportiones queq3 ad terminorum differentias pertinent: vt paulo post demonstrabitur: in naturalis primũ numeri dispositione cognoscimus. Deinde quod superiore libro disputantibus nobis apparuit arithmeticã vim geometrica atq3 musica eẽ antiquiorem: et quod illa ab has simul inferre: suo lata vero perimeret. Quare ordie dispu tatio progredietur: si ab ea prius incboandum sit medietate: que in numeri differentia non in proportionis speculatione versatur.

De arithmetica medietate eiusq3 proprietatibus. Capitulum. 43.

a Rithmeticam medietatem vocamus: quotiẽs vel tribus vel quotlibet terminis positis: eq̃lis atq3 eadem differentia inter omnes dispositos terminos inuenitur. In qua neglecta proportionis equalitate terminorum tantum differentiarũq3 speculatio custoditur. vt.1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.

i N hac enim naturalis numeri dispositione: si quis continuatim differentias terminorum curret aspicere: secundum arithmeticam medietatem equa terminorum inter se discrepantia est. Equales enim sunt differentie: sed eadem proportio atq3 habitudo non est. Si igitur in tribus terminis considerata sit: continua proportionalitas dicitur. Sin vero hic alius dux et alius comes: illic vero vtriq3 sint alij: vocabitur disiuncta medietas. Si igitur in tribus tantum terminis secundã cõtinuam medietatem conspexeris: vel in quatuor: vel in quotlibet alijs secundum disiunctam: easdem semper differentias terminorum videbis: tantum solis proportionibus permutatis. Id si in vno quis nouerit reliqua eius ratio non latebit. Sit continua medietas.1.2.3. Hic vnus a duobus et.2.a tribus solis tantum singulis distant. et sunt eedem differentie proportiones vero alie. Nanq3 duo ad vnum duplus est. tres ad duo sesqualter. et in ceteris idem videbis. Sin autem permiscens et aliquos preteriens eligas: et in his aliquam speculationem ponas: idem poterit euenire. Nam si equales terminos intermittas: et sese in priore dispositione pretereant. si singulos intermittas: solius binarij notabitur differentia. sin vero duo pretereas: ternarij. si tres: quaternarij. et ad eundem modum vno plus quam intermiseris: erit illa quam querimus differentia terminorum. Namq3 si in tribus terminis singuli relinquantur: binarius semper intererit.

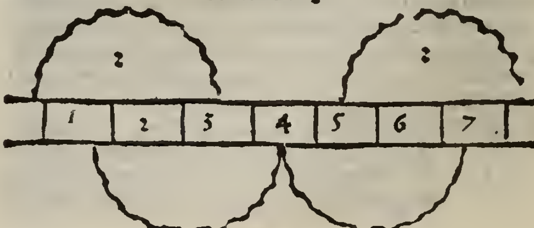
Differentie



intermissi

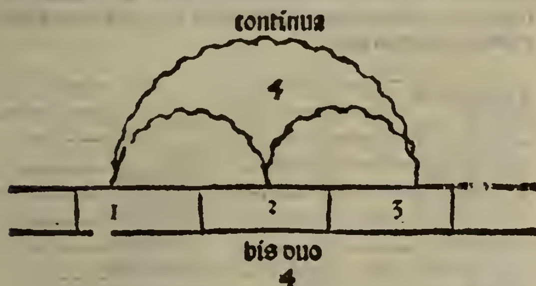
v Ides ne vt cum superius in naturalis numeri dispositione se termini singulis preterirent: pretermissis duobus et.4. vnus ad tres: et.3.ad quinarium comparati binarium solum in differentia retinuerint. Nec non etiam in disiuncta eadem versabitur obseruatio.

Differentie



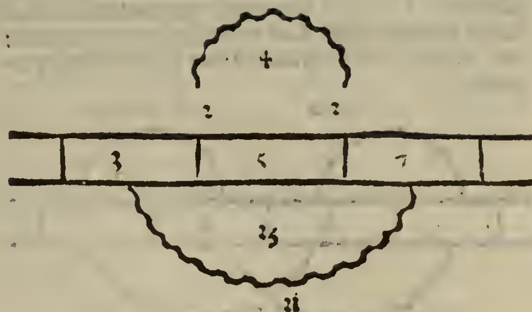
intermissi

Alibus igitur vestigijs insistentem nullus ab eadem similitudine error abducet. Nanque si duos intermittas: ternarius differentiam continebit. Si tres: quaternarius. Si quatuor: quinarius: eque in continuis proportionibus atque disiunctis. Qualitas autem proportionis eadem non erit quamuis sint equis termini differentijs distributi. Quod si conuersim ponatur: ut non eisdem differentijs eadem qualitas proportionis eueniat: geometrica talis proportionalitas non arithmetica nominatur. Est autem proprium huius medietatis quod si in tribus terminis speculatio fit: compositis extremitatibus illa summa que inter extremitates est: non loco tantum: verum etiam fit quantitate medietas. Ut si ponantur 1.2.3. vnus et tres quatuor reddunt. Duo vero qui medius inter vtrosque est: quaternarij medietas inuenitur. Quod si bis medietatem duces equus erit extremitatibus. Bis enim duo quatuor creant. Sin vero disiuncta sit: quod fit ex vtrisque extremitatibus compositis: hoc ex duabus medietatibus redditur. Si enim sunt. 1.2.3.4. vnus et quatuor quinarium creant: duo et tres medij in eundem rursus quinarium surgunt.





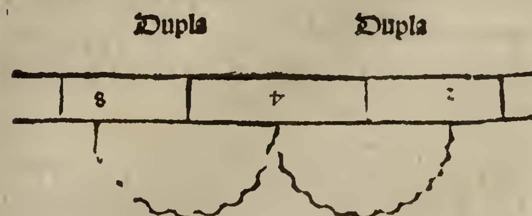
Et illi hoc quoque solida proprietate coniunctum: quod quemadmodum sunt omnes termini huiusmodi dispositionis ad seipsos: ita sunt differentie ad differentias constitute. Nanque omnis terminus sibi ipsi equalis est et differentie differentijs sunt equales. Illud quoque subtilius quod multi huius discipline periti nisi nicomachus nunque antea perspexerunt: quod in omni dispositione vel continua vel disiuncta: quod continetur sub duabus extremitatibus minus est eo numero qui ex medietate conficitur tantum quantum possunt due sub se differentie continere que inter ipsos sunt terminos constitute. Ponamus enim tres terminos huiusmodi 3.5.7. Si igitur tres septies augeantur: in. 21. numerum cadunt. Quod si medium terminum idest. 5: in semetipsum multiplicaueris: quinquies quinque faciunt. 25. Et hic numerus ab eo quem extremitates colligunt quaternario maior est: quem scilicet differentie conficiunt. Inter tres enim et. 5. et. 7. bini intersunt. quos si in sese multiplices. 4. reddunt. bis enim duo quatuor fiunt. Recte igitur dictum est: in hac huiusmodi dispositione quod continetur sub extremitatibus minus esse illo numero qui fit ex medietate tantum quantum differentie in se multiplicate constituunt.



Quartum vero proprium huiusmodi dispositionis notatur: quod antiquiores quoque habuere notissimum: quod in hac proportionalitate vel medietate in minoribus terminis maiores proportiones in maioribus minores comparationes necesse est inueniri. Nanque in dispositione hac. 1.2.3. minores sunt termini. 1. et. 2. maiores. 2. et. 3. et. 2. ad vnum duplus est. 3. vero ad duos sesqualter: sed maior est proportio dupli quam sesqualtera. In armonica autem medietate econtrario euenire contingit. In minoribus enim terminis minores proportiones: in maioribus maior proportionis qualitas custoditur. Harum vero medietatum idest arithmetice atque armonice: geometrica proportionalitas media esse notata est. que vel in maioribus vel in minoribus terminis equas numerorum qualitates in proportionalitate custodit. Inter maius vero et minus: equalitas loco ponitur medietatis. Et de arithmetica quidem medietate satis dictum est.

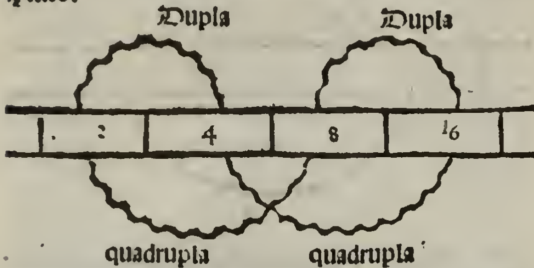
De geometrica medietate eiusque proprietatibus. Capitulum. 44

Nunc vero que hanc sequitur geometrica medietas expediatur que sola vel maxime proportionalitas appellari potest: propterea quod in ea eisdem proportionibus terminorum vel in maioribus vel in minoribus speculatio ponitur. Hic enim equa semper proportio custoditur: numeri quantitas multitudoque negligitur contrarie quam in arithmetica medietate. vt sunt. 1.2.4.8.16.32.64. Vel in tripla proportione. 1.3.9.27.81. Vel si quadrupla vel si quincupla vel si in quamlibet multiplicitatem numerorum sit constituta distensio. In his enim quotlibet terminos sumpseris: explebunt geometricam medietatem. quemadmodum enim prior ad sequentem ita sequens ad alium. Et rursus: si permixte facias idem erit. Si enim ponantur tres termini. 2.4.et. 8. quemadmodum sunt. 8. ad. 4. ita. 4. ad 2. Atque hoc si conuertas: quemadmodum sunt. 2. ad. 4. ita erunt. 4. ad. 8.



Vel si in quatuor terminis vt sunt. 2. et. 4. 8. et 16. quemadmodum est primus ad tertium. i. 2. ad. 8. sic erit secundus ad quartum: idest. 4. ad. 16 Vtraque enim proportio quadrupla est. Et conuersim quemadmodum quartus est ad secundum: ita tertius notatur ad primum

Hoc vero etiam disiunctę licet. Nam quemadmodum est primus ad secundum: idest. 2. ad quatuor: sic terti⁹ ad quartum: id ē. 8. ad. 16. ⁊ conuersim quemadmodum secū dus ad primum: idest. 4. ad duos: ita quartus ad tertiū: idest. 16. ad. 8. idq; in omnibus rata consideratione perspicies.



b Habet autem proprium huiusmodi medietas quod in omni dispositione secundum hanc proportionalitatem terminorum differentię in eadem proportione contra se sunt qua fuerint ipsi termini quorum fuīt ipsę differentię. Siue enim dupli contra se sint termini: duplę erunt etiam differentię. siue tripli: triplę. siue secū dum quamlibet multiplicitatem: eadem in differentijs multiplicitas erit: quā prima consideratio inuenit in terminis. vt subiecta descriptio monet.

Differentię duplę

1	2 4	8	16	32	64	128	
1 2	4	8	16	32	64	128 256	

Termini dupli

n Nulli igitur dubium esse potest quod cum omnes termini dupli sint: ita differentię quoq; eorū terminorum duplę esse videantur: vt vno minus termino in differentijs: omnes pene dispositos subter terminos quorum sunt ipsę differentię: superior ordo reddiderit. Est etiam aliud proprium quod omnis ad minorem maior terminus comparatus: ipsum minorem retinet differentiam. Namq; binarius ad vnitatem: ipā vnitate differt. ⁊ quaternari⁹ binario: ipso binario. ⁊ octonarius quaternario ipso quaternario. ⁊ deinceps maiores alij ipsis minorib⁹ ab eisdem ipsis differunt quos numero statē pretereunt. Et hoc quidem in duplici proportione cadit. Sin vero sint triplices proportiones: maior terminus a minore termino duplicato minore termino differt Ut si sint. 1. 3. 9. tres ab vno: binario differunt: in quem vnitas idest minor terminus duplicatus excundat. ⁊. 9. a tribus senario differunt: quem ternarius duplicatus educit. Et in alijs cūctis eiusmodi ratio reperietur. Sin vero quadruplices sint: triplicato minore termino maior terminus a minore distabit. Et si quinquupli: quadruplicato. ⁊ si sextupli: quinquuplicato. ⁊ vna minus multiplicatione quam est ipsa minorum ad maiores comparatio terminorum: minorem numerus maior exuperat.

Differentię duplę

1	2	4	8	16	32	64	128	
1	2	4	8	16	32	64	128	256

Termini dupli

Differentię triplę

2	6	18	54	162	489	1458	
1	3	9	27	81	243	729	2187

Termini tripli

Differentię quadruple

3	12	48	192	768	3072	12288	
1	4	16	64	256	1024	4096	16384

Termini quadrupli.

Et aūt proportionalitas ⁊ in alijs omnibus vt
b superparticularib⁹ vel suppartientib⁹ inuenitur huiusmodi proprietate in omnibus conseruata: vt in continua proportione: quod fit sub extremitatibus si tres fuerit termini: hoc a medietate multiplicata consurgat. Si enim sint. 2. 4. 8. quod fit ex bis. 8. idem fit ex q̄ter. 4. Uel si sit in quatuor terminis disiuncta proportio quod fit sub vtrisq; extremitatibus id duarum medietatum multiplicatiōe concrescat. Ut si sint. 2. 4. 8. 16. quod fit ex bis. 16. idest quater. 8. reddatur. Exemplar autem nobis maximum certissimumq; sit illud: vbi ex ęqualitate dixim⁹ omnes inęqualitatis species fundi. Illic enī in omnibus vel multiplicibus vel superpartientib⁹ vel superparticularibus vel in cęteris coniunctis geometrica proportiōalitas custoditur: has omnes proprietates q̄s supradiximus cōtinens. Quarta vero est proprietas huiusce medietatis: quod vel in maioribus vel minoribus terminis ęquales semper proportiones sunt. Namq; si ponantur. 2. 4. 8. 16. 32. 64. inter hos omnes dupla pportio est. Apparet etiam hęc proportionalitas in binis proportionibus ab vnitate alternatim parte altera longioribus quadratisq; dispositis a prima multiplicitatis habitudine idest a duplici per cunctas superparticularis habitudines proportionesq; discurrēs quod subiecta dscriptione signatum est.

Tetragonus	1	
parte al. lon.	2	dupla
Tetragonus	4	dupla
parte al. lon.	6	sesqualtera
Tetragonus	9	sesqualtera
parte al. lon.	12	sesquitertia
Tetragonus	16	sesquitertia
parte al. lon.	20	sesquiquarta
Tetragonus	25	sesquiquarta
parte al. lon:	30	sesquiquinta
Tetragonus	36	sesquiquinta
parte al. lon.	42	sesquisexta
Tetragonus	49	sesquisexta

¶ Que medietates quibus rerum publicarum statibus comparentur. Capitulum. 45.

a Atq; ideo arithmetica quidem ei reipublicę cō paratur que paucis regit: idcirco quod in minoribus ei⁹ terminis maior proportio sit. Musicam vō medietatem optimatum dicunt ēē rem publicam: ideo quod in maioribus terminis maior proportionalitas inuenitur. Geometrica medietas popularis quodammodo ⁊ ex ęqualitate ciuitatis est. Nanq; vel in maioribus vel in minorib⁹ ęquali oīum proportionalitate cōponitur: ⁊ est inter omnes paritas quędā medietatis ęquū ius in proportionibus conseruantis.

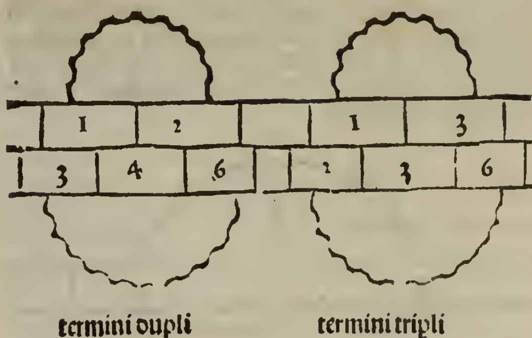
¶ Quod superficies vna tantum in proportionalitatib⁹ medietate iungant: solidi vō numeri duabus medietatibus in medio collocantur. Capitulum. 46.

p Post hec igitur tempus est: vt expediam⁹ nunc quidam nimis vtile in platonica quadam disputatione: que in timei cosmopeia haud facili cuiquam vel penetrabili ratione versatur. Omnes enim planę figurę que nulla altitudine crescunt vna tantum medietate geometrica continuantur: alia q̄ iungat non potest inueniri. vnde duo tantum in his interualla sunt constituta: a primo scilicet ad mediū: ⁊ a medio ad tertium. Si vero fuerint cubi: duas tantum habebunt medietates vbi tertia inueniri non poterit: secundū geometricam. scilicet pportionem. vnde formę solidę tria interualla dicuntur habere. Est enim vnum interual-

lum a primo ad secundum: et a secundo ad tertium: et a tertio ad quartum: quae est scilicet postrema distantia. Recte igitur et planae figurae duobus intervallis: et solidae tribus contineri dicuntur. Sint enim duo tetragoni. 4. scilicet et. 9. horum igitur unus tantum medius in eadem proportione constitui potest. Namque senarius ad. 4. sesqualter est: et. 9. ad senarium eodem modo sesqualter. Hoc autem idcirco evenit quod singula latera singulorum tetragonorum efficiunt senariam medietatem. Namque quaternarii tetragoni latus binarius est: novenarii ternarius. hi ergo multiplicati senarium perfecerunt. Bis enim tres senarius est. Et quotienscumque datis duobus tetragonis eorum medietatem volumus invenire: latera eorum multiplicanda sunt: et qui ex his procreabitur medietas est. Si autem cubi sint. ut. 8. et. 27. due tantum inter hos eadem proportione medietates constitui queunt. 12. scilicet et 18. namque 12. ad. 8. et. 18. ad. 27. sesqualtera tantum proportione iunguntur. In his quoque eadem laterum ratio est. Namque ex uno cubo qui propinquior est: una medietas duo latera colligit: ex alternatim vero posito unum. In alia quoque medietate idem est. Ponantur enim duo cubi et in medio eorum due medietates quas superius diximus. 8. duodecim. 18. 27. octonarii igitur latus est binarius: bis enim bini bis octonarium fecerunt. Ternarius vero. 27. cubi latus est. Ter enim tres ter. 27. restituunt. Medietas igitur quae iuxta octonarium est: idest. 12. mutuatur duo latera ex propinquo sibi octonario et aliud unum latus ex altrinsecus posito. 27. cubo. Bis enim bini ter. 12. pandunt. Et. 18. eadem ratione duo latera a propinquo sibi. 27. cubo colligit: et unum ab altrinsecus posito octonario. Tres enim ter bis. 18. concludunt. Hoc autem universaliter speculandum est: si tetragonus tetragonum multiplicet: sine dubio tetragonus provenit. Sin vero parte altera longior tetragonum multiplicet vel tetragonus parte altera longiorem: nunquam tetragonus: sed semper parte altera longior crescit. Rursus si cubus cubum multiplicaverit: cubi forma conficitur. Si vero parte altera longior cubum: vel cubus parte altera longiorem: nunquam cubus procreabitur. hoc scilicet secundum similitudinem paris atque imparis. Par enim parem si multiplicet: semper par nascitur. et impar imparem si multiplicet. impar continuo procreatur. Si vero impar parem: vel si par imparem multiplicet: par semper exoritur. Hoc autem facilius cognoscitur ex lectione platonis in libris de republica: eo loco qui nuptialis dicitur: quem ex persona musarum philosophus introducit. Sed nunc ad tertiam medietatem redeundum est

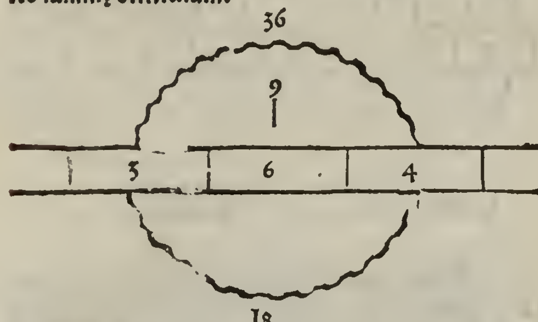
¶ De armonica medietate eiusque proprietatibus. Ca. 47.

a Armonica autem medietas est: quae neque eisdem differentiis nec equis proportionibus constituitur: sed illa in qua quemadmodum maximus terminus ad parvissimum terminum ponitur: sic differentia maximi et medii contra differentiam medii atque parvissimi comparatur. Ut si sint. 3. 4. 6. vel si. 2. 3. 6. Senarius enim quaternarium sua tertia parte superat: idest duobus. quaternarius vero ternarium sua quarta parte supervenit: idest uno. Et senarius ternarium sua medietate idest tribus. ternarius vero binarium sua parte tertia idest unitate transcendit. Quare in his neque eadem proportio terminorum est: neque sunt eedem differentie. Sed autem quemadmodum maximus terminus ad parvissimum terminum: sic differentia maximi et medii ad differentiam medii atque postremi. Namque in hac proportione quae est. 3. 4. 6. maior terminus idest senarius ad parvissimum terminum ternarium duplus est et differentia maximi et medii idest senarii et quaternarii duo scilicet: ad differentiam medii et ultimi idest quaternarii atque ternarii quae est unitas dupla perspicitur. Sed hoc quoque subiecta descriptione monstratur.



b Habet autem proprietatem quemadmodum dictum est contrariam arithmetice medietati. In illa enim in minoribus terminis maior erat proportio: in maioribus minor: in hac vero in maioribus quidem terminis maior est proportio: in minoribus vero minor. Namque in hac dispositione. 3. 4. 6. tres ad quatuor comparati sesquitertiam habitudinem: sex vero ad quatuor sesqualteram reddunt: sed maior est proportio sesqualtera a sesquitertia tantum quantum pars tertia medietate transcendit. Iuste igitur medietas quedam geometrica proprieque esse proportionalitas iudicatur. scilicet inter eas ubi in maioribus terminis minor est proportio et minoribus maior: et inter eam ubi in maioribus maior est minoribus minor. Illa est enim vere proportionalitas quae medietatis quodammodo locum obtinens: et in maioribus et in minoribus equalibus proportionum comparationibus continetur. Hoc quoque signum est duarum extremitatum mediam esse quodammodo geometricam proportionem. Namque in arithmetica proportione medius terminus eadem sua parte et minorem precedit et a maiore precedditur sed alia parte minoris alia vero parte maioris. Sit enim arithmetica dispositio. 2. 3. 4. Ternarius igitur numerus binarium tertia sua parte precedit idest uno: et a quaternario tertia sua parte preceditur idest uno. At vero ternarius non eadem parte minoris minorem vincit: vel maioris a maiore superatur. Namque minorem idest binarium uno superat: idest ipsius medietate binarii. a quaternario vero uno relinquitur: quae pars quaternarii quarta est. Recte igitur dictum est medium terminum in huiusmodi medietate: eadem sui parte et minorem vincere et maiore superari: sed non eisdem partibus vel minoris minorem transgredi: vel maioris a maiore transcendi. Contrarie armonica medietas proportiones habet. Namque non eadem parte sua medius terminus in hac proportione vel minorem vincit: vel a maiore superatur. sed eadem parte minoris minorem superat: qua parte maioris a maiore superatur. In hac enim dispositione armonica quae est. 2. 3. 6. ternarius binarium tertia sui parte vincit: idem ternarius a senario a tota sui quantitate superatur: idest tribus. Idemque ipse ternarius medietate minoris vincit minorem idest uno. et medietate maioris a maiore termino vincitur idest tribus. Senarii enim medietas ternarius est. In geometrica vero medietate neque eisdem suis partibus medius vel vincit minorem vel a maiore vincitur. neque eadem parte vel minoris minorem superat: vel maioris a maiore relinquitur. sed qua parte sua medius terminus minorem superat: eadem parte sua maior terminus medium vincit. Quod est ut medietas atque extremitas equalibus medietatem et extremitatem reliquam suis partibus superadant. In hac enim dispositione quae est. 4. 6. 9. tertia sui parte medius senarius quaternarium superat: idest duobus: et tertia sui parte rursus novenarius senarium vincit: idest tribus. Habet autem aliam pro-

pꝛietatem armonica medietas. vt cum duas extremita-
tes in vnum redactas medietas multiplicauerit dupla
quātitas colligitur quam si se multiplicent duę extremi-
tates. Sint enim hi termini.3.4.6. Si igitur ternarium
& senarium iungas nouenarium facies: qui per quaterna
rium ductus.36.efficit. quod si se ipsę extremitates mul
tiplicent: & fiant tres sexies.18.conficiunt: quod est pꝛio-
ris summę dimidium.

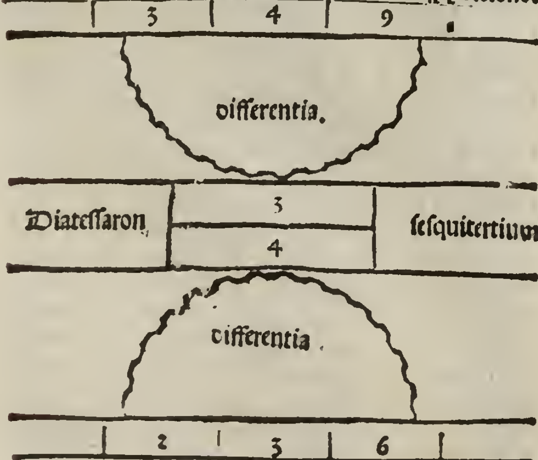


¶ Quare dicta sit armonica medietas ea quę digesta est.
Capitulum. 48.

Onsiderandum foꝛsitan videatur: cur hanc ar
c monicam medietatem vocemus. Cuius hęc ra-
tio est. quoniaꝫ arithmetica dispositio ęquas rā
tum per differentias diuidit quantitates: geo
metrica vero terminos ęqua pꝛopoꝛtione coniungit. Atve
ro armonica ad aliquid quodāmodo relata consideratiōe:
neqꝫ solum in terminis speculationem pꝛopoꝛtionis ha
bet: neqꝫ solum in differentijs: sed in vtrisqꝫ cōmuniter.
Querit enim vt quemadmodum sunt ad se extremi ter-
mini: sic maioꝛis ad medium differentia: contra differen
tiam medietatis ad vltimum. Ad aliquid aūt considera-
tionem armonię pꝛopꝛie esse in pꝛimi libꝛi rerum diuꝫ di
uisione monstrauimus. Ipsarum quoqꝫ musicarum con-
sonantiaruꝫ quas symphonias neminant pꝛopoꝛtiones
in hac pene sola medietate frequenter inuenias. Namqꝫ
symphonia diatessaron: quę pꝛinceps est & quodammo-
do vim obtinens elementi: constituitur scꝫ in epitrita ꝓ-
poꝛtione: vt est quaternarius ad ternarium: in eiusmodi
armonicis medietatibus inuenitur. Sint enim eiusmo-
di armonicę medietatis termini quoꝛuꝫ extimi dupli sint
& rursus alia huiusmodi dispositio quoꝝ extimi tripli.

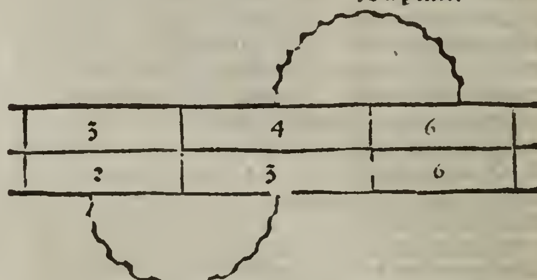
3	4	6	2	3	6

Senarius igitur ad ternarium duplus est. idē au
tem in alia dispositione senarius ad binariuꝫ tri
plus. Hoꝛum igitur si differentias colligamus
& ad se inuicem comparemus: epitrita ꝓpoꝛtio colligitur
vnde diatessaron symphonia resonabit. Inter tres enim
&.6. ternarius est: & inter binarium & senarium quaterna
rius: qui sibimet cōparati sesqtertiā efficient ꝓpoꝛtionē.



In eadem quoqꝫ medietate & diapente sympho-
i nia componitur: quam sesqualtera habitudo re-
stituit. Nam in vtrisqꝫ dispositionibus bis quę
subiectę sunt: in duplici senarius ad quaternarium sesq̄l
ter est: in triplici ternarius ad binarium: ex quibus vtris-
qꝫ diapente symphonia coniungitur.

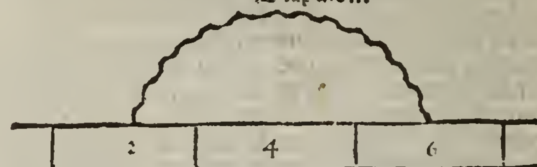
Sesqualtera.
Diapente.



Sesqualtera.
Diapente.

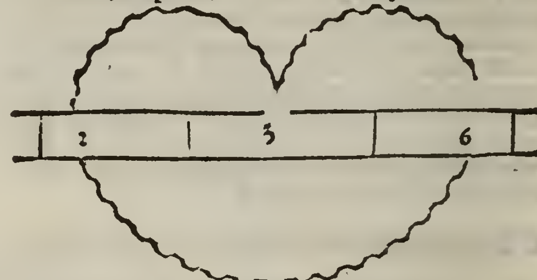
Est hanc autem diapason consonantia quę fit ex
p duplici. vt est subiecta foꝛmula.

Duplex
Diapason.



In triplici quoqꝫ dispositione simul diapente et
i diapason symphonia componitur: seruans ses-
qualteram & duplicem rationem. quod subiecta
descriptio docet.

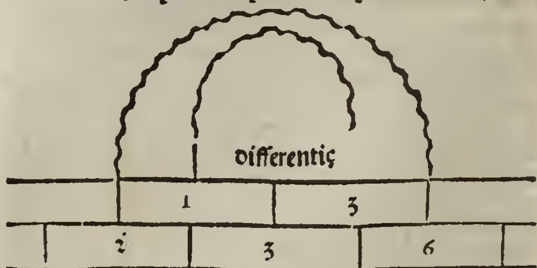
Sesqualtera. Duplex.
Diapente. Dibpason.



Triplex.
Diapente & diapason.

Et quoniam triplus duas continet consonanti-
e as diapente scilicet & diapason: in huius triplicis
positione in differentijs eundem rursus triplum
reperiemus secūdum subter descriptum modum.

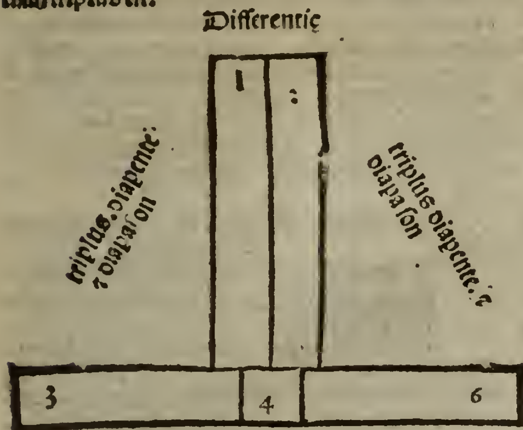
Triplus. diapente & diapason.



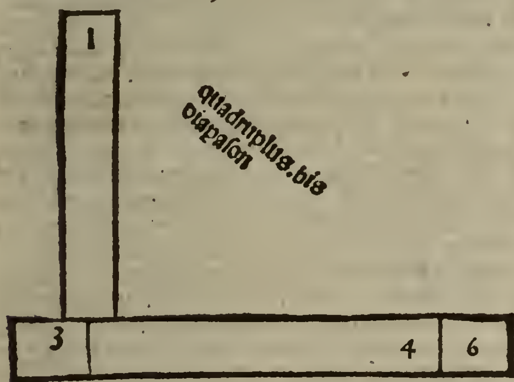
Termini.

In dupla vero dispositione maioꝛ terminus ad medij ter
mini contra se differentiaꝫ triplus est. & rursus minoꝛ terminus

ad medii contra minorem terminum comparati differentiam triplus est.



i Illa autem maxima symphonia que vocatur bis diapason: velut bis duplum: quoniam diapason symphonia ex duplici proportione colligitur: huic seiuncture armonice medietatis interserit. Nam in duplici proportione medi⁹ terminus ad minoris suiqꝫ differentiam quadruplus inuenitur.



i In triplicibus quoqꝫ extremitatib⁹ maior differētia ad minorem differentiaꝫ quadrupla est: ꝛ bis diapason symphoniam emittit. Naqꝫ in dispositione. 2.3.6. extremorum differentia est: idest senarij ꝛ binarij. 4. minor vero differētia idest ternarij ꝛ binarij vn⁹ 4. autem vno quadrupla maior est relatione: que cōparatio bis diapason consonantiam tenet.

℄ De geometrica armonia. Capitulum. 49.

v Vocant autem quidam armonicam huiusmodi medietatem idcirco quod semper hec ꝓportionalitas geometrice armonie cognata est. armoniam autem geometricam cubū dicūt. Ita enim ex longitudine in latitudinem distentus est ꝛ in altitudinis cumulū creuit: vt ex equalibus proficiscens ad equalia perueniens: equaliter totus sibi conueniens creuerit. Hec autem medietas in omnibus cubis que ē geometrica armonia perspicitur. Omnis enim cubus habꝫ latera. 12. angulos octo superficies sex. Hic autem ordo ꝛ dispositio armonica est. Disponantur enīꝫ. 6.8.12. hic ergo quēadmodū est maior termin⁹ ad paruissimum ita differentia maioris ꝛ medij ad paruissimam comparatur. Supparensi naqꝫ 12. ad sex dupli sunt. differentia vo. 12. ꝛ octonarij q̄ternari⁹ ē. octonarij vo ꝛ senarij duo. dupla aūt

tōne distabūt duob⁹ quattuor comparati. Rursus octonarius q medietas est alia sua parte minorē precedit: ꝛ alia sua parte a maiore preceditur. eadem autem parte minoris minorem superat: qua parte maioris a maiore superatur. Rursus si extremitates in vnum redigantur ꝛ a medietatē octonario multiplicentur: dupl⁹ erit ab eo numero quem sole extremitates multiplicate perfecerint. Oēs autem in hac dispositione symphonias musicas inuenimus. Diatessaron quidem ē octo ad sex quoniaꝫ proportio sesquitertia est. At diadente. 12. ad. 8. quoniam ea que sesqualtera comparatio dicitur in ea diapente consonātia reperit. Diapason vero que ex duplici nascitur ex. 12. ad sex compositione producitur. Diapason vero ꝛ diapente que triplicis optinent rationem: fit ab extremitatum differentia ad differentiam minorem. Nanqꝫ duodenarij ꝛ senarij sex differentia est. minor vero est differentia octonarij ꝛ senarij: idest. 2. dui senarius ad binarium triplus est: ꝛ diapason simul ꝛ diapente consonantiam sonāt. Illa vero maior consonantia que est bis diapason: que ex quadruplo fit in medij termini idest octonarij: ꝛ ei⁹ differentie comparatione perspicit: que inter octonariuꝫ senariumqꝫ reperī. Quare proprie atqꝫ conuenienter huiusmodi proportionalitas armonica medietas appellatur.

℄ Quemadmodum constitutis altrinsecus duobus terminis: arithmetica ꝛ geometrica armonica inter eos medietas alternetur. atqꝫ de eorū generationibus.

n Nos autem prestare debem⁹ quat[e]n⁹ quemadmodū dato calamo extremis foraminib⁹ manentibus musicis mos est: vt mediuꝫ foramē permutantes: atqꝫ aliud aperientes aliud digitis occludentes diuersos emittant sonos. Vel cum duabus altrinsecus protensis cordis medij nerui sonum musicis vel astringendo tenuat vel remittendo grauat: ita quoqꝫ datis duob⁹ numeris nunc qdem arithmeticam: nunc vero geometricam: nunc aūt armonicam medietatē experiamur inserere. vt rectum propriūqꝫ medietatis nomen sit: quod manentib⁹ extremitatib⁹ huc atqꝫ illuc ferri permutariqꝫ videatur. Poterim⁹ autem hanc in duobus altrinsecus positis terminis vel paribus vel imparibus permutare: ita vt cum arithmeticam ponim⁹ medietatem differentiarum tantum ratio equabilitasqꝫ seruet. Cum vero geometricam: rata se proportionum iunctura custodiat. Sin aūt armonica fiat differentiarum comparatio ab terminorum proportione non discrepet. Et sint quidem primo pares posite quedam extremitates: inter quas has omnes medietates oporteat internectere. 10 ꝛ. 40. Pri⁹ igitur arithmetica medietas aptetur. Inter hos ergo si. 25. posuero: erit mihi arithmetica proportio differentiarum quantitate immutabiliter custodita. i huiusmodi scilicet dispositione. 10.25.40. Vides enī vt quindene sese summule quantitate transcendant. Omnesqꝫ ꝓprietates quas supra diximus in medietate arithmetica conuenire: ab hac huiusmodi dispositione non tepies alienas. Naqꝫ quemadmodum vnusquisqꝫ eorum termin⁹ ad seipsum est: quoniam sibi equalis est: ita sunt ad se inuicem differentie: qm̄ sibi sunt equales. ꝛ quanto maior termin⁹ mediū transit: tanto medi⁹ vincit minorem. Et extremitatum aggregatio duplex est medietate. ꝛ minorum terminorum proportio maior est illa comparatione que inter maiores terminos continetur. Et tanto minor est numerus qui fit ex multiplicatis extremitatibus ab eo qui fit ex multiplicata medietate: quantum eorum differentie multiplicate restituunt. Illud quoqꝫ quod medietas eadem sui parte et a maiore vincitur ꝛ minorem ipsa superuenit. non eadem aūt parte minoris minorem trāsit: vel maioris a maiore relinqꝫ. que oēs scꝫ proprietates non alterius nisi arithmetice medietatis sunt. Quod si superius dicta meminerit lector: ita esse indubitan-

ter intelliget. Rursus si inter eosdem .10. ⁊ .40. viginti constituam: statim geometrica medietas cum suis proprietatibus cunctis exoritur: arithmetica medietate pereunte. In hac enim dispositione .10. 20. 40. quemadmodum est maior ad medium: sic medius ad extremum. Et quod continetur ab extremitatibus equum est ei quod a multiplici medietate completur. Differentie quoque eorum in eadem sunt proportione qua termini. Crementum vero ⁊ diminutio proportionum secundum terminos nulla est: sed maiorum terminorum proportio a minorum terminorum proportione non discrepat. Si vero armonicam medietatem continngere velim .16. mihi numerus inter extremitates vtrasque ponendus est vt sit hoc modo .10. 16. 40. Nunc igitur licet in huiusmodi dispositione omnes armonicas proprietates agnoscere. qua enim maximus ad paruissimum terminus proportione coniungitur: eadem proportione differentie ad seinuicem comparantur. Et quibus partibus maioris a maiore medius vincitur: eisdem partibus minoris preterit minorem. Quis vero non eisdem vel a maiore vincitur: vel transit minorem. Et in maioribus terminis maior est proportio: in minoribus minor. Et si in vnum extremitates redigantur: ⁊ medietatis quantitate concrescant: duplus inde conficitur numerus ab eo qui ex solis multiplicatis extremitatibus procreatur. Atque hoc quidem in terminis paribus constitutum est. At vero si impares proponantur vt sunt .5. ⁊ .45. aptatus medius .25. arithmeticam proportionem medietatemque constituit. Nam si sint .5. 25. 45. eadem sese numerorum quantitate termini transgredientur. ⁊ omnis superius dicta proprietas arithmetice medietatis in his terminis custodit. Sed si .15. numerum medium ponam vt sint .5. 15. 45. in geometricam medietatem termini relabuntur: equalibus terminorum ad se inuicem proportionibus custoditis. Nouem vero si inter vtrosque terminos ponam: vt sint .5. 9. 45. fit armonica medietas. vt qua summa maximus numerus paruissimum precedit: eadem maior differentia minorem differentiam vincat. Qua vero disciplina huiusmodi medietates reperire possimus expediendum est. Datis duobus terminis: si arithmeticam medietatem constituere oportebit: vtraque est extremitas coniungenda quodque ex ea copulatione colligitur diuidendum. Isque numerus qui ex diuisione redactus est arithmeticam medietatem inter extremitates locatus efficiet. vt .10. ⁊ .40. si iunxero: efficiunt .50. quos si diuidam .25. redduntur. Hic erit medius terminus secundum arithmeticam proportionem. Vel si illum numerum quo maior minorem superat diuidas: eumque minori superponas: quodque inde concrescit medium ponas arithmetica medietas informatur. Nam .40. denarium tricenario superat. quem si diuidas .15. fiunt. hunc si minori idest denario superposueris .20. ⁊ .5. nascentur. quem si medium constituas: arithmetice medietatis ordo formatur. Geometricam vero si rationem vestiges: eius numeri qui sub vtrisque extremitatibus continetur tetragonicum latus inquire: ⁊ hunc medium pone. Nam sub .40. ⁊ denario numero .400. continentur. Si enim denarium in .40. multiplices: hic numerus crescit. Horum igitur quadringentorum require tetragonicum latus. hi sunt .20. Vicies enim .20. 400. efficiuntur. Repertum ergo latus quadratum medium constitues. Vel si eam proportionem quam inter se dati termini custodiunt diuidas: ⁊ id quod relinquetur medium terminum ponas. Namque .40. ad denarium quadruplus est. Igitur quadruplum si diuidas duplum facies: qui est scilicet .20. Nam .20. ad denarium duplus est. Hunc si medium constituas: medietatem geometricam perficiet. Armonicam vero medietatem tali modo reperies. differentiam terminorum in minorem terminum multiplica. et post iunge terminos. ⁊ iuxta eum qui inde confectus est: committe illum numerum qui ex differentiis ⁊ termino minore productus est. Cuius cum latitudinem inueneris: addas eam minori termino. ⁊ quod inde colligitur medium terminum pones. 10. enim ⁊ .40. fiunt .50. Differentia autem inter .10. ⁊ .40. 30. sunt. quem si multiplicas in denarium: idest in minorem: decies .30. oportet .300. efficies. Quos .300. iuxta eum committe qui ex iunctis vtrisque confectus est: idest iuxta .50. facient enim quinquagies senos ⁊ inuenitur latitudo senarius. Hunc igitur si minori termino addas facient .16. ⁊ hic numerus medius constitutus inter .10. ⁊ .40. armonicam proportionem medietatemque seruabit.

¶ De tribus medietatibus que armonice ⁊ geometrice contrarie sunt. Capitulum. 51.

b E quidem sunt apud antiquiores inuente probateque medietates. quas idcirco longius enodatiusque tractauimus: quod he maxime in antiquorum lectionibus inueniuntur: ⁊ ad omnem pene vim cognitionis eorum versatur vtilitas. Ceteras autem pretereundo transcurrimus: idcirco quod non multum nobis in lectionibus prosunt. sed tantum ad implendam denarii numeri quantitatem. Que ne lateant ne vesint aliquibus ignorate depromimus. Videntur enim he supradictis medietatibus esse contrarie ex quibus originem trahunt. Ex his enim etiam iste sunt constitute. Est autem quarta medietas que opposita videtur armonice: in qua tribus terminis positis: quemadmodum est maximus terminus ad paruissimum: sic differentia minorum ad differentiam maximorum. Vt sunt .3. 5. 6. sex ad ternarium duplus. Et sunt minores .5. ⁊ .3. maximi vero huius dispositionis .6. ⁊ .5. Differentia vero minorum quinarii scilicet ⁊ ternarii .2. sunt maiorum quinarii ⁊ senarii .1. qui .2. ad vnum comparati duplum faciunt. Ergo quemadmodum est maximus terminus ad paruissimum sic minorum terminorum differentia est ad differentiam maximorum. Liquet autem oppositam ⁊ quodammodo contrariam esse hanc medietatem armonice medietati: idcirco: quod in illa quemadmodum est maximus terminus ad paruissimum: sic maiorum terminorum differentia ad differentiam minorum. Hic autem econtrario. Est autem proprium huius medietatis: quoniam quod continetur sub maximo termino ⁊ medio: duplum est eo quod continetur sub medio atque paruissimo. Sexies enim quinque .30. sunt: quinquies vero tres .15. Due vero alie medietates quinta scilicet ⁊ sexta geometrice medietati contrarie sunt: ⁊ eidem videntur opposite. Est autem quinta medietas: quotiens in tribus terminis quemadmodum est medius terminus ad minorem terminum: ita eorum differentia ad differentiam medii atque maioris. Nam in hac dispositione .2. 4. 5. quaternarius ad binarium duplus est. sed inter quaternarium ⁊ binarium duo sunt: inter quaternarium vero ⁊ maiorem terminum idest quinque .1. ⁊ duo ad vnum dupli sunt. Contrarium autem geometrice medietati in hac proportione est: quod in illa quemadmodum maior terminus ad minorem esset: sic maiorum differentia ad differentiam minorum. hec vero contrarie quemadmodum minores ad se termini sunt: sic minorum differentia terminorum ad maiorum differentiam comparatur. Est autem proprium in hac quoque dispositione quod illud quod continetur sub maiore termino ⁊ medietate duplum est eo quod sub vtrisque extremitatibus continetur. Nam quinquies quattuor sunt .20. quinquies vero .2. sunt .10. ⁊ .20. denarii duplus est. Sexta vero medietas est quando tribus terminis constitutis quemadmodum est maior terminus ad medium: sic minorum terminorum differentia ad differentiam maximorum. In dispositione enim que est .1. 4. 6. maximus terminus ad medium sesqualter est. differentia vero minorum idest vnius ⁊ .4. ternarius est: maiorum vero idest quaternarii ⁊ senarii binarius. Ternarius autem binario comparatus sesqualteram habitudinem proportionis efficiet. Eodem autem modo hec quoque medietas geometrice contraria est quemadmodum ⁊ quinta: propter pro-

portionem differentiarum a minoribus ad maiores terminos conuersam.

¶ De quatuor medietatibus quas posteri ad implendum denarium limitem adiecerunt. Capitulum. 52.

[H]ec quidem sunt sex medietates quarum tres a pythagora vsque ad platonem aristotelemque manserunt. Post vero qui insecuti sunt has tres alias de quibus supra disseruimus suis commentarijs addidere. Sequens autem etas quemadmodum diximus ad implendam denariam quantitatem alias quatuor medietates apposuit. quas non adeo quis in veterum libris inueniat. Has igitur nos quam possumus breuissime disponamus. Prima enim que est earum in ordine vero septima medietas hoc modo coniungitur: cum in tribus terminis quemadmodum est maximus terminus ad vltimum: sic maximi et paruissimi termini differentia ad minorum differentiam terminorum. vt in hac dispositione. 6. 8. . 9 Nouenarius igitur ad senarium sesqualter est. quorum est differentia ternarius. Minorum vero terminorum: idest octonarij et senarij binarius differentia est qui ad superiorem ternarium comparatus facit sesqualteram proportionem. Secunda vero inter quatuor: sed octaua in ordine proportionalitas est: quotiens in tribus terminis quemadmodum sunt extremitates ad se inuicem comparate: sic eorum differentia ad maiorum terminorum differentiam. vt sunt. 6. 7. . 9 Nouem igitur ad. 6. sesqualter est. et eorum differentia ternarius est qui comparatus contra maiorum differentiam: idest septenarij et nouenarij qui binarius est: reddit sesqualteram proportionem. Tertia vero inter has sequentes quatuor. nona autem in ordine proportio est: quando tribus terminis positis quam proportionem medius terminus ad paruissimum custodit: eam retinet extremorum differentia ad minorum differentiam comparata. vt. 4. 6. 7. Etenim. 6. ad. 4. sesqualter est. quorum est differentia binarius. septenarij vero et quaternarij ternarius differentia est. quem si ad superiorem binarium comparemus sesqualtera proportione coniungitur. Quarta vero que in ordine decima est consideratur in tribus terminis: cum tali proportione medius terminus ad paruissimum comparatur: quali extremorum differentia contra maiorum terminorum differentiam proportione coniungitur. vt sunt tres quinque octo. Quinarius enim medius terminus ad ternarium superbipartiens est. Extremorum vero differentia octonarij scilicet et ternarij quinarius. qui comparatus contra maiorum terminorum differentiam scilicet quinarij et octonarij qui est ternarius: et ipse quoque superbipartiens inuenitur.

¶ Dispositio decem medietatum. Cap. 53.

[D]isponamus igitur cunctas medietates in ordinem: vt cuiusmodi omnes sint facillime possint intelligi.

Arithmetica	Prima	1	2	3
Geometrica	Secunda	1	2	4
Armonica	Tertia	3	4	6
contraria armonice	Quarta	3	5	6
contraria geome.	Quinta	2	4	5
contraria geome.	Sexta	1	4	6
inter. 4. prima	Septima	6	8	9
inter. 4. secunda	Octaua	6	7	9
inter. 4. tertia	Nona	4	6	7
inter. 4. quarta	Decima	3	5	8

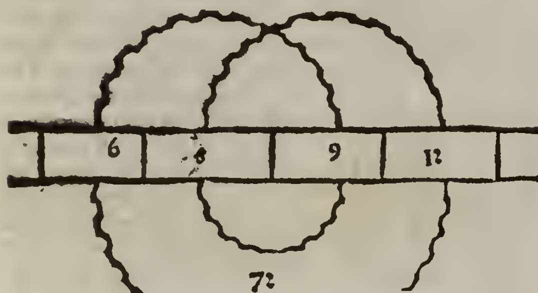
¶ De maxima et perfecta symphonia que tribus distenditur interuallis. Capitulum. 54.

[R]estat ergo de maxima perfectaque armonia disserere: que tribus interuallis constituta magnam vim obtinet in musici modulaminis temperamentis: et in speculatione naturalium questionum. Etenim perfectius huiusmodi medietate nihil poterit inueniri: que tribus interuallis producta perfectissimi corporis naturam substantiamque sortita est. Hoc enim modo cubum quoque trina dimensione crassatum: plenam armoniam esse monstrauimus. Hec autem huiusmodi inuenitur: si duobus terminis constitutis: qui ipsi tribus creuerint interuallis longitudine: latitudine: et profunditate: duo huiusmodi termini medij fuerint constituti: et ipsi tribus interuallis notati: qui vel ab equalibus per equales equaliter sint producti: vel ab inequalibus ad inequalia equaliter: vel ab inequalibus ad equalia equaliter vel quolibet alio modo atque ita cum armonicam proportionem custodiant: alio tamen modo comparati faciant arithmeticam medietatem: hisque geometrica medietas que inter vtrasque versatur deesse non possit. In quatuor enim terminis si fuerit quemadmodum primus ad tertium: sic secundus ad quartum: proportionum ratione scilicet custodita: geometrica medietas explicatur. Et quod continetur sub extremitatibus equum erit ei quod sub vtraque medietate ad semuicem multiplicata conficitur. Rursus si maximus quatuor terminorum numerus ad eum qui sibi propinquus est talem habeat differentiam qualem idem ipse maximo propinquus ad paruissimum: huiusmodi proportio in arithmetica consideratione proponitur. Et extremorum coniunctio duplex erit propria medietate. Si vero inter quatuor qui est tertius terminus equa parte quarti quartum terminum superet: et equa primi a primo superetur: armonica huiusmodi proportio medietas perspicitur. Et quod continetur sub extremorum aggregatione et multiplicatione medietatis duplex est eo quod sub vtraque extremitate conficitur. Sit autem quoddam huius dispositionis exemplar hoc modo. 6. 8. 9. 12. Has igitur omnes solidas quantitates esse non dubium est. Sex enim nascuntur ex vno bis ter. 12. autem ex bis duo ter. Horum autem medietates: octonarius fit semel duo quater. Nouenarius vero semel tres ter. omnes igitur termini cognati sibi: et tribus interuallorum dimensionibus notati sunt. In his igitur geometrica proportionalitas inuenitur: si. 12. ad. 8. vel. 9. ad senarium comparemus. Vtraque enim comparatio sesqualtera proportio est. et quod continetur sub extremitatibus idem est ei quod fit ex medijs. Namque quod fit ex duodecies sex: equum est ei quod fit ex octies. 9. Geometrica ergo proportio huiusmodi est. Arithmetica autem est si duodenarius ad nouenarium: et nouenarius ad senarium comparetur. In vtrisque enim ternarius differentia est. et iuncte extremitates medietate duple sunt. Si enim iunxeris senarium et duodecim: facies. 18. qui est nouenario medio termino duplus. In his ergo geometricam arithmeticamque medietatem perspeximus. Hic quoque armonica medietas inuenitur: si. 12. ad. 8. et rursus 8. ad senarium comparemus. Qua enim parte senarij octonarius senarium superat: idest parte tertia: eadem duodenarij parte octonarius superatur. Quatuor enim quibus octonarius a duodenario vincitur: duodenarij tertia pars est. Et si extremitates iungas. 6. scilicet et. 12. easque per octonarium medium multiplices. 144. sunt. Quod si se extremitates multiplicent: sex scilicet et. 12. facient. 72. quo numero. 144. duplus est. Inuenimus hic quoque omnes musicas consonantias. Namque. 8. ad. 6. et. 9. ad. 12. comparati sesquitertiam proportionem reddunt: et simul diatessaron consonantiam. Sex vero ad. 9. vel. 8. ad. 12. comparati reddunt sesqualteram proportionem: sed diapente symphoniam. Duodecim vero ad senarium considerati duplicem proportionem: sed diapason symphoniam canunt. Octo vero et. 9. ipsi contra se medij considerati epogdoum iungunt. qui in musico modulamine tonos vocatur.

que omnium musicorum sonorum mensura cōmunis ē. Omnium enim est sonus iste paruissimus. Unde notū est quod diatessaron ⁊ diapente consonantiarū tonos differentia est . sicut inter sesquitertiam ⁊ sesqualteram proportionē sola est epocdous differentia . Eius autem descriptionis sub ter exemplar adiecimus.

Proportionalitas geometrica.

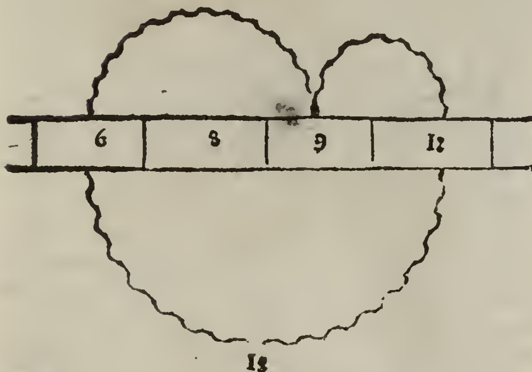
Sesqualtere proportiones.



72
Extremorum mediorumqꝫ multiplicationes.

Proportionalitas arithmetica.

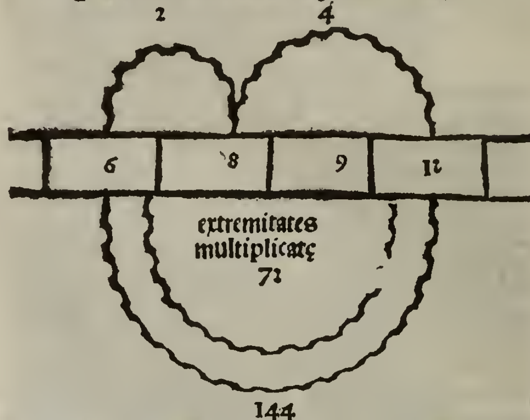
Differentię.
3 3



Extremitates iunctę ad nouenarium medium duplę sunt.

Proportionalitas armonica.

Partes minoris maiorisqꝫ terminorum.



144
Iunctę extremitates ⁊ per medium multiplicatę.

Consonantię musicę.



Finis Arithmeticę

¶ Boetij de Musica liber primus. Proemium Musicam naturaliter nobis esse coniunctam: et mores vel honestare: vel euertere. Capitulum. I.

Omnium quidem perceptio sensuum ita sponte ac naturaliter quibusdam viuentibus adest: vt sine his animal non possit intelligi. Sed non eque eorundem cognitio: ac firma perceptio animi inuestigatione colligitur. Illaboratum est enim: quod sensum percipiendis sensibilibus rebus adhibemus. Que vero sit ipsorum sensuum: secundum quos agimus: natura: et que rerum sensibilium proprietas: id non obuium neq; cuilibet explicabile esse potest: nisi quem conueniens inuestigatio veritatis contemplatione direxerit. Adest enim cunctis mortalibus visus: qui vtrum venientibus ad visum figuris: an ad sensibilia radijs emissis efficiatur: inter doctos quidem dubitabile est: vulgum quoq; ipsa dubitatio preterit. Rursus cum quis triangulum respicit vel quadratum: facile id quod oculis intuetur: agnoscit: Sed quenam trianguli vel quadrati sit natura: a mathematico necesse est petat. Idemq; de ceteris sensibus dici potest: maximeq; de arbitrio aurium: quarum vis ita sonos captat: vt non modo de his iudicium capiat: differentiasq; cognoscat: verum etiam delectetur sepius: si dulces coaptatiq; modi sint: angatur vero: si dissipati atq; incoherentes feriant sensum. Unde fit: vt cum sint quatuor matheseos discipline: cetere quidem ad inuestigationem veritatis laborent: Musica vero non modo speculationi: verum etiam moralitati coniuncta sit. Nihil est enim tam proprium humanitatis: quam remitti dulcibus modis: astringiq; contrarijs. Idq; non modo sese in singulis vel studijs vel etatibus tenet: verum per cuncta diffunditur studia: et infantes: ac iuuenes: necnon etiam senes ita naturaliter affectu quodam spontaneo modis musicis adiunguntur: vt nulla omnino sit etas: que a cantilene dulcis delectatione se iuncta sit. Hinc etiam internosci potest: quod non frustra a Platone dictum est mundi animam musica conuenientia fuisse coniunctam. Cum enim ex eo: quod in nobis est iunctum conuenienterq; coaptatum: illud excipimus: quod in sonis apte conuenienterq; coniunctum est: eoq; delectamur: nos quoq; ipsos eadem similitudine compactos esse cognoscimus. Amica est enim similitudo: Dissimilitudo vero odiosa atq; contraria. Hinc etiam morum quoq; maxime permutationes fiunt. Lasciuus quippe animus vel ipse lasciuioribus delectatur modis: vel sepe eosdem audiens cito emollitur: ac frangitur. Rursus asperior mens vel incitatioribus gaudet: vel incitatioribus asperatur. Hinc est etiam quod modi musici gentium vocabulo designati sunt: vt lidius modus: et phrygius. Quo enim quasi vnaqueq; gens gaudet: eodem modus ipse vocabulo nuncupatur. Gaudet enim gens modis morum similitudine. Neq; enim fieri potest: vt mollia duris: dura mollioribus adnectantur: aut gaudeant. Sed amorem delectationemq; (vt dictum est) similitudo conciliat. Unde Plato etiam maxime cauendum existimat: ne bene morata musica aliquid permutetur. Negat enim esse vllam tantam morum in repu. labem: quam paulatim de pudenti ac modesta musica inuertere. Statim enim idem quoq; audientium animos pati: paulatimq; discedere nullumq; honesti ac recti retinere vestigium: si vel per lasciuiores modos inuerecundum aliquid vel per asperiores ferox atq; immane mentibus illabatur. Nulla enim magis ad animum disciplinis via: quam auribus patet. Cum ergo per eas Rithmi modiq; ad animum vsq; descenderint: dubitari non potest: quin equo modo mentem atq; ipsa sunt efficiant: atq; conforment. Id vero et intelligi in gentibus potest. Nam que asperiores sunt getarum: durioribus delectantur modis. Que vero mansuete mediocribus. Quamq; id hoc tempore pene nullum est. Quod vero lasciuum ac molle est genus humanum: id totum scenicis ac theatralibus modis tenetur. Fuit vero pudens ac modesta Musica: dum simplicioribus organis ageretur. Ubi vero varie permixteq; tractata est: amisit grauitatis atq; virtutis modum: et pene in turpitudinem prolapsa minimum antiquam speciem seruat. Unde Plato precipit minime oportere pueros ad omnes modos erudiri: sed potius ad valentes: ac simplices. Atq; hic maxime illud retinendum est: quod si quoquo modo per paruissimas mutationes hinc aliquid permutaretur: recens quidem minime sentiri: post vero magnam facere differentiam: et per aures ad animum vsq; delabi. Idcirco magnam esse custodiam reipu. Plato arbitratur Musicam optime moratam: pudenterq; coniunctam ita: vt sit modesta ac simplex: et mascula: nec effeminata: nec fera: nec varia. Quod lacedemonij maxima ope seruauere: dum apud eos Thaletas Cretensis gortinus magno precio accitus pueros disciplina musice artis imbueret. Fuit enim id antiquis in morem: diuq; permansit. Quoniam vero eis thimotheus Milesius super eas: quas ante repererat: vnum addidit neruum: ac multipliciorem Musicam fecit: exegere de laconica. Consultumq; de eo factum est. Quod insigne est spartiatarum lingua. s. litteram in. R. vertentium ipsum de eo consultum eisdem verbis grecis apposui.

¶ Quod consultum id scilicet continet. Idcirco Thimotheo Milesio Spartiatas succensuisse: quod multiplicem Musicam reddens puerorum animis: quos acceperat erudiendos: officeret: et a virtutis modestia prepediret. et quod armoniam: quam modestam susceperat: in genus chromaticum: quod mollius est: inuertisset. Tanta igitur fuit apud eos musice diligentia: vt eam animos quoq; obtinere arbitrarentur: Uulgatum quippe est: quam sepe iracundias cantilena represserit: quam multa vel in corporum: vel in animorum affectionibus miranda perfecerit. Cui enim est illud ignotum: quod pythagoras ebrium adolescentem taurominitanum sub phrygij modi sono incitatum spondeo succinente reddiderit mitiorem et sui compotem. Nam cum scortum in riualis domo esset clausum: atq; ille furens vellet domum amburere: cumq; pythagoras stellarum cursus (vt ei mos nocturnus) inspiceret: vbi intellexit sono phrigij modi incitatum multis amicorum admonitionibus a facinore noluisse desistere: mutari modum precepit atq; ita furentis animum adolescentis ad statum mentis pacatissime temperauit. Quod scilicet. M. Tullius commemorat in eo libro: quem de consilijs suis composuit: aliter quidem: sed hoc modo. Sed vt aliqua similitudine adductus maximis minima conferam: vt cum vinolenti adolescentes tibiarum etiam cantu (vt fit) instincti mulieris pudice fores frangerent: admonuisse tibicinam vt spondeum caneret: Pythagoras dicitur. Quod cum illa fecisset: tarditate modorum et grauitate canentis illorum furentem petulantiam consedasse. Sed vt similia breuiter exempla conquiram: Terpander: atq; Arion Methimneus lesbios: atq; iones grauissimis morbis cantus eripuere presidio. hismenias vero Thebanus Boetiorum pluribus: quos sciatici doloris tormenta vexabant: modis cunctas fertur abstersisse molestias. Sed etiam Empedocles cum eius hospitem quidam gladio furibundus in-

nadceret: q ei⁹ ille patrem accusatione damnasset: inflexisse modum dicitur canẽdi: itaqȝ adolescentis iracundiã tẽperasse. In tantum vero prisce philosophie studijs vis musice artis innotuit: vt pythagorici cum diurnas somno resoluerent curas: quibusdaȝ cantilenis vterentur: vt eis lenis ⁊ quietus sopor irreperet. Itaqȝ experrecti alijs quibusdam modis stuporem somni confusionemqȝ purgabant: Id nimirum scientes: q tota nostre anime corporisqȝ compago musica coniuncta sit. Nam vt sese corporis affectus habet: ita etiam pulsus cordis motibus incitantur. Quod scilicet Democritus Hypocrati medico tradidisse fertur: cum eum quasi insanum cunctis Democriti ciuibus id opinantibus in custodia medendi causa viseret. Sed quorsum ista? Quia non potest dubitari: quin nostre anime ⁊ corporis status eisdem quodammodo proportionibus videatur eẽ compositus: quib⁹ armonicas modulationes posterior disputatio coniungi copularíqȝ monstrabit. Inde est enim: q infantes quoqȝ cantilena dulcis oblectat. Aliquid vero asperum: atqȝ immite ab audiendi voluptate suspendit. Nimirum id etiam omnis etas patitur: omnisqȝ sexus. Que licȝ sitis actibus distributa sint: vna tamen Musice delectatione coniuncta sunt. Quid enim fit: cum in fletibus luct⁹ ipsos modulantur dolentes? Quod maxime muliebre est: vt cum cantico quodam dulcior fiat causa flendi. Id vero etiam fuit antiquis in morem: vt cantus tibie luctib⁹ preiret. Testis est Papinius Statius hoc versu. Cornu graue mugit adunco tibia: cui teneros suetum producere manes. ⁊ qui suauiter canere non potest: sibi tamen aliquid canit: non quod eum aliqua voluptate afficiat id quod canit: sed q quandam insitam dulcedinem ex animo proferentes quoquo modo proferant: delectantur. Nonne etiam illud manifestum est: in bellum pugnantium animos tubarum carmine accendi? Qd si verisimile est ab animi pacato statu quempiam ad furorem atqȝ iracundiam posse proferri: Non est dubium. q conturbate mẽtis iracundiam: vel nimiam cupiditatem modestior mod⁹ possit astringere. Quid q cum aliquis cantilenam libentius auribus atqȝ animo capit ad illud etiam non sponte conuertitur: vt motum quoqȝ aliquem similem audite cantilene corpus effingat: ⁊ q omnino aliquod melos auditum sibi memor anim⁹ ipse decerpat. Ut ex his omnibus perspicue: nec dubitanter appareat ita quidẽ nobis musicam naturaliter esse coniunctam: vt ea ne si velim⁹ quidem: carere possimus. Quo circa intendenda vis mẽtis est: vt id quod natura est insitum: scientia quoqȝ possit comprehensum teneri. Sicut enim in visu quoqȝ nõ sufficit eruditis colores formasqȝ conspicere: nisi etiã que sit horum proprietas: inuestigauerint: Sic non sufficit cantilenis musicis delectari: nisi etiam quali inter se coniuncte sint vocum proportione discatur.

¶ Tres esse Musicas: in quo de vi Musice narratur. Capitulum. 2.

p Rincipio igitur de Musica disserenti illud interim dicendum videtur: quot Musice genera ab eius studiosis comprehensa esse nouerimus. Sunt autem tria. Et prima quidem mundana est. Secunda vero humana. Tertia que in quibusdam constituta est instrumentis: vt in Cythara vel tibijs: ceterisqȝ: que cantilene famulantur. Et primum ea que est mundana: in his maxime perspicienda est: que in ipso celo vel compage elementorum: vel temporuȝ varietate visuntur. Qui enim fieri potest: vt tam velox celi machina tacito silentíqȝ cursu moueatur. Et si ad nostras aures sonus ille non peruenit. Quod multis fieri de causis necesse est: non poterit tamen motus tam velocissim⁹ vti magnorum corporum nullos omnino sonos ciere: cũ presertim tanta sint stellarum cursus coaptatione coniũcti: vt nihil eque compaginatum: nihil ita cõmixtum intelligi possit. Namqȝ alij excelsiores: alij inferiores feruntur: atqȝ ita omnes equali incitatione voluuntur: vt per dispares inequalitates rat⁹ cursuum ordo ducatur. Unde non potest ab hac celesti vertigine ratus ordo modulationis abesse. Jam vero quatuor elementorum diuersitates contrariasqȝ potentias: nisi quedam armonia coniungeret: qui fieri posset: vt in vnum corpus ac machinã conuenirent. Sed hec omnis diuersitas ita ⁊ temporum varietatem parit ⁊ fructuum: vt tamen vnum anni corpus efficiat. Unde si quid horum: que tantam varietatem rebus ministrant: animo ⁊ cogitatione discerpas: cuncta pereant: nec (vt ita dicam) consonum quicqȝ seruent. Et vt in grauibus cordis hic vocis modus est: vt non ad taciturnitatem grauitas vsqȝ descendat: atqȝ in acutis ille custoditur acuminis modus: ne nerui nimium tensi vocis tenuitate rumpantur: sed totum sibi sit consentaneuȝ atqȝ conueniens: Ita etiam in mundi Musica peruidemus nihil ita esse nimium posse: vt alterum propria nimietate dissoluat. Uerum quicquid illud est: aut suos affert fructus: aut alijs auxiliatur: vt afferant. Nam quod constringit hiems: ver laxat: torret estas: maturat autũnus: temporaqȝ vicissim vel ipsa suos afferunt fructus vel alijs vt afferant subministrant. De quib⁹ posteri⁹ studiosius disputandum est. Humanam võ musicam qsquis in sese ipsum descendit: intelligit. Quid est enim: q illam incorpoream rationis viuacitatem corpori misceat: nisi quedam coaptatio: ⁊ veluti grauium leuiumqȝ vocum quasi vnam consonantiam efficiens temperatio? Quid est autem aliud q ipsius inter se partes anime cõiungat: que (vt Aristoteli placet) ex rationabili irrationabilíqȝ coniuncta est? Quid vero q corporis elementa permisceat: aut partes sibimet rata coaptatione cõtineat? Sed de hac quoqȝ posterius dicam. Tertia est Musica que in quibusdam consistere dicitur instrumentis. Hec vero administratur aut intentione: vt neruis: aut spiritu vt tibijs: vel his que ad aquã mouentur: aut percussione quadam vt in his: que in concaua quedam virga erea feriuntur: atqȝ inde diuersi efficiuntur soni. De hac igitur instrumentorum Musica primum hoc opere disputãdũ videtur. Sed proemij satis est. Nunc de ipsis Musice elementis est differendum.

¶ De vocibus: ac de Musice elementis. Ca. 3.

c Onsonantia: que omnem musice modulationem regit: preter sonum fieri non potest. Sonus vero preter quẽdam pulsum percussionẽqȝ non redditur. Pulsus atqȝ percussio nullo modo esse potest: nisi precesserit motus. Si eniȝ cuncta sint imobilia: non poterit alterum alteri concurrere: vt alterum impellatur ab altero. Sed cunctis stantib⁹ motuqȝ carentibus nullum fieri necesse sonum Jdcirco diffinitur sonus pcussio aeris indissoluta vsqȝ ad auditum. Motuum vero alij sunt velociores: alij tardiores: eorũdemqȝ motuum alij sunt rariores: alij spissiores. Nam si quis in continuum motum respiciat: ibi aut velocitatem aut tarditateȝ necesse est comprehendat. Sin vero quis moueat manum: aut frequenti eam mouebit motu: aut raro. Et si tardus quideȝ fuerit ac rarior motus: graues necesse est sonos effici ipsa tarditate: ⁊ raritate pellẽdi. Sin vero sint motus celeres ac spissi: acutos necesse ẽ reddi sonos. Jdcirco enim idẽ neruus si intendatur ampli⁹: acutum sonat: Si remittatur graue. Quando enim tensior est: velociorem pulsum reddit: celeriusqȝ reuertitur: ⁊ frequentius ac spissius aerem ferit. Qui vero laxior est: solutos ac tardos pulsus effert: rarusqȝ imbecillitate feriendi nec diutius tremit. Neqȝ enim quotiens pellitur corda: vnus edi tantum putandus est sonus: aut vnam in his esse percussioneȝ: sed totiens aer feritur: quotiens eũ corda tremebunda percusserit. Sed quoniam iuncte sunt velocitates sonorum: nullo intercapedo auribus sentitur

Et vnus sonus sensum pellit vel grauis: vel acutus: quāuis vterqꝫ ex pluribus constet: grauis quidē ex tardioribꝰ ⁊ rarioribꝰ: acutus vero ex celeribꝰ ac spissis. veluti si conum: quem turbonem vocant: quis diligenter extorneret: eiqꝫ vnam virgulam coloris rubri vel alterius ducat: ⁊ eum qua potest celeritate conuertat: tunc totus conus rubro colore videtur infectus. Non quo totus ita sit. Sed qꝫ partes puras rubre virge velocitas comprehendat: ⁊ apparere non sinat. Sed de his posterius. Igitur quoniam acute voces spissioribus ⁊ velocioribꝰ motibꝰ incitantur. Graues vero tardioribꝰ ac raris. Liquet additione motuum ex grauitate acumen intendi: detractione vero motuum laxari ex acumine grauitatem. ex pluribus enim motibus acumen qꝫ grauitas constat. In quibus autem pluralitas differentiam facit: eam necesse est in quadam numerositate consistere. omnis vero paucitas ad pluralitatem ita sese habet: vt numerus ad numerum comparatus. Eorum vero que secundū numerum conferuntur: partim sibi sunt equalia: partim inequalia. Quocirca soni quoqꝫ partim sunt equales: partim vero sunt inequalitate distantes. Sed in his vocibꝰ: que nulla inequalitate discordant: nulla omnino consonātia est. et enim consonantia est dissimilium inter se vocum in vnum redacta concordia.

De speciebus inequalitatis. Cap. 4.

Que vero sunt inequalia: quinqꝫ inter se modis inequalitatis momenta custodiunt. Aut enim alterum ab altero multiplicitate transcenditur aut singulis partibus: aut pluribus: aut multiplicitate ⁊ parte: aut multiplicitate ⁊ partibus. Et primum quidē inequalitatis genꝰ multiplex appellatur. Est vero multiplex: vbi maior numerus minorem numerum habet in se totum vel bis: vel ter: vel quater: ac deinceps: nihilqꝫ deest: nihil exuberat: appellaturqꝫ vel duplum vel triplum vel quadruplum: atqꝫ ad hunc ordinē in infinita progreditur. Secundum vero inequalitatis genꝰ est: quod appellatur superparticulare: idest cum maior numerus minorem numerum habet in se totū: ⁊ vnā eius aliquam partem: eamqꝫ vel dimidiam: vt tres duorum: ⁊ vocatur sesqualtera proportio: vel tertiam: vt quatuor ad tres: ⁊ vocatur sesquitertia. Adhunc etiam modū in posterioribꝰ numeris pars aliqua a maioribus super minores numeros continetur. Tertium vero genus inequalitatis est: quotiens maior numerus totum intra se minorem continet: ⁊ eius aliquantas insuper partes. et si duas quidem supra continet: vocabitur proportio superbipartiens: vt est quinqꝫ ad tres. Sin vero tres super se continet: vocabitur supertripartiens: vt sunt septem ad quatuor. Et in ceteris quidem eadem similitudo eē potest. Quartum vero inequalitatis est genus: quod ex multiplici ⁊ superparticulari coniungitur: cum scilꝫ maior numerus habet in se minorem numerū vel bis: vel ter: vel quotienslibet: atqꝫ eius vnam partem aliquam. Et si eum bis habet: ⁊ eiꝰ dimidiam partem: vocabit̄ duplex sesqualter: vt sunt quinqꝫ ad duo. Sin vero bis minor continebitur: ⁊ eiꝰ tertia pars: vocabitur duplex sesquitertius: vt sunt septem ad tres. Sin vero tertio continebitur: ⁊ eius dimidia pars: vocabitur triplex sesqualter: vt sunt septem ad duo. Atqꝫ ad eundem modum in ceteris ⁊ multiplicitatis: ⁊ superparticularitatis vocabula variantur. Quintum est genus inequalitatis: quod appellatur multiplex superpartiens: quando maior numerus minorem numerum habet in se totum plusqꝫ semel: ⁊ eius plusqꝫ vnam aliquam partem. Et si bis maior numerus minorem numerum continebit: duasqꝫ eiꝰ insuper partes: vocabitur duplex superbipartiens: vt sunt tres ad octo. ⁊ rursus triplex superbipartiēs: vt sūt tres ad vndecim. Ac de his idcirco nunc strictim ac breuiter explicamus: quoniam in libris: quos de Arithmetica institutione conscripsimus: diligentius enodauimꝰ.

Que inequalitatis species consonantiis aptentur. Capitulum. 5.

Ex his igitur inequalitatis generibus postrema duo quoniam ex superioribus mixta sunt: relinquamus. De tribus vero prioribus speculatio facienda est. Optinere igitur maiorem ad consonantias potestatē videtur multiplex: consequēter autem superparticularis: Superpartiens vero ab armonie continentia separatur: vt quibusdam preter Ptolomeum videtur.

Cur multiplicitas: ⁊ superparticularitas consonātijs deputentur. Capitulum. 6.

Al nāqꝫ probantur comparationi consentanea que sunt natura simplicia: Et quoniam grauitas ⁊ acumen in quantitate consistunt: ea maxime videbuntur seruare naturam concinentie que discrete proprietatem quantitatis poterunt custodire. Nam cum sit alia quidem discreta quātitas: alia vero continua: ea que discreta est: in minimo quidem finita est: sed in infinitum per maiora procedit. Nanqꝫ ī ea minima vnitas eademqꝫ finita est. In infinitum vero modus pluralitatis augetur: vt numerus qui cum a finita incipiat vnitate: crescendi non habet finē. Rursus que est continua: tota quidē finita est: sed per infinita minuitur. Linea enim que continua est: infinita semper partitione diuiditur: Cum sit eius sūma vel pedalis vel quecūqꝫ alia definita mensura. Quocirca numerus semper in infinita crescit: continua vero quantitas in infinita minuitur. Multiplicitas igitur quoniam crescendi finem nō habet: numeri maxime seruat naturam. Superparticularitas autem: quoniam in infinitum minorem minuit proprietatem seruat continue quātitatis. Minuit autē minorem: cum semper eum continet: ⁊ eius vel dimidiā partem: vel tertiam: vel quartam: vel quintam. Nam sē per pars a maiore numero denominata ipsa decrescit. Nam cum tertia a tribus denominata sit: quarta vero a quatuor: cum quatuor tres superent: quarta potiꝰ qꝫ tertia minutior inuenitur. Superpartiens vero iaꝫ quodā modo a simplicitate discedit. Duas enim vel tres vel quatuor habet insuper partes: ⁊ a simplicitate discedēs exuberat ad quandam partium pluralitatem. Rursus multiplicitas omnis in integritate se continet. Nam dupluꝫ bis habet totum minorem. Triplum item tertio cōtinet totum minorem: atqꝫ ad eundem modum cetera. Superparticularitas vero nihil integrum seruat: sed vel dimidio superat: vel tertia: vel quarta: vel quinta. Sed tamē diuisionem singulis ac simplicibus partibus operatur. Superpartiens autem inequalitas nec seruat integrū: nec singulis adimit partes. Atqꝫ ideo secundum Pythagoricos minime musicis consonantijs adhibet. Ptolomeus tamen etiam hanc proportionem inter consonātias ponit: vt posterius ostendam.

Que proportiones quibus cōsonantijs musicis aptētur. Capitulum. 7.

Illud tamen eē cognitum debꝫ: qꝫ omnes musice consonantie aut in dupplici: aut in tripplici: aut in quadrupla: aut in sesqualtera: aut ī sesquitertia proportione consistant. Et vocabit̄ quidē que in numeris sesquitertia est: diatessaron. Que in numeris sesqualtera: Diapente appellatur in vocibꝰ. Que in proportionibus dupla est: diapason in consonātijs. Tripla vero diapente: ac diapason. Quadrupla autem bisdiapason. Et nunc quidem vniuersaliter: atqꝫ indiscrete dictum sit. Posterius vero omnis ratio proportionum lucebit.

Quid sit sonus: quid interuallum: quid concinentia. Capitulum. 8.

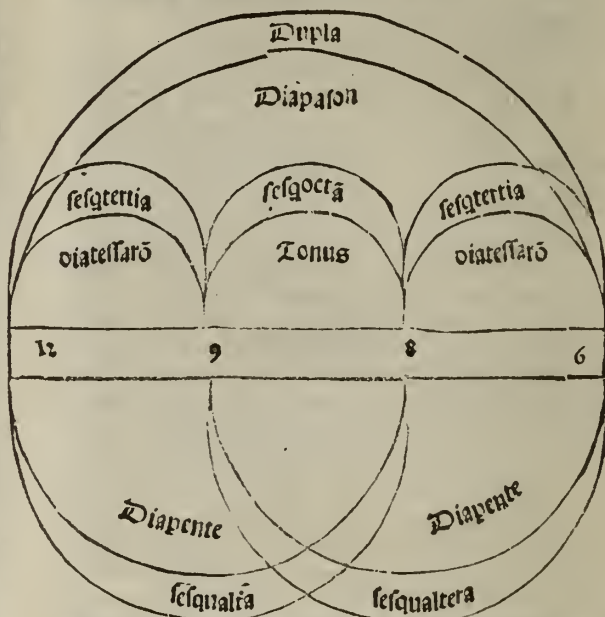
Onus igitur ē vocis casus emmeles.i.aptus
s melo in vnam intensionem. Sonuꝫ vero non generalē nūc volum⁹ diffinire: Sed eum qui grece dicitur phthongus dict⁹ a similitudie loquēdi. φθέγγεσθαι. Interuallū vo est soni acuti graui sq; distantia. Consonātia est acuti soni grauis q; mixtura suauiter vniformiterq; auribus accidens. Dissonantia vero est duorū sonoꝝ sibimet permixtoꝝ ad aureꝫ veniens aspera: atq; iniocunda pcussio. Naꝫ dum sibimet misceri nolunt: ꝛ quodāmodo integer vterq; nititur puenire: cumq; alter alteri officit: ad sensum vterq; insuauiter transmittitur.

Non dē iudicium dandū eē sensibus: sed ampli⁹ rōni eē credendum: i quo de sensuum fallacia. Cap. 9.

Ed de his ita proponimus: vt non dē iudici
s um sensib⁹ dem⁹: q̄q; a sensu aurium huiusce arti sumatur omne principiū. Nam si nullus esset auditus: nulla oīno disputatio de vocib⁹ extitisset. Sed principiū quodāmodo: ꝛ quasi admonitionis vicem tenet auditus. Postrema vero pfectio: agnitionis q; vis in ratione consistit: quę certis regulis sese tenens nullo vnq; errore prolabitur. Nam quid diutius dicendū est de errore sensuum: quando nec omnibus eadem sentiendi vis: nec eidem homini semper ęqualis ē. Frustra autem vario iudicio quis q; cōmittet: quod veraciter affectat iquirere. Idcirco Pythagorici medio quodam feruntur itinere. Nam nec omne iudicium dādūt auribus: ꝛ quędam tamen ab eis non nisi auribus explorantur. Ipsas ꝛ enim consonantias aure metiuntur. Quib⁹ vero inter se distantijs consonantię differant: id iam nō auribus: quarum sunt obtusa iudicia: sed regulis rationi q; permittunt: vt quasi obediens quidam: famulus q; sit sensus: Iudex vero atq; imperans ratio. Nam licet oīum pene artium atq; ipsius vitę momenta sensuum occasione producta sint: nullum tamen in his iudicium certum: nulla veri comprehensio: si arbitriuꝫ rationis abscedat. Ipse enim sensus ęque maximis minimis q; corrumpitur. Nam neq; minima sentire propter ipsorum sensibiliuꝫ paruitatem potest: ꝛ maioribus sępe confunditur Ut in vocibus: quę si minimę sint: difficilius captat auditus: si sint maximę: ipsius sonitus intentione surdescit.

Quemadmodum Pythagoras proportiones consonantiarum inuestigauerit. Cap. 10.

ęc igitur maxime causa fuit: cur relicto aurium
h iudicio. Pythagoras ad regularum momenta migrauerit: qui nullis humanis aurib⁹ credens: quę partim natura: partim etiam extrinsecus accidentibus permutantur: partim ipsis variant ętatibus: nullis etiam deditus instrumentis: penes quę sępe multa varietas atq; inconstantia nasceretur: dū nūc quideꝫ si neruos velis aspicere: vel aer humidior pulsus obtūderet: vel siccior excitaret: vel magnitudo corde grauiorem redderet sonum: vel acumen subtilior tenuaret: vel alio quodā modo statum prioris constantię mutaret: ꝛ cum idem esset in cęteris instrumentis: omnia hęc incōsulta minimę q; ęstimans fidei diu ęstuans inquirebat: qua nā ratione firmiter ꝛ constanter consonantiarum momenta perdisceret. Cum interea diuino quodam nutu prateriens fabrorum officinas pulsos malleos exaudiuit ex diuersis sonis vnam quodāmodo concinentiam personare. Ita igitur ad id quod diu inquirebat. attonitus accessit ad opus. Diuq; considerans arbitratus est diuersitatem sonorum ferientium vires efficere. Atq; vt id apertius colliqueret: mutarent inter se malleos imperauit. Sed sonorum proprietas non in hoium lacertis hęrebat: sed mutatos malleos comitabať. Ubi igiť id aiaduertit: malleorum pondus examinat. Et cū quinq; eēnt forte mallei: dupli reperti sunt pondere: qui sibi secundū diapason consonantiam respondebant. Eundem etiam qui dupl⁹ esset alio: sesquitertium alteri⁹ comprehendit ad quem scilicet diatessaron sonabat. Ad alium vero quēdam: qui eidem diapente consonantia iungebatur: eundem superioris duplum reperit esse sesqualteruꝫ. Duo vero hi: ad quos superior duplex sesquitertius ꝛ sesqualter eē probatus est: ad se inuicem sesquioctauam proportionem perpensi sunt custodire. Quintus vero est reiectus: qui cunctis erat inconsonans. Cum igitur ante Pythagoram consonantię musicę partim diapason: partim diapente. partim diatessaron: quę est consonantia minima: vocarentur: Primus Pythagoras hoc modo reperit: qua proportione sibimet hęc sonorum corda iungeretur. Et vt sit clarius: quod dictū est: Sint verbi gratia malleorum quatuor pondera: quę subter scriptis numeris cōtineantur. 12.9.8.6. Hi igitur mallei: qui. 12. ꝛ. 6. ponderibus vergebant: diapason in duplo concinentiam personabant. Malleus vero. 12. ponderum ad malleum. 9. Et malleus. 8. ponderum ad malleum. 6. ponderū secūdum epitritam proportionem diatessaron consonantia iūgebatur. Nouem vero ponderū ad. 6. ꝛ. 12. ad. 8. diapente consonantiam permiscebant. Nouem vero ad. 8. in sesquioctaua proportione resonabant tonum.



Quibus modis varię a Pythagora proportiones consonantiarum perpensę sint. Ca. 11.

Inde igitur domum reuersus varia examina-
h tione perpendit: an in his proportionib⁹ ratio symphoniarum tota consisteret: Nunc quidē ęqua pondera neruis aptans: Eorū q; consonātias aure diiudicans: Nunc vero in longitudine calamorum duplicitatem medietatemq; restituens: cęteras q; proportiones aptans integerrimaꝫ fidē diuersa experientia capiebat. Sępe ꝛ pro mensurarū modo cyathos ęquorum ponderum acetabulis immitens: Sepe ipsa quoq; acetabula diuersis formata ponderibus virga ęrea ferreaue percutiens nihil eē diuersum inuenisse lętatus est. Hic ēt ductus longitudinē crassitudinē q; cordaruꝫ vt examinaret aggressus est. Itaq; inuenit regulam: de qua posterius loquemur: quę ex re vocabulum sumpsit: non q̄ regula sit linea: per quam magnitudines cordarum sonū q; metitur: sed q̄ regula quędaꝫ sit huiusmodi inspectio fixa firmaq;: vt nullū inquirentem dubio fallat iudicio.

De diuisione vocū: earū q; explanatione. Cap. 12.

Ed de his hactenus. Nunc vocum differenti-
s as colligamus. Omnis enim vox aut syne-

thes est: quę continua: aut diastematicę quę dicitur cum in teruallo suspensa. et continua quidē ē: qua loquentes: vel prosam orationē legentes verba percurrimus. Festinat enim tunc vox nō hęrere i acutis et grauib⁹ sonis: sed qȝ velocissime verba pcurrere expediendisqȝ sensib⁹: exprimēdisqȝ sermonibus continue vocis impet⁹ operat. Diastematice autem est ea: quam canendo suspendimus: i qua non potius sermonibus: sed modulis inseruim⁹. Estqȝ vox ipsa tardior: et per modulandas varietates quoddā faciens interuallū: nō taciturnitatis: sed suspensę ac tardę potius cantilenę. His (vt albin⁹ autumat) addit tertia d:ia: quę medias voces possit includere: cū scȝ heroū poemata legim⁹: neqȝ ptinuo cursu: vt prosā: neqȝ suspenso segniori: qȝ modo vocis: vt canticū.

Quod infinitatem vocū humana nā finierit. Ca. 13.

S Ed quę continua vox ē: et ea rursus qua decur rim⁹ cantilenā: naturaliter quidē infinitę sunt Consideratione eni accepta null⁹ modus vel euoluendis serm. nib⁹ fit: vel acuminib⁹ attollendis: grauitatibus qȝ laxandis. Sȝ vtrisqȝ natura humana fecit ppriū finē. Continuę eni voci terminū humanus spūs fecit: vltra quē nulla rōne valet excedere. Tātū enim vnusquisqȝ loquitur ptinue: quātū naturalis spūs finat. Rursus diastematice voci nā hoium terminū facit quę acutā eor vocē grauēqȝ determinat. Tm eni vnusquisqȝ vel acumen valet extollere: vel deprimere grauitatem: quātū vocis ei⁹ naturaliter patit modus.

Quis modus sit audiendi. Ca. 14.

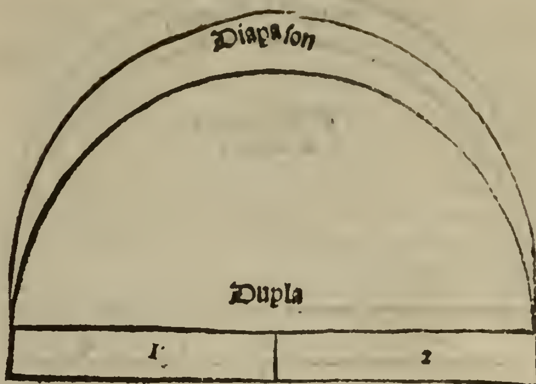
N Unc quis modus audiendi sit: disseram⁹. Tale eni quiddā fieri psueuit in vocib⁹: quale cū paludib⁹ vel quietis aquis iactū emin⁹ mergitur saxū. Pri⁹ eni i paruissimū orbē vndā colligit. Deinde maiorib⁹ orbib⁹ vndarū globos spargit atqȝ eo vsqȝ: dū fatigat⁹ motus ab eliciēdis fluctib⁹ cōgescat. Sēpqȝ posterior et maior vndula pulsu debiliore diffunditur. qȝ si quid sit: qd crescētes vndas possit offendere: stati ille mot⁹ reuertitur: et qsi ad centrum: vnde pfect⁹ fuerat: eisdem vndulis rotūdatur. Ita igitur cū aer pulsus fecerit sonū: pellit aliū primū: et quodāmodo rotundū fluctū aeris ciet. Itaqȝ diffunditur: et oium circūstantiū simul ferit auditum. atqȝ illi est obscurior vox: qui longi⁹ steterit qui ad eū debilior pulsi aeris vnda puenit.

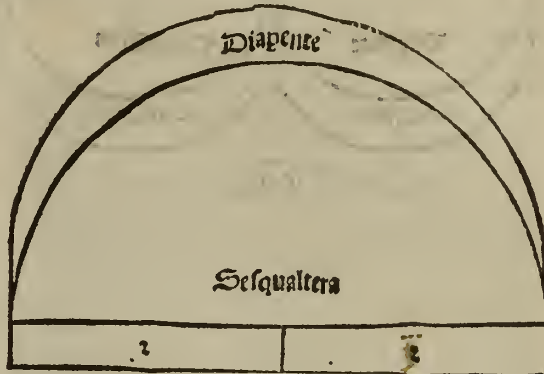
De ordine theorematum. i. speculationum. Capitulum. 15.

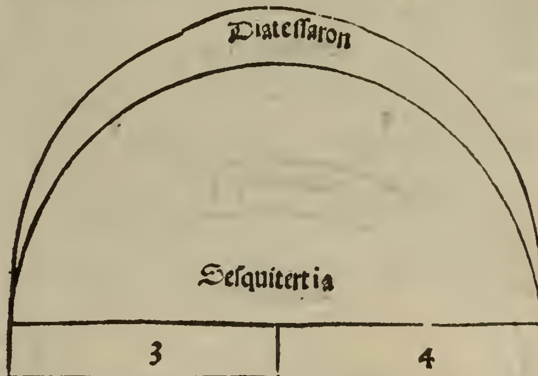
H Is igitur ita ppositis dicendū videtur: quot generib⁹ oīs cantilena texatur: de quib⁹ armonicę iuentionis disciplina considerat. Sūt autem hęc: Diatonicū: Cromaticū enarmonicū. De quib⁹ ita demū explicandū ē: si pri⁹ de tetracordis disseram⁹: et queadmodum auct⁹ neruorū numer⁹ ad id quo nūc pluralitas est: vsqȝ puenerit. Id aūt fiet: Si pri⁹ cōmemoremus: quibus proportionibus symphonię musicę misceantur.

De consonantijs proportionum: et tono: et semitonio Capitulum. 16.

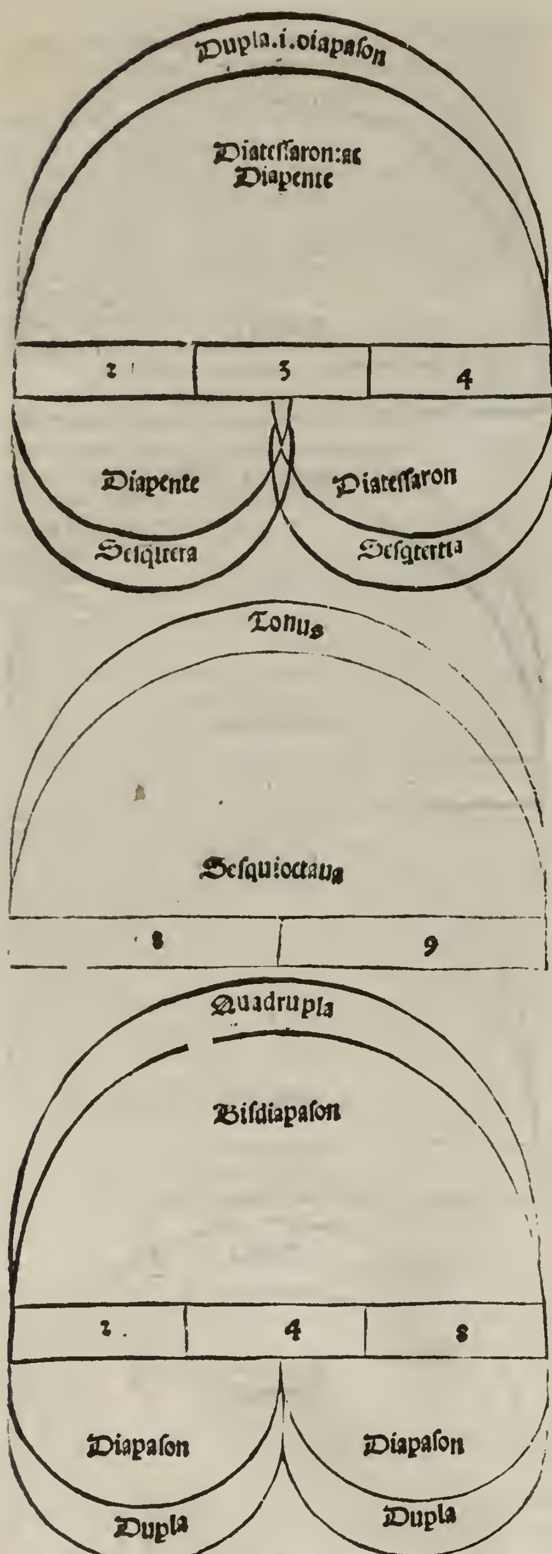
O Iapason consonantia est: quę fit i duplo vt hęc est. 1. 2. Diapente vō quę pstat bis numeris. 2. 3. Diatessaron vero ē: quę in hac ppotiōe consistit. 3. 4. Ton⁹ vō sesquioctaua pportione cōcluditur: Sed i hoc nōdū psonantia: vt. 8. 9. Diapasō vero et diapente tripla comparatione colligitur hoc modo. 2. 4. 6. Bisdiapason quadrupla collatione perficitur. 2. 4. 8. Diatessarō vero ac diapēte vnum perficiunt diapason hoc modo. 2. 3. 4.







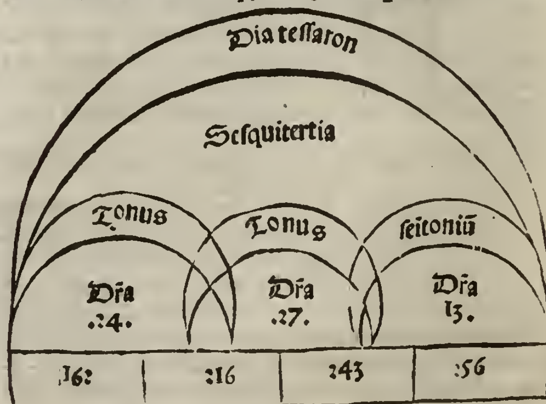




¶ Nam si vox voci duplo sit acuta vel grauis: diapasõ consonantia fiet. Si vox voci sesqualtera proportione sit vel sesquitertia: vel sesquioctaua acutior grauiorq;. Diapente: vel diatessaron: vel tonum consonantiam reddet. Item si diapason. vt. 2. 4. 4. diapente: vt. 4. 4. 6. coniungantur: triplam: quę est diapason 4 diapente: efficiãt simphoniam. q si bis diapason fiãt: vt duo ad quatuor: 4 quatuor ad octo: quadrupla fiet consonantia: quę est bisdiapason. q si sesqualtera: 4 sesquitertia. i. diapente: 4 diatessaron: vt duo ad tres: 4 tres ad quattuor coniungantur: Dupla. i. diapason nimirum nascitur concinentia. Quatuor enim ad tres sesquitertiam optinent proportionem. Tres vero ad binarium sesqualtera collatione iunguntur. 4 idem quaternarius ad binarium appositis dupla ei comparatione copulatur. Sed sesquitertia diatessaron: Sesqualtera proportio diapente consonantiã creat Dupla vero diapason efficit symphoniam. Diatessarõ igitur ac diapente vnam diapason concinentiam iungũt Rursus tonus in ęqua diuidi non potest. cur autez: posterius liquebit. Nunc hoc tantum nosse sufficiat. q nũq̃ tonus in gemina ęqua diuiditur. Atq; vt id facilime comprobetur: Sit sesquioctaua proportio. 8. 9. Horum nullus naturaliter medius numerus incidet. Hos igit binario multiplicemus: fiunt q; bis. 8. 16. bis. 9. 18. inter. 16. autem. 4. 18. vnus numerus naturaliter incidit qui est scilicet. 17. Qui disponantur in ordinem. 16. 17. 18. Igitur. 16. ac. 18. collati sesquioctauam retinent proportionem: atq; idcirco tonum. Sed hanc proportionez. 17. numerus medius non in ęqualia partitur. Comparat⁹ enim ad. 16. habet in se totum. 16. 4 eius sextamdecimaz partem scilicet vnitatem. Si vero ad eum idest. 17. tertius idest. 18. numerus comparetur: habet eum totum: 4 eius decimamseptimam partem. Non igitur iisdez partibus 4 minorem superat: 4 a maiore superatur. Est enĩ minor pars septima decima: maior sextadecima. Sz vtraq; semitonia nuncupantur. Non q omnino semitonia ex ęquo sint media: sed quod semum dici solet: quod ad integritatem vsq; non peruenit. Sed inter hęc vnum maius semitonium nuncupatur: aliud minus.

¶ In quibus primis numeris semitonium constet. Capitulum. 17.

Quod vero sit integrum semitonium: aut quibus primis numeris constet: nunc euidentius explicabo. Id enim quod de diuisione toni dictum est: non ad hoc pertinet: vt semitoniorum modos voluerimus ostendere: Sed ad id poti⁹ q tonum in gemina ęqua diceremus non posse disiungi Diatessaron: quę est consonantia: vocum quidem ẽ quatuor: interuallorum trium. Constat autem ex duobus tonis: 4 non integro semitonio. Sit enim subiecta descriptio. 192. 216. 243. 256. Si igitur. 192. numerus. 256. comparetur: sesquitertia proportio fiet: ac diatessaron concinẽtiam resonabit. Sed si. 216. ad. 192. comparemus: sesquioctaua proportio est. est enim eorum differentia. 24. quę ẽ octaua pars de. 192. est igitur tonus. Rursus si. 243. ad. 216. cõparetur: erit altera sesquioctaua proportio. Nam eorum differẽtia. 27. pars. 216. probatur octaua. Restat comparatio. 256. ad. 243. Quorũ differentia est. 13. Qui octies facti medietatem. 243. non videntur implere. Nõ ẽ igit semitoniũ: sz min⁹a semitonio. tũc enĩ integrũ eẽ semitoniũ iure putaret. Si eorũ differentia: quę est. 13. scã octies medietatẽ. 243. numerorũ potuisse ęquare. Est q; verũ semitoniũ min⁹. 243. ad. 256. comparatio.



¶ Diatessaron a diapente tono distare. Cap. 18.

Ursus diapente consonantia vocum quidem est quinqȝ intervallorum quatuor: triuȝ tonorum: ⁊ minore semitonio. Ponatur idē numerus. 192. ⁊ ei⁹ sesqualter sumatur: qui ad eum diapente faciat consonantiam. Sit igitur numer⁹. 288. Igitur horum ⁊ superius deprehensor. 192. ponantur ī medio numeri hi. 216. 243. 256. ⁊ sit hoc mō formata descriptio. 192. 216. 243. 256. 288.



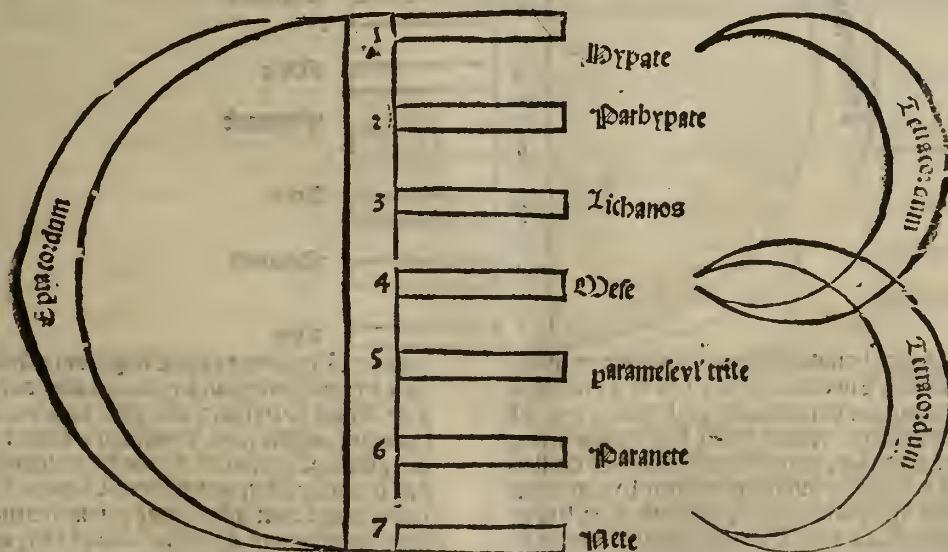
¶ In superiore igitur descriptione. 192. ⁊. 256. duos tonos ⁊ semitonium continere monstrati sunt: Restat igiť comparatio. 256. ad. 288. quę est sesquioctaua idest tonus coruūqȝ dīa est. 32. quę est octaua pars. 256. Itaqȝ mōstrata est diapente ꝯsonantia ex trib⁹ tonis semitonioqȝ constare. Sed dubium diatessaron ꝯsonantia a centū nonaginta duob⁹ numeris vsqȝ ad. 256. venerat. Nūc vero diapente ab eisdem. 192. numeris vsqȝ ad. 288. distenditur. Superatur igitur diatessaron ꝯsonātia ad diapēte ea ꝓportione. quę inter. 256. ⁊. 288. numeros ꝯtinetur. At ē hic ton⁹. diatessarō igiť symphonia a dyapēte tono trāscēdiť.

¶ Diapason quinqȝ tonis: ⁊ duob⁹ semitonijs iungi. Capitulum. 19.

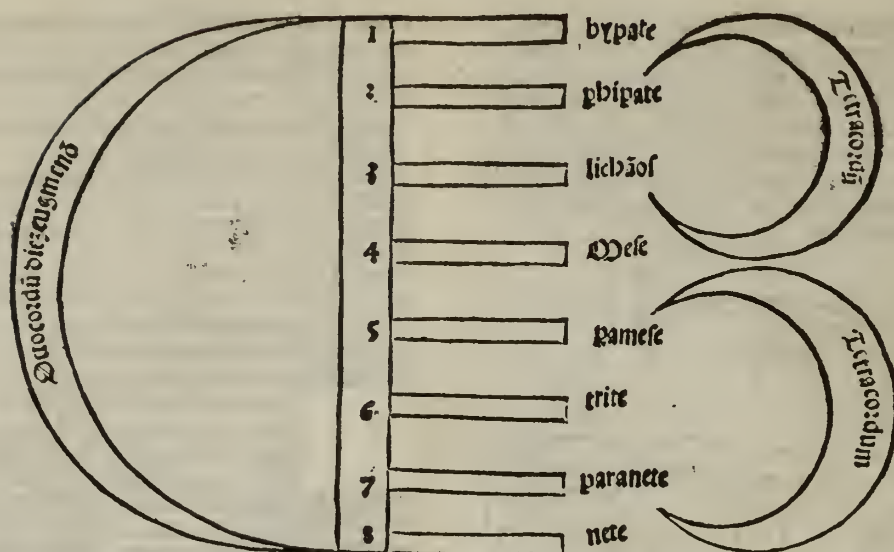
Diapason ꝯsonantia constat ex quinqȝ tonis: ⁊ duob⁹ semitonijs: quę tamē vnū nō ipleant tonū. Qm̄ eni monstratū ē diapason ex diapente ⁊ diatessaron ꝯsistere: diatessaron vero ꝓbata est ex duobus tonis ⁊ semitonio constare: diapente ex tribus tonis ac semitonio: simul iuncta efficiunt quinqȝ tonos. Sed qm̄ illa duo semitonia nō erāt integre medietatis: eoꝝ ꝯiunctio ad plenū vsqȝ nō puenit: Sed medietatē quidē supat: ab itegritate relinquitur. Est qȝ diapason secūdum hanc rōnem ex quinqȝ tonis: ⁊ semitonijs duob⁹: Quę sicut ad integrū tonū nō aspirat: ita vltra integrū semitoniuȝ prodeunt. Sȝ quę horū sit rō: vel quē admodū ipsę ꝯsonantię musicę repiant: postea liquidi⁹ explanabitur. Interea p̄nti disputationi sub mediocri intelligētia credulitas adhibēda ē. tunc vero firma ois fides sumēda ē: cū ꝓpria vnūquodqȝ demōstratiōe claruerit. His igiť ita dispositis paulisp de citharę neruis: ac de eoꝝ noībus: quoqȝ mō sunt additi: disseram⁹: Quęqȝ eoꝝ cā sit nominū. His eni primū ad noticiā venictibus facile erit scientia quę sequuntur: amplecti.

¶ De additione cordaꝝ: eaꝝqȝ noib⁹. Cap. 20.

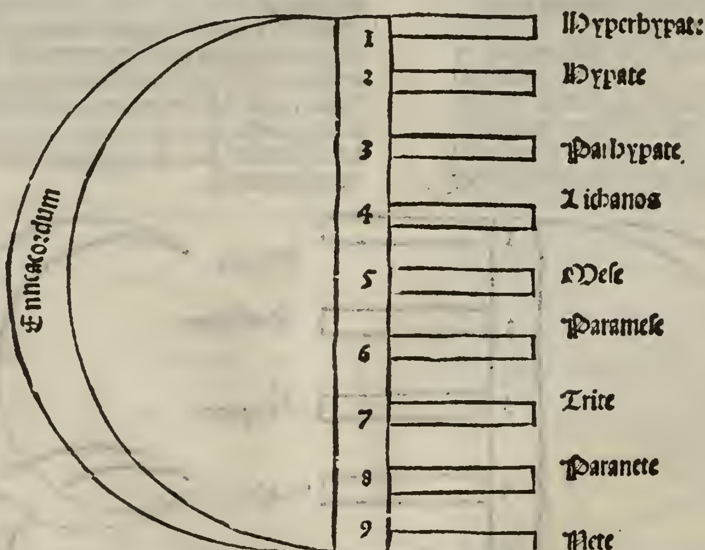
Simplicē fuisse principio musicam refert nichomacus adeo: vt quatuor neruis tota constaret Idqȝ vsqȝ ad orpheū durauit: vt prim⁹ quidē neru⁹ ⁊ quart⁹ diapason ꝯsonantiā resonarēt Medij vero ad se iuicē atqȝ ad extremos diapēte ac diatessaron: ac tonū: Nil vero ī eis esset incōsonū: Ad imitationē scilicet Musicę mundanę: quę ex q̄tuor constat elementis. Cui⁹ quadricordi Mercuri⁹ dicitur inuentor. Quintā vero cordā post choreb⁹ atbis fili⁹ adiunxit: qui fuit Lydorū rex. Hyagnis vero phrix sextū his apposuit neruū. Sed septim⁹ neru⁹ a terpandro lesbio adiunct⁹ est secundum scȝ planetarum similitudinem. Inqȝ bis: quę grauissima quidem erat: vocata ē hypate quasi maior atqȝ honorabilior. Unde Iouē ēt hypaton vocant. Consulem eodem quoqȝ nuncupant nomine ꝑpter excellentiam dignitatis. Eaqȝ saturno est attributa propter tarditatē mot⁹: ⁊ grauitatem soni. Parhypate vero secūda quasi iuxta hypaten posita ⁊ collocata. Lichanos tertia idcirco: qm̄ lichanos digitus diciť: quē nos indicem vocam⁹. Grecus a lingēdo lichanon appellat. Et qm̄ in canendo ad eā cordā: quę erat tertia ab hypate: index digit⁹: qui est lichanos: inueniebatur: idcirco ipsa quoqȝ lichanos appellata ē. Quarta dicitur mese: qm̄ inter septē semper est media. Quinta ē paramese quasi iuxta mediaȝ collocata. Septima aūt dř nete: quasi neate idest inferior Inter quam neten: ⁊ paramesen est sexta: quę vocatur paranete: quasi iuxta neten locata. Paramese vero qm̄ tertia est a nete: eodem quoqȝ vocabulo trite nuncupatur: vt sit descriptio hęc.



¶ His octauā Samius Lychaon adiunxit: atqȝ inter paramesen: quę ēt trite dicitur: ⁊ paraneten neruum medium coaptauit: vt ipse terti⁹ esset a nete. Et paramese quidem vocata est solum: quę post mediam collocabatur trites vero nomē perdidit: posteaqȝ inter eā: atqȝ paranetē tertius a nete locatus est neru⁹: qui digne trites nomē exciperet: vt sit octocordum secunduȝ Lychaonis additionē hoc modo.

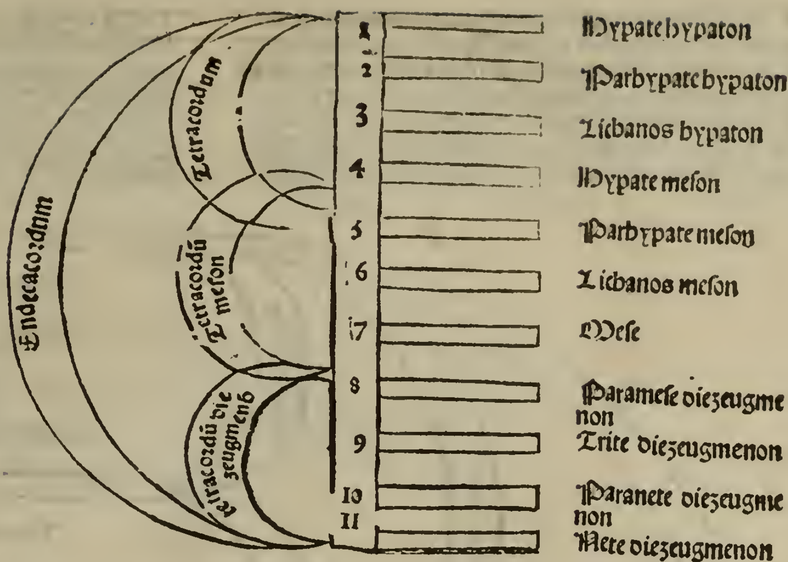


¶ In supioribꝰ igiť duabꝰ dispositionibꝰ eptacordi: ⁊ octocordi. eptacordum quidē dicitur synemenon: quod ē coniunctum. Octocordum vero diezeugmenon quod est disiunctum. In eptacordo enim est vnum tetracordum: hypate: parhypate: Lichanos: Mese. Aliud vero mese: paramese: Paranete: Nete: Dum mesen neruum secundo numeramus. Atq; ideo duo tetracorda per mesen coniūguntur. In octocordo vero qūn octo sunt cordę: superiores quatuor: idest hypate: Parhypate: Lichanos: Mese. vnum tetracordum explent. Ab hoc vero disiunctum atq; integrum inchoat a paramese: progrediturq; per triten: ⁊ paraneten: ⁊ finitum ad neten. ⁊ est disiunctio: quę vocatur diezeusis. Tonusq; est distantia Meses: ⁊ Parameses: Hic igitur mesa tantum quidem nomen obtinuit. Non enim est media positione. q: in octocordo duę quidem semper medię reperiuntur. Sed vna media non potest inueniri. Prophrastus autem periotes ad grauiorem partem vnam addidit cordam: vt faceret totū enneacordum. Quę quoniam super hypaten est addita: hyperhypate est nuncupata. Quę priꝰ quidem dum nouē cordarum tantum esset cithara hyperhypate vocabatur. Nunc autem lichanos hypaton dicitur alijs superadditis. In quo ordine. atq; instructione: quoniam ad indicē digitum venit: Lichanos appellata est. Sed hoc posterius apparebit. Nunc vero Enneacordi ordo sic se habet.

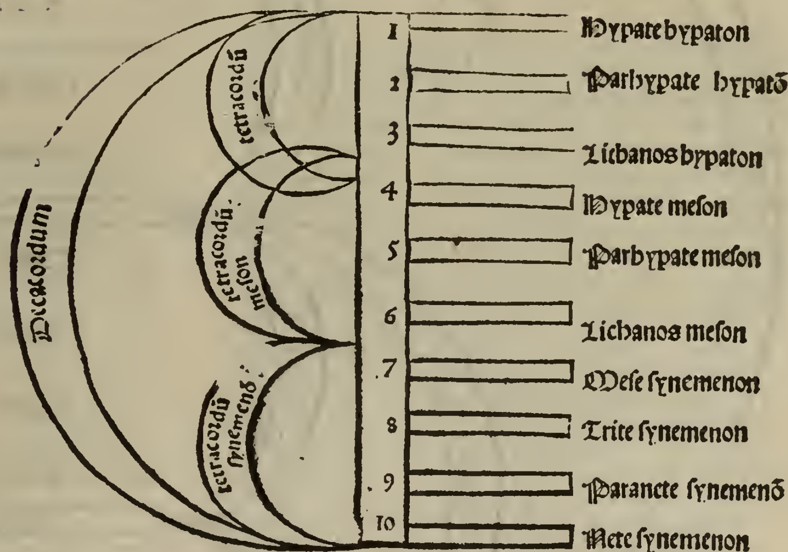


¶ Estiacus colophonius decimam in grauiorem ptem coaptauit cordā. Timotheus vero Milesius vndecimā Quę quoniam super hypaten. atq; parhypaten sunt additę: hypate quidem hypaton vocatę sunt: quasi maximę magnarū: ⁊ grauissimę grauium: aut excellentes excellentium. Sed vocata est prima inter vndecim hypate hypaton: Secūda vero parhypate hypaton: qūn iuxta hypaten hypaton collocata est. Tertia quę dudū in enneacordo hyphypate vocabatur: Lichanos hypaton est nuncupata. Quarta vō hypate antiquū tenuit nomē. Quinta parhypate. Sexta lichanos antiquū. s. hēns vocabulū Septima mese. Octaua paramese. Nona trite. Decima paranete. Vndecima nete. Est igiť vnum tetracordū hypate hypatō. parhypate hypaton: Lichanos hypatō: hypate. Aliud vō hypate: parhypate: Lichāos: Mese. Et hęc quidē ꝯiuncta sunt. Tertiū vō ē paramese: trite: paranete: Nete. Sꝫ cū inter supius tetracordum: quod ē hypate hypatō: parhypate hypaton: Lichanos hypatō: hypate meson: ⁊ inter infimū: qd̄ ē paramese: trite: paranete: nete: fit positione mediū tetracordū: qd̄ ē hypate: parhypate: Lichanos: mese: totum hoc medium tetracordū meson vocatum; ē quasi mediarū: vocaturq; cum additamēto hꝰ hypate mesō. parhypate mesō: lichāos mesō: mese. Qm̄ vō iter hoc meson tetracordū: ⁊ iferiꝰ: qd̄ ē netarum:

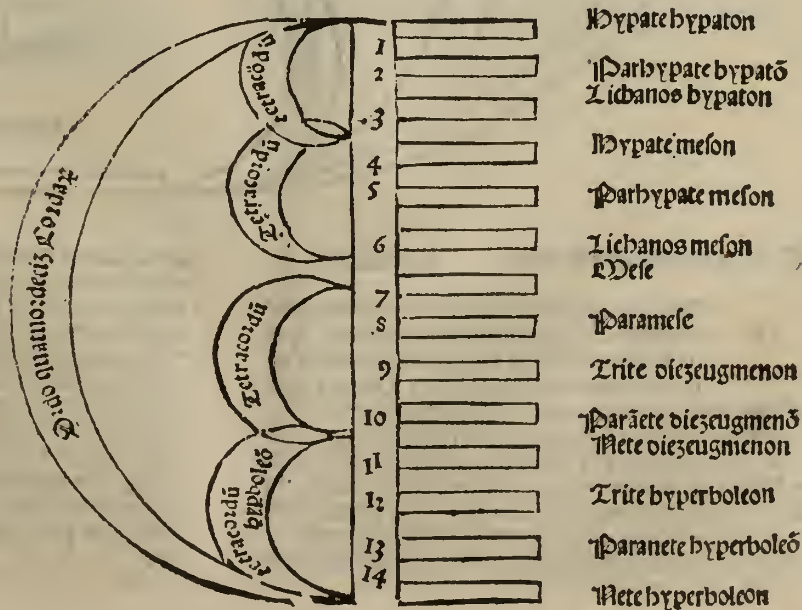
disiunctio est meses scz & parameses: inserius omne tetracordum disiunctarũ idest diezeugmenon vocatum est cũ additamento scilicet hoc. Paramese diezeugmenõ: trite diezeugmenon: paranete diezeugmenon: nete diezeugmenon: vt sit descriptio. hoc modo.



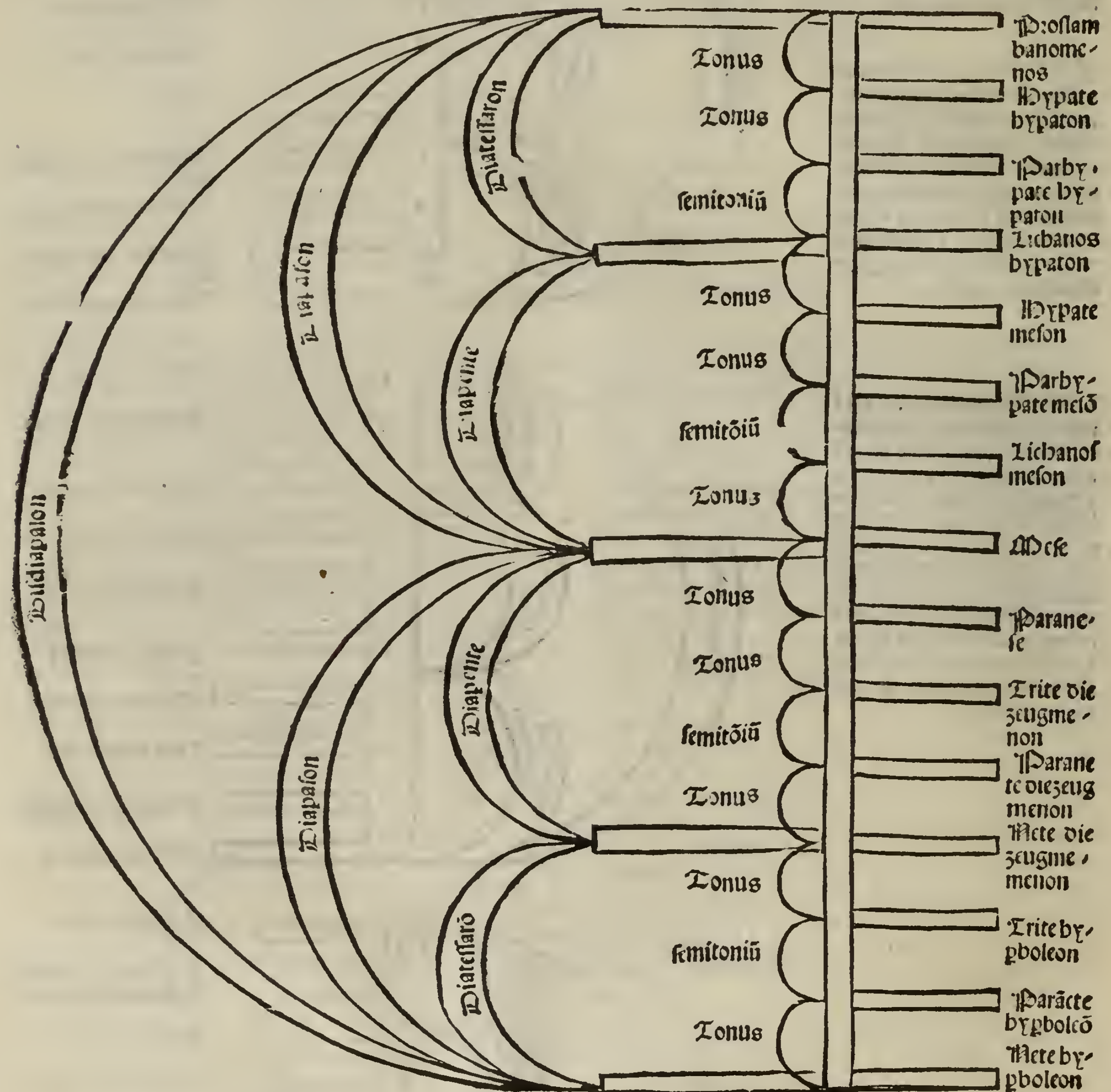
¶ Est igitur hic inter paramesem ac mesen disiunctio atque idõ diezeugmenon tetracordum hoc vocatum ẽ. Quod si paramese auferatur: & sit mese trite. paranete. nete: tunc coniuncta idest synẽmena erunt tria tetracorda: vocabiturque vltimum tetracordum synemenon hoc modo.



¶ Sed quoniam in hac vel in superiore endecacordi dispositione mese: que propter mediã collocationem ita vocata ẽ: nete proxima accedit & longe ab hypatis vltimis distat: nec proprium distantie retinet locuz aliud vnum tetracordum adiunctũ est super neten diezeugmenon: que quoniaz superuadebant acumine netas superius collocatas: omne illõ tetracordum hyperboleon vocatũ est. hoc modo.

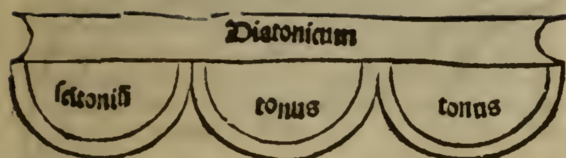


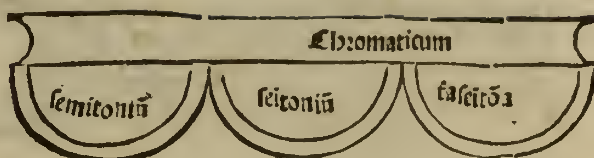
¶ Sed quoniam rursus mese non erat loco media: sed magis hypatis accedebat: Iccirco super hypatas hypaton addita est vna corda: que dicitur proslambanomenos. ab aliquibus autem prosmelodos dicitur. tono integro distans an ea que est hypate hypaton: Et ipsa quidem idest proslambanomenos a mese octaua est resonans cum ea diapason symphoniam. Eademq; ad lichanon hypaton resonat diatessaron ad quartam scilicet: que licanos hypaton ad meson resonat diapente symphoniam et est ab ea quinta. Rursus mese a paramese distat tono: que eadem mese ad netem diezeugmenon quintam facit diapente consonantiam: Que nete diezeugmenon ad nete hyperboleon quartam facit diatessaron sonantiam. et proslambanomenos ad netem hyp boleon reddit bisdiapason consonantiam. hoc modo.



¶ De generibus cantilenarum. Capitulum. 21.

b His igitur expeditis: dicendum est de generibus melorum. Sunt autem tria diatonum. chroma. Enarmonium et diatonicum quidem aliquanto durius et naturalius: Chroma vero est iam quasi ab illa naturali intentione descendens et in mollius decidens. Enarmonium vero optime atq; apte coniunctum. Cum sint igitur quinq; tetracorda hypaton meson synemmenon. diezeugmenon. hyperboleon. In his omnibus secundum diatonum cantilene procedit vox per semitonium. tonum ac tonum. In vno tetracordo. Rursus in alio per semitonium tonum ac tonum: ac deinceps. Ideoq; vocatur diatonicum quasi quod per tonum ac per tonum progrediatur. Chroma autem quod dicitur color. quasi iam ab huiusmodi intentione prima mutatum cantatur per semitonium et semitonium et tria semitonia. Tota enim diatessaron consonantia est duorum tonorum ac semitonij: sed non pleni. Tractum est autem hoc vocabulum vt diceretur chroma a superficiebus: que cum permutantur in alium transeunt colorem: Enarmonium vero quod est magis coaptatum est: Quod cantatur in omnibus tetracordis per diesin et diesin et diatonum. Diesis autem est semitonij dimidium: vt sit trium generum descriptio per omnia tetracorda discurrens. hoc modo.







¶ De ordine chordarum nominibusque In tribus generibus. Capitulum. xx.

Nunc igitur ordo cordarum disponendus est omnium que per tria genera variantur vel inconstanti ordine disponuntur. Prima est igitur proslambanomenos que eadem dicitur prosmelodos: Secunda hypate hypaton. Tertia parhypate hypaton. Quarta vero vniuersaliter quidem lichanos appellatur. Sed si in diatono genere aptetur: dicitur lichanos hypaton diatonos. Si vero in chromate: dicitur diatonos chromatice. vel lichanos hypaton chromatice: Si autem in enarmonio: dicitur lichanos hypaton enarmonios vel diatonos hypaton enarmonios. Post hanc vocatur hypate meson: Dehinc parhypate meson. Atque hic lichanos meson simpliciter. In diatonico quidem genere diatonos meson. In chromate lichanos meson chromatice vel diatonos meson chromatice. In enarmonio diatonos meson enarmonios. vel lichanos meson enarmonios has sequitur mese. Post hanc sunt duo tetracorda partim synemmenon: partim diezeugmenon. Et synemmenon est quod post mesen ponitur idest trite synemmenon. Dehinc lichanos synemmenon. eadem in diatonico diatonos synemmenon: In chromate vero vel diatonos synemmenon chromatice: vel lichanos synemmenon chromatice. In enarmonio vero vel diatonos synemmenon enarmonios: vel lichanos synemmenon enarmonios. Post has nete synemmenon. Si vero mese neruo non sit synemmenon tetracordum adiunctum. Sed sit diezeugmenon: est post mesen paramese. Dehinc trite diezeugmenon. Inde lichanos diezeugmenon. Que in diatono. Diatonos diezeugmenon. In chromate. tum diatonos diezeugmenon chromatice. tum lichanos diezeugmenon chromatice. In enarmonio vero tum diatonos diezeugmenon enarmonios. tum lichanos diezeugmenon enarmonios. Eadem vero dicitur et paranete. cum additione vel diatoni vel chromatis vel enarmonij. Super has nete diezeugmenon: trite hyperboleon: paranete hyperboleon: paranete hyperboleon. Et que est paranete hyperboleon: eadem in diatono diatonos hyperboleon. In chromate vero chromatice hyperboleon. In enarmonio vero enarmonios hyperboleon. harum vltima ea est que est nete hyperboleon. Et sit descriptio eiusmodi vt trium generum contineat dispositionem. In quibus et similitudinem nominum et differentiam per notabis. vt si nerui similes. in omnibus cum eis qui sunt dissimiles colligantur fiant simul omnes octo et viginti. Hoc autem monstrat subiecta descriptio.

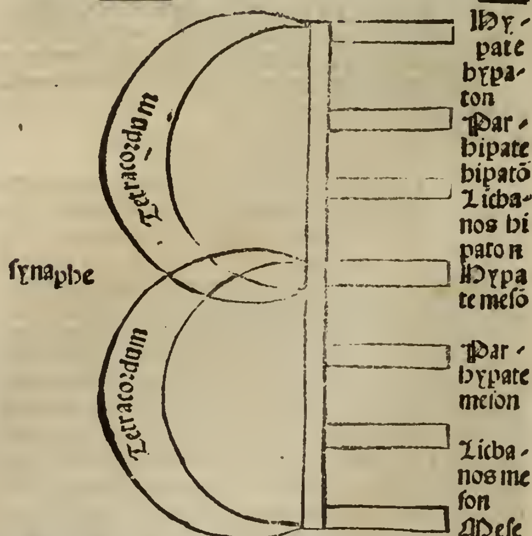
Diatonicum	Chromaticum	Enarmonium
Proſlambanomenos	Proſlambanomenos	Proſlambanomenos
Hypate hypaton	Hypate hypaton	Hypate hypaton
Parhypate hypaton	Parhypate hypaton	Parhypate hypaton
Lichanos hypaton diatonos	Lichanos hypaton chromatice	Lichanos hypatō enarmonios
Hypate meſon	Hypate meſou	Hypate meſon
Parhypate meſon	Parhypate meſon	Parhypate meſon
Lichanos meſon diatonos	Lichanos meſon chromatice	Lichanos meſon enarmonios
Meſe	Meſe	Meſe
Trite ſynemmenon	Trite ſynemmenon	Trite ſynemmenon
Paranete ſynēmenon diat.	Paranete ſynēmenon chrō.	Paranete ſynēmen on enarm̄
Nete ſynemmenon	Nete ſynemmenon	Nete ſynemmenon
Parameſe	Parameſe	Parameſe
Trite diezeugmenon	Trite diezeugmenon	Trite diezeugmenon
Paranetē diezeu. diatonos	Paranete diezeu. chroma.	Paranete diezeu. enarmonios
Nete diezeugmenon	Nete diezeugmenon	Nete diezeugmenon
Trite hyperboleon	Trite hyperboleon	Trite hyperboleon
Paranete hypboleō diatonos	Paranete hypboleon chroma.	Paranete hyperboleon enarm̄
Nete hyperboleon	Nete hyperboleon	Nete hyperboleon

¶ Que ſint inter voces in ſingulis generibus proportiones. Capitulū. 23.

b Hec igitur mō p ſingula tetracorda i generuꝫ ꝓprietates facta partitio ē. vt oia quidē diatonici generis qnqꝫ tetracorda duob⁹ tonis ac ſemitonio ꝯtiremur. Diciturqꝫ in hoc genere ton⁹ incōpoſit⁹ idcirco qm̄ integer ponitur: nec aliquod ei aliud interuallum iungitur: Sed in ſingulis interuallis i tegri iſunt toni. in chromate vero ſemitonio ac ſemitonio incompoſitoqꝫ triemitonio poſita diuiſio eſt: Idcirco aūt incompoſituꝫ hoc triemitoniū appellam⁹: qm̄ in vno collocatum eſt interuallo. poteſt autem appellari triemitonium in diatono genere ſemitoniū ac ton⁹. Sꝫ nō eſt incompoſitu m. duobus enim id perficitur interuallis: Et i enarmonio genere idem ē. Conſtat aūt ex dieſi: ⁊ dieſi ⁊ ditono incompoſito: quod ſcilicet ꝓpter eandē cām incōpoſitū nūcupamus: qm̄ in vno collocatum ē interuallo.

¶ Quid ſit ſynaphe. Capitulum 24.

s Sed in his ita diſpoſitis conſtitutiſqꝫ tetracordis ſynaphe eſt. Quam ꝯiunctionem dicere latina ſignificatione poſſumus: quotiens duo tetracorda vni⁹ medietas termini continuat atqꝫ coniungit: vt in hoc tetracordo.

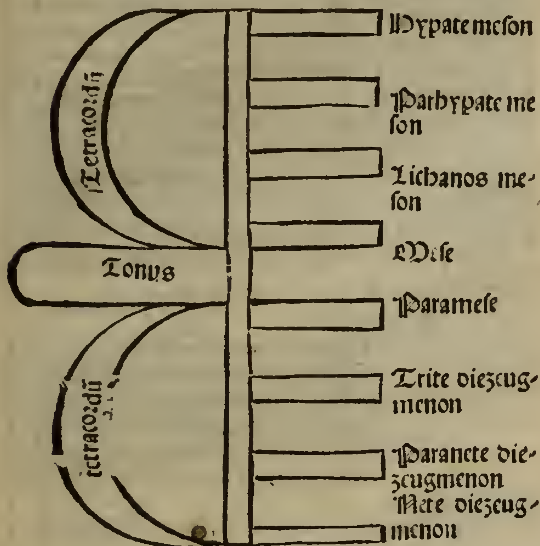


¶ Hoc igitur eſt vnum tetracordum hypate. parhypate. lichanos hypate meſon. Aliud vō hypate meſon. parhypate meſon. licanos meſon. meſe. In vtriſqꝫ igitur te-

tracordis hypate meson adnumerata ē. Superiorisq; tetracordi ea est acutissima. Posterioris vero grauissima. Estq; ista coniunctio vna, eademq; corda hypate meson: duo tetracorda coniungens: vt eadem hypaton ac meson tetracordo in superiore descriptione adiunxit: Est igitur synaphe: quę coniunctio dicitur: duorū tetracordorum vox media: Superioris quidem acutissima: posterioris vero grauissima.

Quid sit diezeusis. Capitulum. 25.

D Jezeusis vero appellatur: quę disiunctio dici potest: quotiens duo tetracorda toni medietate separantur. vt in bis duob⁹ tetracordis.



Duo igitur tetracorda eē euidenter apparet quoniā quidem octo sunt corde. Sed diezeusis est. i. disiunctio inter mesen et paramesen: quę inter se pleno differre tono. de quibus euidentius explicabitur: cum vnum quodq; studiosius explanandum posterior tractatus assumpserit Sed diligentius intuenti quinq; non amplius tetracorda reperiuntur hypaton. meson. synēmenon. diezeugmenon. hyperboleon.

Quibus nominibus neruos appellauerit albinus. Capitulum. 26.

A Lbinus aūt earum nomina latina oratōe ita interpretatus ē: vt hypatas principales vocaret. Mesas medias. synēmenas coniunctas. diezeugmenas disiunctas. hyperboleas excellentes. Sed nobis in alieno opere non erit immorādū

Qui nerui quibus sideribus comparentur. Capitulum. 27.

I Lud tamē, interi de superioribus tetracordis addendum videtur: q̄ ab hypate meson vsq; ad neten quasi quoddā ordinis disiunctionisq; celestis exemplar est. Namq; hypate meson saturno ē attributa. parhypate vero iouiali circulo consimilis est. Lichanon meson marti tradidere. Sol meson obtinuit. triten synēmenon venus habet. paranetem synēmenon mercurius regit. nete autem lunaris circuli tenet exemplum. Sz marcus tullius contrariū ordinem facit Nam in sexto libro de republica sic ait. Et natura fert vt extrema ex altera parte grauiter: ex altera autē acute sonēt Quam ob cām summ⁹ ille stellifer cursus: cuius conuersio est concitatior: acuto et excitato mouetur sono. Grauissimo autem hic lunaris atq; infimus. nam terra nona immobilis manens vna sede semper heret. hic igitur tullius terram quasi silentium ponit. s. immobilē. post hāc lui proxim⁹a silentio est: dat lunę grauissimum sonū vt sit luna proslambanomenos. mercurius hypate hypaton. venus parhypate hypaton. Sol licanos hypatō. mars hypate meson. iuppiter parhypate meson. saturn⁹ licanos meson. celum vltimum mese. Que vero sintharū immobiles: que vero in totum mobiles: quę autem immobiles mobilesq; consistant: cum de monocordi regularis diuisione tractauero erit locus aptior explicandi.

Que sit natura consonantiarum. Ca. 28.

C Onsonantiam vero licet aurium quoq; sēsus diiudicet: tamen ratio perpendit: Quotiens enim duo nerui vno grauiore intenduntur: simulq; pulsi reddunt pmixtū quodāmodo et suauem sonum. duęq; voces quasi coniunctę in vnum coalescunt. tunc fit ea quę dicitur consonantia. Cum vero simul pulsi sibi quisq; ire cupit. nec pmiscent ad aurem suauem atq; vnū ex duob⁹ compositum sonū: tunc est quę dicitur dissonantia.

Ubi consonantie reperiuntur. Ca. 29.

I N bis aūt comparatiōib⁹ [illegible]itatis atq; acuminis has cōsonantias . . . [illegible] ē inuenire: quę sibi cōmensurate sint. i. quę notaz possunt habere communem mensuram: vt in multiplicib⁹ duplum q̄ est illa pars metitur: quę inter duos est terminos differentia: vt inter duos: et q̄uor binarius vtrosq; metit: inter duos atq; sex. quę tripla est binari⁹ vtrosq; metiatur: inter nouem atq; octo eadem vnitas ē: quę vtrosq; metiatur. Rursus in superparticularibus si sesqualtera sit proportio: vt quatuor ad sex: binarius est: qui vtrosq; metiatur. qui. scilz vtrorumq; est differentia. q̄ si sexquitertia sit proportio: vt si octo senario comparentur: idem binarius vtrosq; metitur: id vero non euenit i ceteris generibus inęqualitatum: quę supra retulimus. vt in superpartiente. Nam si quinarium ad ternarium comparemus: binarius qui eorum differentia ē neutrū metitur. Nam si semel ternario comparet⁹: minor est: duplicatus excedit. Item bis quinario cōparatus: minor ē: tertio vero supgredit̄. Atq; idcirco hoc primū inequalitatis gen⁹a consonantię natura disiungitur. amplius q̄ in bis: quę ꝯsonantias formant: multa similia sunt. in bis vero minime: id probatur hoc mō. Nāq; duplū nihil ē aliud nisi bis simplū: Triplū nihil aliud nisi tertio simplum. Quadruplum vero idem ē q̄ quarto simplū. Sesqualterum: bis in dictas. Sesquitertium vero ter pars tertij. quod haud facile in ceteris inęqualitatum generibus inuenitur.

Quemadmodum plato dicat fieri consonantias. Capitulum. 30.

P Lato vero hoc modo fieri in aure consonantiā dicit. Necesse est ingt velociorē q̄dē eē acutiorem sonum. hic igitur cum grauem precesserit i aurem celer ingreditur. offensa que extrema eiusdē corporis parte quasi pulsus iterato motu reuertitur: Sed iaz segnior: nec ita celeri vt primo impetu emissus cucurrit. Quo circa grauior quoq;. Cum igitur iam grauior rediens nunc primum graui sono venienti similis occurrit: miscetur ei: vnamq; (vt ait plato) consonantiam miscet.

Quid contra platonem nichomacus sentiat. Capitulum. 31.

S Ed id nichomacus nō arbitratur omnī veraciter: Neq; enī similiū eē consonantiā: sz dissimilium poti⁹in vnum eandēq; consonantiaz venientium: graui⁹ vero graui si misceatur: nullam facere consonantiam: quoniā hanc canendi concordiā similitudo non efficit: sz dissimilitudo. Quę cum distet i singulis vocib⁹: copulat̄ in mixtis: Sz de hinc poti⁹nichomacus fieri consonantiam putat. Non ingt vn⁹ tm̄ pulsus ē: qui simplicē modum vocis emittat: Sed semel percussus neruus sepius aerez pellēs multas efficit voces. Sed quia ea velocitas ē percussionis: vt son⁹ sonum quodāmodo cōprehendat: distantia non sentit̄ et q̄si vna vox auribus venit. Si igitur percussiones grauium sono

rū cōmēsurabiles sit pcussionibꝰ acutorū sonorū: vt i bis p portionibꝰ: quas supra retulimꝰ. Non ē dubiū quin ipsa cōmensuratio sibimet misceat: vnāq; vocū efficiat consonantiam.

Que consonantia quā merito precedat. Ca. 32.

s Ed inter oēs quas retulimꝰ consonātias hēndum iudiciū ē: vt i aure ita quoq; in rōne quā harū meliorē oporteat arbitrari. Eodē nanq; mō auris afficitur sonis: vel oculus aspectu: quo animi iudiciū numeris vel continua q̄titate. Proposito eni numero vel linea nihil ē faciliꝰ quā eiꝰ duplū oculo vel animo contueri. Item post dupli iudicium seqtur dimidij: post dimidiū tripli. post triplū partis tertię. Que iō qm̄ facilior est dupli descriptio: optimā nichomacus putat diapason consonātiā: post hanc diapente: quę mediū tenet. hinc diapente ac diapason: quę triplum. Ceteraq; secundū eundē modū formāq; diiudicat. Nō vero hoc ptolomeꝰ eodē modo: cuius omnem sententiam posterius explicabo.

Quo sint mō accipiēda quę dicta sunt. Ca. 33.

o Mnia tn̄ quę dehinc diligentiꝰ expediēda sūt sūmati nunc ac breuiter attentemꝰ: vt interī in superficie quadā hęc aīum lectoris assuefaciant qui ad interiorē sciā posteriore tractatione descendet. Nunc vero quod erat pytbagoricis in more: vt cum quid a magistro pytbagora diceretur: hinc nullꝰ rationem petere audebat. Sed erat eis rō docentis auctoritas: idq; fiebat quam diu discentis animꝰ firmiore doctrina roboratus ipse eādem rerū rōnem nullo ēt docente repiret. ita ēt nunc lectoris fidei: quę preponimꝰ: cōmendamus: vt arbitretur diapason in dupla: diapente in sesqualtera. Diatessaron in sesqtertia. Diapente ac diapasō in tripliti. bis diapason in quadrupla proportione consistere. Post vero ꝛ hoc rō diligentiꝰ explicabit. ꝛ quibus modis aurium quoq; iudicio consonantię musicę colligantur: ceteraq; oīa: que supiꝰ dicta sunt: amplior tractatus edisseret. Et tonum sesqoctauā facere ꝓportionē: cū q; in duo ęqua diuidi non posse: sicut nullā eiusdem generis proportiones. i. superparticularis: diatessaron etiā consonantiam duobꝰ tonis semitonioq; consistere. semitonia vero eē duo maius ac minꝰ: Diapente autem tribꝰ tonis ac minore semitonio contineri. Diapason vero qnq; tonis ac duobꝰ minoribus semitonijs expleri: neq; ad sex tones vllo mō peruenire. hec oīa posteriꝰ ꝛ numerorū rōne ꝛ aurium iudicio comprobabo atq; hęc hactenus.

Quid sit musicus. Capitulū. 34.

n Unc illud ē intuendum quod ois ars omnisq; etiā disciplina honorabiliorē naturaliter habeat rōnem quā artificiū: quod manu atq; ope artificis exercet. Multo eni est maiꝰ atq; altius scire quod quisq; faciat: ꝙ ipsum illud efficere: ꝙ sciat ꝛ enim artificiū corporale quasi seruiens famulatur. Ratio vero quasi dn̄a impat: ꝛ nisi manꝰ secūdum id quod ratio sancit: efficiat: frustra sit. Quāto igitur preclarior ē scientia musicę in cognitione rōnis: quam in ope efficiendi atq; actu tantum. s. q̄tum corpus mente supatur: Quod s. rōnis exps seruitio degit: illa vero impat atq; ad rectū deducit. ꝙ nisi pareatur eiꝰ imperio: expers rationis opꝰ titulabit. Unde fit vt speculatio rōnis operandi actu nō egeat. Manuum vero opera nulla sint nisi rōne ducantur. Jam vero quanta sit gloria meritumq; rationis: hic intelligi potest. ꝙ ceteri (vt ita dicam) corporales artifices non ex disciplina sed ex ipsis potius instrumentis cepere vocabula: Naz citharedus ex cithara: vel tibicen ex tibia: ceteriq; suorum istrumentorum vocabulis nuncupantur: is vero est musicus: qui ratione perpensa Canendi scientiam non seruicio operis: Sz impio speculatōis assumit. Quod. s. in edificiorum bellorūq; opa videmus ꝛ in contraria scilꝫ nuncupatione vocabuli: Eorum nāq; noībus vel edificia inscribuntur vel ducuntur triumphi: quorum impio ac rōnem instituta sunt non quorū opere seruitioq; pfecta. Tria igitur sunt genera: quę circa artem musicam versantur: Unum genus est quod instrumentis agitur: aliud fingit Carmina: Tertium quod instrumentorū opꝰ carmenq; diiudicat. Sed illud quidē quod ī istrumentis positum est: ibiq; totam opam consumit: vt sunt citharedi: quiq; organo ceterisq; musicę istrumentis artificium ꝓbant: a musicę scientię intellectu seiūcti sunt. qm̄ famulantur (vt dictum est) nec quicquā afferunt rōnis. Sed sunt totius speculationis expertes. Secūdum vero musicam agentium genus est poetarū: Quod non potiꝰ speculatione ac ratione quā naturali quodam īstinctu fertur ad carmen. Atq; iccirco hoc quoq; genus a musica segregandum est. Tertium est quod iudicandi peritiam sumit. vt rithmos: cantilenasq; totumq; Carmen possit perpendere: Quod. s. qm̄ totum in ratione ac speculatione positum est: hoc proprie musicę deputabit. Isq; musicus est: cui adest facultas secundum speculationem rōnem ve propositam ac musicę conuenientem de modis ac rithmis. Deq; generibus cantilenarum: ac de ꝑmixtionibus ac de omnibus: de quibꝰ posterius explicādum est: ac de poetarum carminibus iudicandi.

Eiusdem Boetij de Musica. liber secundus.

Proemium. Ca. 1.

s Upius volumē cūcta digessit: quę nūc diligentiꝰ explicanda eē proposui. itaq; priusq; ad ea veniam: que proprijs rationibus perdocenda sunt: pauca premittam: Quibus elucubratio: animus auditoris ad ea quę dicenda sunt accipienda perueniat.

Quid pytbagoras esse philosophiam constituerit. Capitulum. 2.

p Rimus oium pytbagoras sapientię studium philosophiam nūcupauit. Quam sꝫ eius rei notitiam ac disciplinam ponebat: quę proprie vereq; eē diceretur. Esse autem illa putabat: quę nec intentione crescerent: nec diminutione decrescerent: nec vllis accidentibus mutarentur: Hęc autem esse formas: magnitudines: qualitates. habitudines: ceteraq;: quę p se speculata immutabilia sunt: iuncta vero corporibus permutantur: ꝛ multimodis variationibꝰ mutabilis rei cognatione vertuntur.

De differentijs q̄titatis: ꝛ quę cui disciplinę sit deputata. Capitulum. 3.

o Mnis vero quātitas secundum pytbagoraz vel continua vel discreta est: Sed que continua est: magnitudo appellatur: Quę discreta est multitudo. Quorum hęc est diuersa ꝛ contraria pene proprietas. Multitudo enim a finita inchoans q̄titate crescens in infinita progreditur. vt nullus crescendi finis occurrat. Estq; ad minimū terminata iterminabilis ad maius. eiusq; principium vnitas ē: qua minus est nihil. Crescit vero per numeros atq; in infinita protenditur: nec vllus numerus: quo minꝰ crescat: terminum facit. Sed magnitudo finitam rursus suę mensure recipit quātitatem: Sed in infinita decrescit. Nam si sit pedalis linea vel cuiuslibet alterius modi: potest in duo ęqua diuidi: eiusq; medietas in medietatē secari eiusq; rursus medietas in aliam medietatē: vt nunq̄ vllus secandi magnitudinem terminus fiat. ita magnitudo q̄tum ad maiorem modum terminata est: fit vero cum decrescere ceperit infinita. At contra numerus. q̄tuz ad minorem modum: finitus est: infinitus autem incipit eē cū crescit: cum igitur hec ita sint infinita: tn̄ quasi de rebus finitis philosophia pertractat: inq; rebus infinitis repperit aliquid terminatū: de quo iure possit acumen proprie

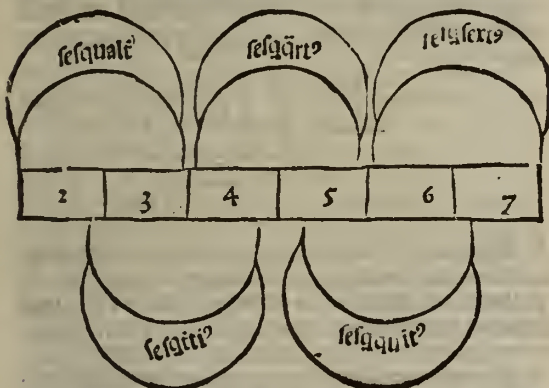
speculationis adhibere. Nāq; magnitudinis alia sūt immobilia: vt terra vt quadratum vel triangulum: vel circulus. alia sunt mobilia: vt sphera mundi: & quicquid in eo rata celeritate conuertitur. Discretę vero q̄ntitatis alia sunt per se: vt tres vel quatuor: vel ceteri numeri. Alia vero ad aliud. vt duplum triplum: Aliaq; quę ex comparatione nascūtur. Sed immobilis magnitudinis geometria speculationem tenet. Mobilis vero scientiā astronomia persequitur: per se vero discrete quātitatis arithmetica auctor est. ad aliquid vero relatę musica probat obtinere peritiam.

De relate pro quātitatis differentijs. Cap. 4.

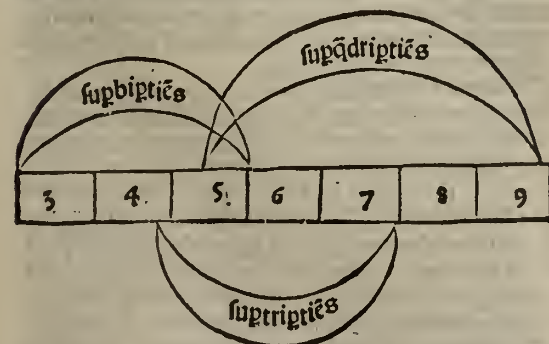
a C de ea quidem q̄ntitate discreta quę per se est in arithmetica sufficienter diximus: Relatę vero ad aliquid q̄ntitatis simplicia quidem genera sunt tria. Unum quidem multiplex. Aliud vero super particulare: Tertium superpartiens: Cum vero multiplex super particulari suppartientiq; miscet: fiūt alię duę ex his. i. multiplex superparticularis: & multiplex superpartiens. horū igitur oium talis est regula. si vnitatem cunctis in naturali numero volueris comparare: ratus multiplicis ordo texetur. Duo enim ad vnū duplus est. tres ad eundem triplus. quatuor quadruplus. & in ceteris eodem modo: vt subiecta descriptio docet.

I	I	I	I	I	I	I	I	I
II	III	IIII	v	vI	vII	vIII	Ix	x

Si vero superparticularem proportionem quęras naturalem sibi compara numerū detracta. s. vnitate vt tres duobus sesqualter est: quatuor tribus: qui sesquitertius est: quinarius quaternario sesquiquartus est: & in ceteris eodem modo quod monstrat subiecta descriptio.



Superpartientes autem tali modo reperies. dispo-nas naturalem numerum a ternario scilicet inchoantem. Si vnū igitur intermiseris: Superbipartientem efficies pernotabis. q si duo: supertripartientem: q si tres: superquadripartientem. idemq; in ceteris.



Adhunc vero ordinem spectans & cōpositas ex multiplici & superparticulari: & ex multiplici & superpartienti proportiones lector diligens speculabitur. Sed de his tamen omnibus in arithmeticis expeditius dictum est.

Cur multiplicitas ceteris antecellat. Ca. 5.

s Ed in his illud est considerandum: q multiplex inęqualitatis genus. longe duobus reliquis videtur antiquius. Naturalis enī numeri dispositio. in multiplicibus vnitati quę prima est: comparantur. Superparticularis vero nō vnitatis comparatione perficitur. Sed ipsorum qui post vnitatem sunt dispositi numerorum: vt ternarij ad binariū quaternarij ad ternarium. Et in ceteris adhunc modum Superpartientium vero longe retro formatio ē: quę nec continuis numeris comparatur. Sed intermissis: nec sēper ęquali intermissione: Sed nunc quidem vna nūc vero duabus: nunc vero tribus. nūc vero quatuor: atq; ita i infinita succrescit. Amplius multiplicitas ab vnitate incipit: superparticularitas a binario: superpartiens proportio a ternario initium cap. Sed de his hacten⁹: Nūc quędam quę quasi axiomata gręci vocāt pręmittere oportebit: quę tum demum quo spectare videantur intelligemus: Cum de vnius cuiusq; rei tractabimus demonstratione.

Qui sint quadrati numeri: deq; his speculatio. Capitulum. 6.

q Uadratus numerus est: qui gemina dimensione in ęqua concreuerit: vt his duo: ter tres. q̄ter quatuor quinquies quinq;. sexies sex. quorum est ista descriptio.

II	III	IIII	v	vI	vII	vIII	Ix	x
IIII	Ix	xvI	xxv	xxxvI	xlvIIII	lxIIII	lxxxI	c

Superius igitur dispositus numerus naturalis latus est quadratorum inferius descriptorum. Continui enim naturaliter sunt quadrati: qui sese in subiecto ordie consecuntur vt. iiij. ix. xvi. & ceteri. Si igitur continuū quadratum minorem a continuo quadrato maiore sustulero: quod reliquit tantum erit quātum est: quod ab vtrorumq; quadratorum lateribus iūgitur: vt si quatuor auferam a nouenario quinq; sunt reliqui: qui ex duobus et tribus: qui sunt vtrorūq; quadratorum latera: coniūgūtur: Item si nouenarium aufero de eo qui sex decimis numeris ascriptus est. vij. sunt reliqui: qui. s. ex ternario q̄ ternarioq; coniunctus est: qui predictorum quadratorū latera sunt. Idemq; in ceteris. Quod si non sint continui quadrati. Sed vnus inter eos transmissus sit: fit ei⁹ qd̄ relinquitur medietas: id quod ex vtriusq; lateribus efficitur: vt si quaternarium de. xvi. quadrato auferam⁹. xij. relinquūtur. quorum. xij. medietas est is numerus qui ex vtrorūq; lateribus conuenit. Sunt autem vtrorūq; latera. duo & quatuor: quę senarium iuncta perficiunt. Atq; in ceteris idem modus est. Sin vero duo intermittantur: tertia pars erit eius quod relinquitur id qd̄ vtrorumq; latera coniungunt: vt si quatuor d̄. xxv. auferam intermissis duobus quadratis: reliqui. xxi. sunt. Eorum vero latera sunt. II. & v. qui efficiunt. vij. qui sunt pars tertia numeri. xxi. Atq; hęc regula est: vt si tres intermissi sint: pars quarta fit id quod ex vtrorūq; lateribus efficit eius quod subtracto minore a maiore relinquitur. Sin quatuor transmittantur: quinta: Atq; vno plus vocabulo numeri partes venient: quam sit intermissio numerorum.

Omnem inequalitatem ex ęqualitate procedere eiusq; demonstratio. Capitulum. 7.

e St autem queadmodum vnitas pluralitatis numeriq; principiū: ita ęqualitas proportionum. tribus. n. preceptis (vt in arithmetica dictum est) multiplices proportiones ex ęqua

litate producimus: ex conuersis vero multiplicibus superparticulares habitudines procreamus. Item ex conuersis superparticularib⁹ superpartientes cōparatōes efficimus ponantur enim tres vnitates vel tres binarij. vel tres ternarij. vel quotlibet equi termini: ⁊ sit prim⁹ primo equus in sequenti scilicet ordine constitutus. Secundus vero primo ac secundo. tertius primo duobus secundis ac tertio: ita enim numero progresso fit duplex multiplicitatis prima proportio. vt descriptio monet.

I	I	I
I	II	IIII

¶ Nam vnitas in secundo ordine constituta equa ē prime vnitati in superiore loco disposite. item binarius equ⁹ vnitati prime ac secunde: Item quaternarius equ⁹ est vnitati prime: ac duab⁹ vnitatibus secūdis atq₃ vnitati tertie. ⁊ est. i. ij. iiij. dupla proportio: q᷑ si de his idem feceris tripla comparatio procreabitur: ac de tripla quadrupla: de quadrupla quincupla: Ac deinceps talis currit habitudinum procreatio. Rursus ijsdem tribus preceptis superparticulares fiunt: vt vno probamus exemplo. Conuertamus nunc ⁊ priorem maiorē numerum disponam⁹. iiij. ij. i. ponatur igitur primus primo equus idest. iiij. secundus primo scilꝫ ⁊ secūdo. idest. vi. terti⁹ primo duobus secūdis ⁊ tertio idest. ix. Quibus dispositis sesqualtera notatur esse proportio.

IIII	II	I
IIII	vi	ix
Sesqualtera		Sesqualtera

¶ Atq₃ id si de triplis fiat: sesquitertia. Si de quadruplis sesquiquarta. consimilibusq₃ in alterutra parte vocabulis proportionalitas ex multiplicitate nascetur. Ex superparticularitate vero conuersa ducitur superpartiēs habitudo. Disponatur enim conuersim sesqualtera comparatio. ix. vi. iiij. Ponatur enim primus primo equus i. ix. secundus primo ⁊ secundo. i. xv. Terti⁹ primo duobus secundis ac tertio. i. xxv. ac disponantur in ordinē hoc modo.

ix	vi	IIII
ix	xv	xxv
Superbipartiēs		Supbipartiens

¶ Superbipartiens igitur ex conuersis sesqualteris habitudo producta est. q᷑ si quis ad hanc speculationem diligens scrutator accedat: ex sesquitertijs conuersis supertripartientem producit. Ceterisq₃ similibus vocabulis adequatis cunctas ex superparticularitate superpartientis spēs procreari mirabitur: Ex non conuersis aūt superparticularibus: sed ita vt ex multiplici procreati sunt: manētibus necesse est multiplices superparticulares creari. Ex manentibus vero superpartientibus ita vt ex superparticularibus prodierunt: non alij nisi multiplices superpartientes procreabuntur. ac de his quidem hactenus. diligentius enim in arithmeticis libris de hac comparatiōe est disputatum.

¶ Regulā quotlibet continuas proportiones superparticulares inueniendi. Capitulum. 8.

Sepe aūt accidit: vt tres vel quatuor vel quotlibet equas superparticularium proportiones de musica disputator inquirat: Sed ne id casu atq₃ inscitia facientes: error vllus difficultatē impediat: hac regula quotlibet equas proportiōes ex multiplicitate ducemus. vnusquisq₃ multiplex ab vnitate. scꝫ computatus tot superparticulares habitudines precedit sue scilicet. in contrariam partem denominationis: quotus ipse ab vnitate discesserit hoc modo: vt duplex sesqualteras antecedat. Triplex sesquitertias. Quadruplex sesquiquartas. ac deinceps in hunc modum. sit igitē duplorum terminorum subiecta descriptio.

I	II	IIII	vIII	xvI
	III	vI	xII	xxIIII
		Ix	xvIII	xxxvI
			xxvII	lIIII
				lxxxI

¶ In superiore igitur descriptione binarius prim⁹ multiplex vnum ad se ternarium habet: qui possit facere sesqualteram proportionem. Ternarius vero non h₃ aliū qui eius possit esse sesqualter quoniam medietate deficit. Rursus quaternarius secundus est duplex hic duos sesqualteros antecedit senarium ⁊ nouenarium: qui medietate caret. Atq₃ iccirco nullus ei habitudine sesqualtera comparatur. Et in ceteris idem est tripli vero eodem modo sexquitertios creant. sit enim similis in triplo descriptio.

I	III	Ix	xxvii	lxxxi
	iiii	xii	xxxvi	cviii
		xvi	xlviii	cxliiii
			lxiiii	cxcii
				cclvi

¶ In superiore igitur descriptione sesquitertias pportiones ita natas videmus: vt primus triplex vnum sesqtertium antecedat. Secundus duos. tertius tres: sempq₃ pars tertia in vltimo numero naturali quodam fine claudatur. q᷑ si quadruplum statueris eodem modo sesqquartos inuenies. si quincuplum sesquiquintos. Ac deinceps singuli denominationis multiplicis tot superparticulares precedunt: quoto loco ipsi a se vnitate discesserint. vnam vero tantum quadrupli dispositionem ponemus vt in ea sicut in ceteris lector acumi mentis diligens exerceat.

i	iiii	xvi	lxiiii	cclvi
	v	xx	lxxx	cccxx
		xxv	c	cccc
			cxxv	d
				dcxxv

¶ Hec igitur speculatio ad hanc vtilitatem videtur inuenta. vt quotienscūq₃. iii j. vel quinq₃. vel quotlibet sesqualteros vel sesquitertios vel sesquioctauos vel quotlibet alias proportiones quis inuestigare voluerit: nullo errore labatur: vtq₃ non ei numero primo tales pportiones querat aptare: qui quanti sint propositi: tot precedere: ⁊ post se habere non possit. Sed disponat poti⁹ multiplices: videatq₃ quantos superparticulares requirit: eumq₃ multiplicem respiciat: qui eo loco ab vnitate recesserit: vt est in superioribus descriptionib⁹. si tres sesqualteros fortasse quesierit: non a quaternario ingrediatur inuestigationem. hic enim qm̄ secundus est: duplus duos tantum precedit: tertiūq₃ ei aptare non poterit. Sed vt ab octonario medietates temptet apponere. hic enim qm̄ tertius est: tres quas querit sesqualteras proportiones efficiet. ⁊ in ceteris eodem modo.

¶ Est etiam alia augendi proportiones via hoc modo: Radices proportionum dicuntur in eisdem comparationibus minime proportionis. Disponatur enim numerus naturalis: vnitate multiplicatus.

ii	iii	iiii	v	vi	vii

¶ Minime igitur proportiones sunt vt in sesqualtera. iij. ad. ij. in sesquitertia. iiij. ad. iij. in sesquiquarta. v. ad iiij. ⁊ deinceps in infinitum ⁊ quecūq₃ se proportiones vnitate precesserint. Propositū igitur sit duas sesqualteras proportiones continua comparatione producere. sumo radicem sesqualterā: eamq₃ dispono. ij. ⁊. iij. Multiplico igitur binarium per binarium fiunt. iiij. Item ter-

narius per binarium crescat: erunt. vi. Rursus ternariũ in semet ipsum ducemus. fiunt. ix. qui disponantur hoc modo.

ii	iii	iiii	vi	ix

¶ Inuenimus igitur duas propositas sesqualteras proportiones. vi. ad. iiij. z. ix. ad. vi. Sit nunc propositum tres inuenire: Dispono eosdem numeros quos supra in exquirendis duobus sesqualteris habitudinibus proposueram: ipsasqz sesqualteras proportiones. Multiplico binario quaternarium. fiunt octo. Rursus senariũ binario fiunt. xij. Rursus nouenariũ binario fiũt. xviij. Rursus nouenarium ternario: fiunt. xxvij. disponantur igitur hoc modo.

ii	iii		
iiii	vi	ix	
viii	xii	xviii	xxvii

¶ Atqz hic modus erit in ceteris: vt si sesquitertias proportiones velis extendere: ponas sexquitertiorum radices: que sunt quaternarius atqz ternarius ad se inuicem.

iii	iiii		
ix	xii	xvi	
xxvij	xxxvj	xlviii	lxiiii

¶ Atqz ad hunc modum multiplices: qz si sesquiquartas sesquiquartorum dispones radices eadem multiplicatione sesquiquartos quotlibet extendes. Quantum autem nobis he considerationes prosint: Sequens ordo monstrabit.

De proportione numerorum qui ab alijs metiuntur. Capitulum 9.

Si duos numeros eorũ differentia integre fuerit permensa: in eadem sunt proportione numeri: quos sua differentia mensa est: in qua erunt pportione et hi numeri: secundũ quos eos sua mensa est differentia. Sint enim numeri. l. lv. i ergo ad se inuicem sesquidecima habitudine cõparantur z est eorum differentia quinarius: qui. s. ẽ pars decima numeri. l. hic igitur metietur quidem. l. numerum decies. lv. vero vndecies secũdum igitur decem atqz. xi. numeros. lv. z. l. propria differentia. i. quinarius permetitur. z sunt. xi. ad. x. sesquidecima comparatione compositi. in eadem igitur sunt proportione numeri. quos propria differentia itegra permẽsa est: in qua sunt hi: quos eos propria differentia ẽ pmensa: qz si qua differentia numerorum ita eos numeros quorũ est differentia metiatur: vt eãdem mẽsuram numerorũ pluralitas excedat: ideqz in vtrisqz sit excessus: z sic diminutior differentie mensura: quam ẽ pluralitas numerorũ: maiorẽ obtinebũt proportionem ad se inuicem numeri: si eis illud quod relinqtur post mẽsionem: retractum sit: quam fuerunt itegri: cũ eos ppria differẽtia metiebat. Sint enim numeri duo. liij. lviii. hos igitur quinarius qui est eorum differentia: metiat metitur igitur. liij. quinarius decies. vsqz ad. l. Reliqt vero ternariũ. Rursus. lviij. numerum metitur idẽ vndecies vsqz ad. lv. atqz in eo iterũ ternariũ relinqt. Auferatur igitur ex vtrisqz ternarius fiũt. l. z. lv. qui disponatur hoc modo.

liii	lviii	l	lv

¶ In hoc igitur manifestũ est maioris esse proportiõis inter se. l. z. lv. quam. liij. z. lviii. In minoribus enĩ numeris maior semper proportio reperitur. qz paulo posterius demonstrabimus. Sin vero illa differentie permẽsio numerorum multitudinẽ supuadat: eademqz vtrosqz numeri pluralitate pretereat: minores erunt proportiões numeri superius mensi cũ additione eius sũme: qua vtrosqz metiens differentia superuadit: quam fuerunt ante: cũ eos propria differentia metiebatur. Sint enim numeri. xlviij. z. liij. horum quinarius differentia est. Metiatur igitur. xlviij. numerum quinarius decies fiunt. l. Superuadit igitur. l. numerus. xlviij. numerum binario. Idem quinarius. liij. vndecies metiatur fiunt. lv. qui eisdem rursus duobus. liij numerum superuadit. Addat vtrisqz binarius z disponantur hoc modo.

xlviii	liii	l	lv

¶ Minores igitur sunt proportiones. l. ad. lv. comparati cum additione. s. binarij quo differentia eos metiens superuadit: quam. xlviij. z. liij. numeri quos eadẽ: que tamen in eis supercreuit: quinarij differentia permensa est: Maiores vero z minores proportiones hoc modo intelliguntur. Dimidia pars maior est: qz tertia. Tertia pars est maior: quam quarta. Quarta pars maior ẽ: quã quinta. ac deinceps eodem modo. Unde fit vt sesqualtera proportio. maior sit sesquitertia. z sesquitertia sesququartam vincat. Atqz idem in ceteris. hinc euenit vt in numeris maioribus minor: z in minoribus maior semp videatur proportio superparticularium numerorum. Quod apparet in numero naturali. disponatur enim numerus naturalis. i. ij. iij. iiij. Binarius igitur ad vnitatem duplus est. Ternarius ad binarium sesqualter est. Quaternarius vero ad ternarium sesquitertius. Maiores vero sunt numeri tres z. iiij. Minores: binarius z vnitas: in maioribus igitur minor: z in minoribus maior proportio continetur: hinc apparet qz si aliquibus numeris proportionem cõtinentibus superparticularem: equa pluralitas addatur: maiorem esse proportionẽ ante eque pluralitatis augmentum: quam postea quã eis pluralitas equa sit addita.

¶ Que ex multiplicibus z superparticularibus multiplicitates fiant. Capitulum. 10.

Illud etiam premittendũ videtur. quod paulo post demonstrabitur. Si multiplex interuallum binario fuerit multiplicatum: id etiã qz ex illa multiplicatione nascetur: multiplex eẽ: qz si id quod ex tali multiplicatione procreatum sit: nõ fuerit multiplex: tunc illud non esse multiplex: quod binario fuerit multiplicatum. Item si superparticularis proportio binario multiplicetur: id qz fit neqz supcparticulare eẽ: neqz multiplex: qz si id quod ex tali multiplicatione nascetur: neqz multiplex neqz superparticulare est: tunc illud quod binario multiplicatum est: vel superparticularis vel alterius generis est: non vero multiplicis.

¶ Qui supparticulares quos multiplices efficiant. Capitulum. 11.

His illud addendum ẽ duos primos superparticulares primam efficere multiplicẽ proportionem. vt si sesqualter z sesquitertius coniungantur duplicem creant. Sint enim numeri. ij. iij. iiij. iij. ad. ij. sesqualter est. iiij. ad. iij. sesquitertius quatuor ad duo duplus. Rursus primus multiplex primo additus superparticulari scdm multiplicem creat. Sint enim numeri. ij. iiij. vi. iiij. nãqz ad. ij. duplex est. primus scz multiplex. vi: ad. iiij. sesqualter. qui ẽ primus superparticularis. vi. ad duo triplus. q secũdus est multiplex. qz si triplum sesqtertio addas: quadruplus efficit. Atqz in hunc modũ iunctis proportionibus multiplicium ac supparticulariũ: in ifinitum multiplices procreantur.

¶ De arithmetica geometrica armõica medietate. Ca. 12.

Quoniã vero de pportionibus que erant interim tractanda prediximus: nunc de medietatibus est dicendum. Proportio enim est duorũ terminorum ad se quedam comparatio: terminos aũt voco numerorum sũmas: Proportionalitas est equarum proportionum collectio: Proportionalitas vero in tribus terminis minima constat: Constat autem plerumqz in pluribus. vt in quatuor vel in sex terminis Cum enim primus ad secundum terminus eandem

retinet proportionem: quam secundus ad tertium: dicitur hec proportionalitas. Estque inter tres terminos medius: qui secundus est. has igitur proportiones medij termini coniungentis: trina partitio est. Aut enim equa est differentia minoris termini ad medium: et medij ad maximum Sed nō equa proportio vt in his numeris. i. ij. iij. iter vnum quippe ac duo et inter duo et tres tantum vnitas differentiam tenet. Non est aūt equa proportio. Duo gppe ad vnum dupli sunt. Ternarius ad duo sesqualter. Aut est equa proportio in vtrisque: non vero equalibus differentijs constituta. vt in his numeris. i. ij. iiij. Naz duo ad vnum ita sunt dupli: quemadmodum quaternarius ad binarium. Sed inter quaternarium binariumque binarius: inter binarium atque vnitatem vnitas differentiam facit. Est vero tertium medietatis genus quod neque eisdem proportionibus neque eisdem differentijs constat Sed quēadmodum se habet maximus terminus ad minimum: ita se se habet maiorum terminorum differētia ad minorum differentiam terminorum vt in his numeris iiij. iiij. vi. Nam sex ad. iij. duplus est. inter sex vero et. iiii. binarius est. Inter. iiij. vero ac. iij. vnitas. Sed binarius comparatus ad vnitatem: rursus duplus est: ergo vt est maximus terminus in numeris ad minimum ita maiorum differentia ad minorum differentiam terminorum. Vocatur igitur illa medietas: in qua eque sūt differentie: arithmetica. Illa vero in qua eque proportiones: geometrica: Illa autem quam tertiaz descripsimus armonica: Quarum hec subiciamus exempla.

Arithmetica			Geometrica			Armonica		
I	II	III	I	II	III	III	IIII	VI
eque dr̄e			eque ppor̄tões			diuerse dr̄e et ppor.		

Nō vero ignoramus alias quoque eē proportionum medietates: quas quidem in arithmetica diximus. Sz ad presentem tractatum he sunt interim necessarie. Sed inter has tres medietates proportionalitas quidem proprie. et maxime geometrica nuncupatur idcirco quoniam equis proportionibus tota contexitur. Sed tamen codē vtemur promiscue vocabulo proportionalitates etiam ceteras nuncupantes.

De continuis medietatibus et disiunctis. Ca. 13.

Sed in his alia continua est proportionalitas. Alia disiuncta. Continua quidem vt superius disposuimus. Unus enim idemque numerus medius: nunc quidem maiori Supponitur: nunc quidem minori preponit: Quotiens vero duo sūt medij tunc disiuncta proportionalitas nuncupatur: vt in geometrica hoc moddo. i. ij. iij. vi. Nam vt est binarius ad vnitatem. ita senarius ad ternarium. et vocatur hec disiuncta proportionalitas. vnde intelligi pōt continuam quidē proportionalitatem. In tribus et minimis terminis inueniri. Disiuncta vero. in. iiij. potest autem in. iiij. et in pluribus continua esse proportionalitas. siquidem hoc modo fit. i. ij. iiij. viij. xvi. Sed hic non erunt duo proportiones sed plures. semperque vna minus: quā sint termini constituti.

Cur ita appellate sint digeste superius medietates. Capitulum. 14.

Idcirco aūt vna eorum medietas arithmetica nuncupatur: quod inter terminos. Secūduz numerum equa est differentia. Geometrica vero secunda dicitur: quod similis est qualitas proportionis: Armonica autem vocatur: quoniaz ita coaptata est: vt indifferentijs ac terminis equalitas proportionum consideretur. Et de his quidez diligentius in arithmeticis disputatū est. nunc vero vt cōmemoremus: tantum ista percurrimus.

Quemadmodum ab equalitate supradicte processerant medietates. Capitulum. 15.

Sed paulisper quemadmodum iste proportionalitates ab equalitate procreantur: dicenduz est: Predictum est enī quod in numero valet vnitas: Idem in proportionibus equalitatē valere. Et sicut numeri caput est vnitas: ita proportionum equalitatem eē principiū. Quo circa hoc modo arithmetica medietas ab equalitate nascetur: positis enim tribus equis terminis. Hi duo modi sunt: quibus hec proportionalitas producatur. Ponatur enim primus primo equus. Secundus primo et secundo. Tertius primo secundo ac tertio. Quod hoc monstratur exemplo. Sit vnitates tres. Ponatur igitur primus primo equus idest vnus. Secundus primo ac secundo. idest duo: Tertius primo secundo ac tertio idest tres. eritque dispositio talis.

I	I	I
I	II	III

Rursus tres sint binarij in equalitate constituti. ij. ij. ij. ponatur primus primo equus. idest. ij. Secundus primo et secundo idest. iiij. Tertius primo secundo ac tertio idest. vi. et erit dispositio hec.

II	II	II
II	IIII	VI

Sed in his hoc speculandum est quod si vnitas fuerit ad equalitatis principiū constituta: vnitas ēt erit in differētijs numerorum ipsi vero numeri inter se nullum intermittunt. Si vero binarius teneat equalitatem: binarius est differentia et vnus inter terminus semp numerus intermittitur. Sin vero ternarius: idē differentia ē inter terminos vero duo naturaliter constituti intermittuntur Ac deinceps ad hunc modum. Est ēt alia proportionalitatem arithmetica procreandi via. ponantur enī tres equi termini: constituaturque primus primo ac secūdo equus Secundus primo ac duobus secundis. Tertius primo et duobus secundis ac tertio: vt si sint tres vnitates. Sit primo primo ac secundo equus idest. ij. Secundus vero primo ac duobus secundis idest. iij. Tertius autem primo duobus secundis ac tertio. Idest quatuor.

I	I	I
II	III	IIII

Hic igitur terminorum differentiam vnitas tenet. inter binarium enim et vnitatem atque inter ternarium ac binarium. Unitas interest. Nullus vero naturalis numerus intermittitur. Post vnitatem enim mox binarius est: ac post binarium ternarius: naturaliter constitutus idez rursus in binario fiat. Sintque tres binarij. et fit primus primo ac secundo equus. i. quaternarius. Secundus vero primo et duobus secundis. idest senarius. Tertius autem primo duobus secundis ac tertio idest octonarius.

II	II	II
IIII	VI	VIII

Hic quoque binarius tenet differentiam terminorum vno inter eos naturaliter intermisso. Nam inter. iiij. et. vi. quinarius naturaliter intermittitur. inter. vi. atque. viij: Septenarius collacatur. Quod si ternarius equalitatis principium sit: fiet ternarius differentia verbi gratia. Sint termini tres ad regulas superiorum subtus.

III	III	III
VI	IX	XII

In his ergo ternari⁹ est differentia ⁊ duo numeri intermissi. idest vno minus ꝙ̃ sit differentia semp numeris intermissis. Atq; idem ⁊ in quaternario: quinarioq; perspicitur. Et quę nos propter breuitatem tacemus: Isdē regulis ex semetipso diligens lector inueniet: Geometrica vero proportionalitas tūc quēadmodū inueniri ab ęqlitate possit ostēdim⁹: qñ quemadmodū ab ęqualitate ois inequalitas profluit: monstrabamus. Nisi tamen fastidium est nunc quoq; breuiter repetendum ē. Constitutis enim trib⁹ ęquis terminis ponatur prim⁹ primo equ⁹ Secūdus primo ac secūdo. Tertio primo duob⁹ secūdis ac tertio. Idēq; fiat ɔtinue atq; ita ex ęqualitate: geometrica ꝓportionalitas principiū sumat. Sʒ de harū ꝓportionū ꝓprietatib⁹ ꝙ̃ diligentissime i arithmeticis dixim⁹ ꝙ si ad hęc illis instructus lector accedat: nullo dubitationis errore turbabit. Armonica vero medietas de q̄ nūc paulo latius tractandū est: hac rōne ꝓcreatur. Constituat eni sigdeʒ duplices curam⁹ effingere: tribus ęqs terminis positis prim⁹ primo ac duobus secundis ęqualis Secūdus duobus primis ⁊ duob⁹ secūdis. Terti⁹ semel primo: bis fo: ⁊ ter tertio. Atq; hoc mō sint vnitates. I. I. I. Constituatur igitur prim⁹ primo ac duob⁹ secūdis ęqualis. i. ternari⁹. Secūdus vō duob⁹ primis ⁊ duob⁹ secūdis. i. q̃ternari⁹. terti⁹ vero p̄mo ac duob⁹ scōis ⁊ tribus tertiis. i. sex. Et ſi in binariis ęqualitas ɔstruatur: vel in ternariis eadē rō medietatis apparet duplo a se terminis differentiisq; distantib⁹: vt subiecte descriptiões monent.

I	I	I
III	IIII	VI
II	II	II
VI	VIII	XII
III	III	III
VIIII	XII	XVIII

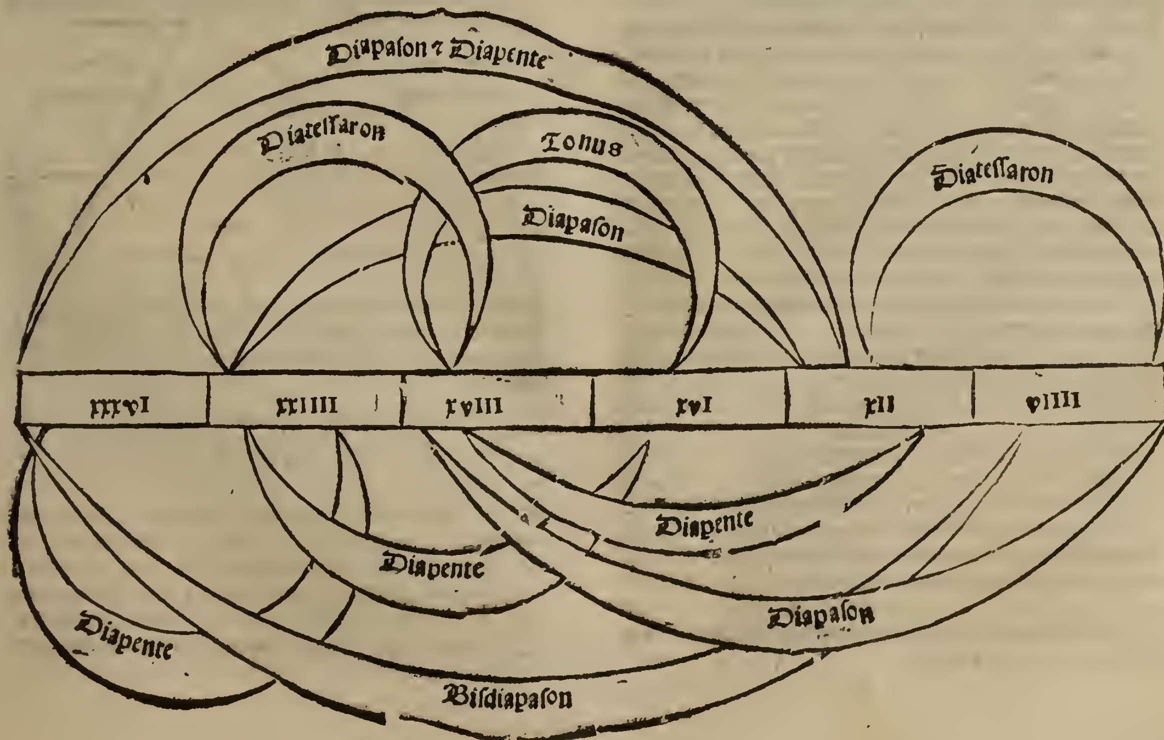
Quod si facienda ē in extremitatib⁹ tripla proportio: tribus eqs termis ɔstitutis. Prim⁹ qdē faciendus ē ex primo ac secūdo. Secundum vero ex primo ac duobus secundis. terti⁹ aūt ex primo duob⁹ secūdis ac trib⁹ tertiis vt est subiecta descriptio.

I	I	I
II	III	VI
II	II	II
IIII	VI	XII
III	III	III
VI	IX	XVIII

Sʒ igressi armonicā disputationē quę de ea diligētius dici possūt tacite ꝑtereūda eē nō arbitror: Collocet̄ igitur armonica proportionalitas iuxta ea descriptōe superiore ordine terminorum iter se differentie disponantur.

Diffe	I	II	rentie
	III	IIII	VI

Vides ne igit. vt. iiij. ad tres diatessarō ɔsonantiam prodāt. vi. ad. iiij. diapēte ɔcordēt. vi. vero ad. iij. diapason misceāt simphoniā: ipseq; earū differentie rursus eādē statuant ɔsonātiā: Binari⁹ eni ad vnitatē dupl⁹ ē in diapasō ɔsonātia ɔstitut⁹. ꝙ si se extremitates multiplicēt: itēq; medi⁹ sui multiplicitate succrescat: cōparati numeri toni habitudinē ɔcordiāq; seruabūt. ter eni sex efficiunt. xviij. quat. iiij. fient. xvi. Sed. xviij. numer⁹. xvi. numerū minoris pte octaua trāscendit: Rursus minim⁹ termin⁹ si se ipē multiplicet efficiet. ix. ꝙ si maior termin⁹ sui multiplicatione concrescat: efficiet. xxxvj. Qui sibimet cōparati quadruplā. i. bis diapason ɔcinētiā seruāt. ꝙ si hoc diligēti⁹ ispiciamus: hęc erit ois rei differentiaꝝ vel terminoꝝ i se iuicē multiplicatio. Minim⁹ eni terminus. si medio multiplicetur fient. xij. Itē minim⁹ terminus. si maximo multiplicet̄ fiet. xviij. Medi⁹ vero terminus si maximi numerositate augeat̄: fiet. xxiiij. Rursus minim⁹ termin⁹ si se ipo ɔcrescat: fiet. ix. Eodē modo si medi⁹ fient. xvi. Senari⁹ vō q maxim⁹ est si se ipm multiplicet. xxxvi. reddet. hęc igit̄ i ordinē disponātur. xxxvi xxiiij. xviij. xvi. xij. ix. sunt igitur diatessaron consonātiā resonantes. xxiiij. ad. xviij. ⁊. xij. ad. ix. diapente vero xviij. ad. xij ⁊. xxiiij. ad. xvj. ⁊. xxxvj. ad. xxiiij. Tripla autem quę est diapente ⁊ diapason. xxxvi. ad. xij. Quadrupla vero quę est bis diapason. xxxvi. ad. ix. epogdous vero qui tonus ē. xviij. ad. xvi. cōparatione seruatur.



¶ Quēadmodū inter duos terminos supradicte medietates vicissim collocentur. Cap. 16.

s Olent aūt duo termini dari proponiq; vt inter eos nūc quidē arithmeticā: nunc vero geometricā: nunc armonicam medietatē ponam⁹ De qb⁹ in arithmeticis quoq; dixim⁹. Id tamen ipm nunc etiā breuiter explicem⁹. Si arithmetica medietas qr: datorum terminorū videnda differentia ē: eademq; diuidenda ac minori termino adijcienda. Sint enim decē. 7 .xl. altrinsec⁹ termini constituti: horūq; medietas secūdum arithmeticā proportionalitatē queraf. differentiā pri⁹ vtrorūq; respicio: que est .xxx. hanc diuido fiunt .xv. hanc minori termino. id ē decē appono: fiūt xxv. Si igitur hic iter .x. 7 .xl. medi⁹ collocef. fit arithmetica proportionalitas hoc mō .x. xxv. xl. Itē inter eosdem terminos medietatē geometricā collocem⁹. Extremos ppria numerositate multiplico. vt .x. in .xl. fiunt .cccc. hor tetragonale latus assumo: fiunt viginti. Vicies enī viginti fiunt .cccc. Hos igitur .xx. medios inter .x. ac .xl. si collocē: fit geometrica medietas subiecta descriptione formata .x. xx. xl. Si vero armonicam medietatē queramus: sibimet ipsis copulam⁹ extremos. vt .x. 7 .xl. fient .l. Eorum differentiā que est .xxx. In minorem terminū multiplicemus. scz. in .x. vt fiant decies .xxx. q sunt .ccc. hos secundum .l. partimur fiunt .vi. Quos cum minori termino addiderim⁹: fient .xvi. hunc igitur numerū si inter .x. ac .xl. mediū collocem⁹: armonica pportionalitas expeditur. .x. xvi. xl.

¶ De consonantiarū modo secundum nicbomacum. Capitulum. 17.

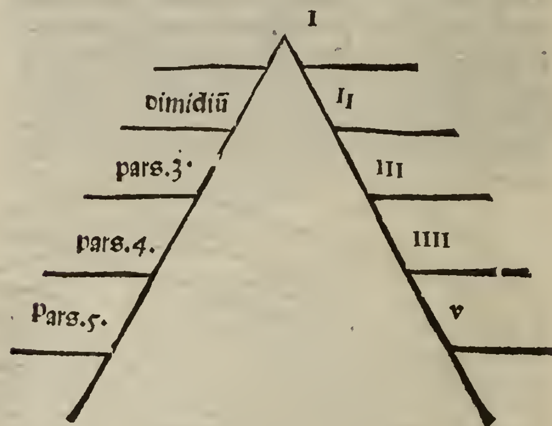
s Ed his bacten⁹. nunc illud addendū videtur queadmodū pythagorici pbant cōsonantias musicas ī predictis pportionib⁹ inueniri: in q re. s. eis ptolomeus nō videt assensus: de quo paulo posteri⁹ dicem⁹. hec enī ponenda est maxime eē prima suauisq; consonantia: cui⁹ pprietatez sensus apertior comprehendit. Quale enī ē vnū quodq; p semetipsum: tale 7 deprehenditur sensu: Si igitur cūctis notior ē ea consonantia: que in duplicitate consistit: nō est dubiū primā eē oium diapason consonātiā meritoq; excellere: quoniaz cognitione precedat. Reliquę vero hunc necessario secundum pythagoricos ordinem tenent: quē dederint multiplicitatis augmenta: ei superparticularis habitudinis detrimēta. Monstratū quippe ē: q multiplex inequalitas superparticulares pportiones meriti antiqtate trascendat. Quo circa naturalis numer⁹ ab vnitate vsq; ad quaternariū disponatur. I. II. III. IIII. Igitur vni binari⁹ cōparatus pportionē duplicē facit: 7 reddit diapason consonantiā eā que est maxima ei simplicitate notissima. si vero vnitati ternari⁹ cōparetur: diapason ac diapente cōcordiam personabit. Quaternarius vero vnitati comparat⁹ quadruplam tenet. bis scz diapason efficiens symphōiam q si ternarius binario comparetur diapente. Si vero q ternarius ternario. diatessaron consonantiā suppler. isq; est horum ordo cunctis ad se inuicem comparatis: Nam comparatio que restat: Si quaternarium binario comparemus: cadet in duplicem pportionē: quā tenebat ad vnitatem binari⁹ comparatus. itaq; maxime distant soni in bis diapason: cū a se quadrupla interualli dimensione discedunt. Minimū vero: cum acutior grauiorem tertia grauioris pte trascendit. Ac stat deinceps continentiarū modus: qui neq; vltra quadruplam possit extendi: neq; intra partem tertiam coartari: Et secundum nicbomacum quidem hic consonantiarum est ordo: vt sit prima diapason: secunda diapason ei diapente: tertia bis diapason. quarta diapente. quinta diatessaron.

¶ De ordine consonantiarum sententia eubolidis 7 hypasi. Capitulum. 18.

s Ed eubolides atq; hypasus alium consonantiarum ordinem ponunt aiunt enim multiplicitatis augmenta superparticularitatis diminutioni rato ordine respondere. Itaq; non posse esse duplum nisi dimidium: nec triplum preter tertiam partem. Quoniam igitur sit duplum: ex eo diapason cōsonantiam reddi. Quoniam vero sit dimidium: ex eo q̄si contraria diuisione sesqualteram. i. diapente effici proportionem. Quib⁹ mixtis scz diapason ac diapente triplicē procreari: que vtrāq; continet symphoniam. S d rursus triplicis partem tertiam contraria diuisione partiri. Ex qua rursus diatessaron symphonia nascetur. Triplicem vero atq; sesquitertium iunctos quadruplā comparationem proportionis efficere. vnde fit vt ex diapasō 7 diapente que est vna consonantia 7 diatessaron vna cōtinentia cōiungatur: que in quadruplo consistēs bis diapason nomen accepit. Secundum hoc quoq; hic ordo ē. Diapason. diapente diapason: ac diapente. diatessaron: bis diapason.

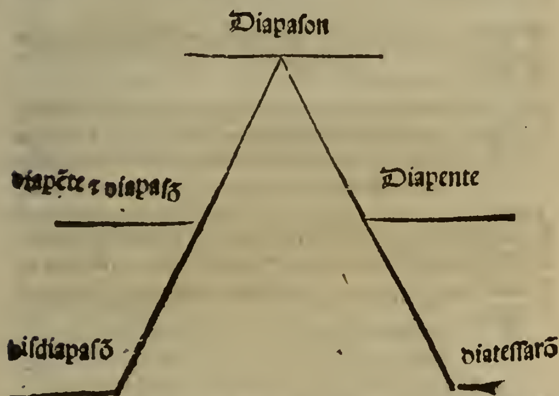
¶ Sententia nicbomaci que quibus consonatijs apponantur. Capitulum. 19.

s Ed nicbomacus non eandem eis eē arbitratur contrariam positionem. Sed poti⁹ vt vnitas in arithmeticis crementi erat diminutionisq; principiū: ita ēt diapason symphoniam reliqrum esse principium. illas vero sibi cōtraria diuisiōe posse constitui. id vero facili⁹ erit cognitu. si prius peruideatur in numeris: constituatur igitur vnitas: duceq; aq ea partes fluant vna multiplicis: alia diuisionis. Sitq; hec formula.



¶ Et ad hunc modum ad infinita progressio est binarius enim vnitatis duplex est. Contraria vero eius pars eisdem dimidium vnitatis ostendit. Tres triplus 7 contraria pars tertia. Quatuor quadruplus parsq; contraria quarta. Atq; ita crescendi 7 decrescendi in simplici est vnitate principium. Idem igitur nunc ad consonantias conuertamus. Erit igitur diapason que est dupla supremi loco principij. Que vero reliquę sunt: in contraria diuisione hoc modo. Sesqualter quidem triplo: sesquitertius vero quadruplo. Quod tali argumentatione probabitur: Idem enim primum est sesqualter: qui primus triplus scilicet principalis vnitatis. Nam ternarius idem primus triplus est: si imitati. Idem primus sesqualtar: Si binario comparetur. Rursus idem ternarius eiusdem differentię quam ad binarium

facit: cuius naturaliter positus probatur eē sesqualter: triplus est. Cum igitur iure sesqualter triplici opponatur. Diapente consonātia diapente ac diapason consonantie rationabiliter putatur opponi. Rursus quadruplus sesquitertij contrariam diuisionem tenet: Nam qui est primus quadruplus idem rursus primus sesquitertius inuenitur hoc modo. Quaternarius quippe prim⁹ est quadruplus si vnitati: primus sesquitertius: si ternario comparetur. Rursus eius differentie quam inter se ac ternarium tenet: ipse sit quadruplus. Unde fit vt sesquitertia proportio: que est diatessaron: q̄druple proportioni que est bis diapason incontrariū diuidat. Dupla vero quoniam nullam habet oppositam proportionem nec vllius ipsa sesqualtera est: aut extat numerus: cui possit binari⁹ qui primus est duplus: superparticulari proportione cōiungi: talem formam contrarie proportionis excedit. Atq; iccirco secundum nichomacum diapason consonantiarum principiū teneat hoc modo.



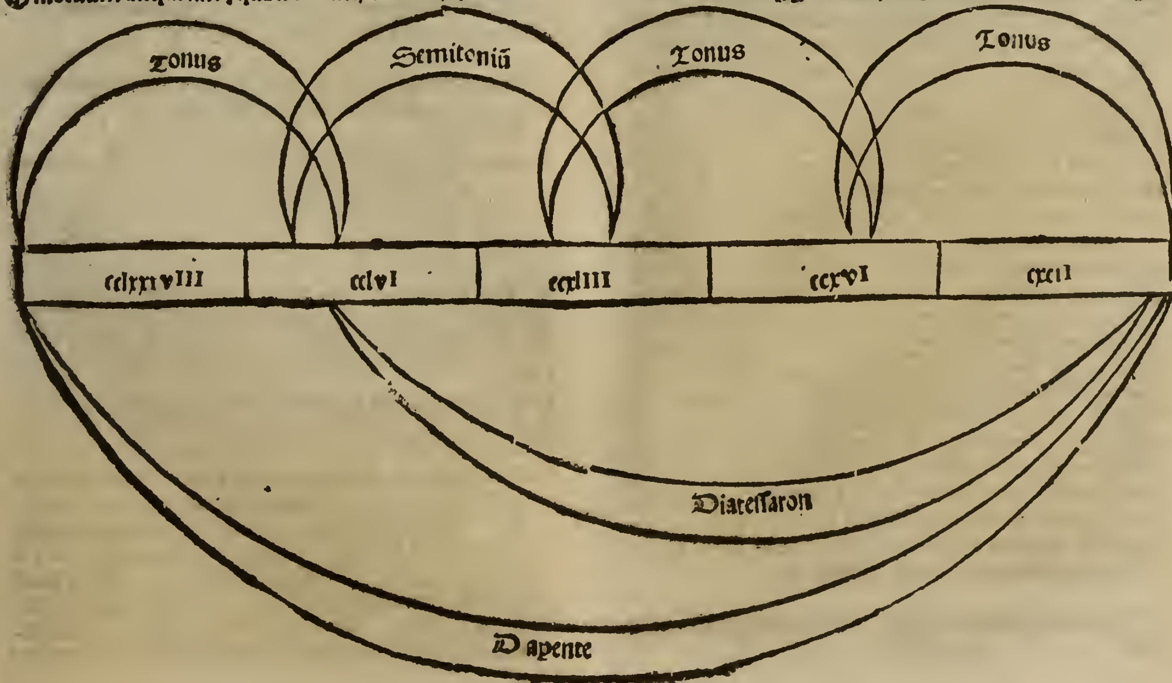
Sed q̄uis ita sese habeat: inquit tamen omnes meli⁹ multiplices proportiones consonantiarum precedere: super particulares sequi: sicut paulo ante descripsimus. Cū igitur ɔsonantia sit duarū vocū rata permixtio sonus vero modulate vocis casus vna intentione productus: sitq; idem minima particula modulationis: omnis vero son⁹ constet impulsu. Pulsus vero omnis ex motu fiat: tumq; motuum aliqui sint equales: Alij vero inequales: inequalium vero alij sint multo inequales. alij vero minus. alij vero mediocriter inequales: Ex equalitate quidem nascitur sonorū equalitas: Ex inequalitate vero ea que secundum mediocritatem distantie inequales sunt: manifeste: primeq; ac simpliciores eueniunt proportiones que sunt. sc; multiplices aut superparticulares. dupli. tripli. quadrupli. sesqualteri atq; sesquitertij consonantie. Ex his vero que in reliquis proportionib⁹: vel multimode vel non ita claris. vel longe oino a se distantibus inequalitates fiunt: dissonantie existunt. Nulla aūt sonorum concordia procreatur.

Quid oporteat premitti vt diapason in multiplici genere demonstretur. Capitulum. 20.

b Hec igitur ita distincto: demonstrabitur diapason consonantia que cunctarum optima ē i multiplici inequalitatis genere τ in duplicitatis habitudine reperiri. Ac primū qdē illud demonstrādū queadmodū i multiplicitatis genere diapason consonantia possit agnosci. Precurrendum est igitur ad breue quiddam quo prius cognito facilius demonstratio fiat. Ab oī superparticulari: si continuam ei superparticularē qs auferat pportionē que ē scilicet minor id quod relinquitur minus est ei⁹ medietate que detracta ē pportionis vt in sesqualtera ac sesquitertia: Quoniā sesqualtera maior ē: sesquitertiā de sesqualtera detrahamus. Relinquitur sesquoctaua pportio: que duplicata nō efficit integrā sesquitertiā pportionē sz ea distantia minor ē q̄ i semitonio repit. ꝙ si duplicata sesquoctaua comparatio non est integra sesqtertia: simplex sesquoctaua non est sesquitertie proportōis plēa medietas. ꝙ si sesquartū sesqtertio auferas id qd relinqt medietatē sesqquarti nō efficit. ideq; i ceteris.

Demōstratio p impossibile diapason i multiplici genere esse. Capitulum. 21.

a Hec nūc ad diapasō ɔsonātiā redeam⁹. ꝙ si ea nō ē i multiplici genere iequalitatis: cadet ī supparticulare ineqlitatis gen⁹. Sit igit superparticularis pportio diapason ɔsonātia. Auferat ab ea ɔtinua ɔsonantia. i. diapente: relinquitur diatessaron. Bis igitur diatessaron minus est vno diapente ei ipm diatessaron non iplet diapente consonātie medietatē ꝙ ē ipossibile. Mōstrabit eni bisdiatessaron tono ac semitonio consonātiā diapēte trāscendere: Quocirca nec diapason quidē in sup pticulari inequalitatis genere poni pōt



❡ Demonstratio per impossibile diapente diatessaron et tonum in super particulari esse. Cap. 22.

Restat igitur vt diapente ac diatessaron ⁊ tonũ bi super particulari ponenda esse monstrem⁹. Nam ⁊ si id in prima quoq; probatiõe ea qua diapason in superparticulari genere non eẽ ponendam monstrauimus. id quoq; quodam rationis modo perclaruit. Sigillatim tum de eo ac diligentius pertractemus: Nam si in super particulari quis has habitudines ponendas esse non dixerit in multiplici genere. fatebitur collocandas. Nam in superpartienti vel ceteris mixtis cur poni non possint: superius (vt arbitror) explanatum est. ponantur igitur si fieri potest in multiplici genere. Et quoniam diatessaron consonantia minor est. diapente maior: diatessaron duplici. diapente vero triplici proportioni multiplicitatis aptetur. Uerisimile est eni vt est consonantia diatessaron ꝯsonantie diapente continua. ita si diatessaron in duplici statuitur. diapente in cõtinua duplicis poni. i. triplici. Tonus autem quoniam in habitudinibus musicis post diatessaron locatur: nimirum in ea proportione ponatur: que est mĩor duplici. hec autem in multiplicitatis genere non potest inueniri. Restat igitur in superparticularis habitudinem cadat. Sit igitur prima. i. sesqualtera toni proportio. Nam si duplicem auferamus triplici: quod relinquitur sesqualter est. Quod si diatessaron quidem duplex est. diapente vero triplum: sublato diatessaron a diapente tonus reliquus fit: nullo modo dubitari potest: quin tonus in sesqualtera debeat proportione constitui. Sed due sesqualtere proportiones duplicem vincunt. Quemadmodum ex arithmeticis instructus sibi potest quisq; colligere. Duo igitur toni diatessaron superabunt: qꝺ est inconueniens. Diatessaron enim duos tonos semitonii spatio transcẽdit. Non igitur fieri potest: vt non diapente ac diatessaron in superparticulari inequalitatis genere collocentur. qꝺ si quis tonum quoq; in multiplici genere esse perscribat quoniam quidem tonus minor quam diatessaron. Diatessaron vero minus est quam diapente. diapente quidẽ ponatur in quadrupla. diatessaron in tripla. tonus in duplici: Sed diapente constat ex diatessaron ⁊ tono. Quadruplum igitur secundum hanc rationem constabit ex triplo ac duplo. quod fieri nequit. Rursus statuatur diatessaron quidem in triplici ei diapente in quadruplo. Si igitur auferamus triplum a quadruplo: sesquitertius relinquetur. Rursus si diatessaron diapente consonãtie subtrahas: fit reliquus tonus: Tonus igitur secundum hãc rationem in sesquitertia proportione constabit. Sed tres sesquitertij vno triplici minores fiunt. Tres igitur toni vnum diatessaron nulla ratione supplebunt. quod est falsissimum. Duo enim toni ac semitonium minus diatessaron consonantiam supplent. Ex his igitur demonstratꝰ diatessaron consonantiam non esse multiplicem. Dico autem quoniam nec diapente consonantia. in multiplici genere poterit collocari. Nam si in eo statuatur: quoniã est ei minor continua idest diatessaron. nõ locabitur diapente: in multiplici minimo. i. duplici scʒ vt sit locꝰ: quo diatessaron consonantia possit aptari. Sed diatessaron consonantia multiplicis generis non est. Quocirca nec diapente. in maiore habitudine multiplicis quam est dupla que minima est aptari potest. Si igitur diapente in minima scʒ dupla diatessaron vero que minor est: i multiplici quidem aptari non potest. Non est enim minus quicq̃ duplici. Si igitur sesqualtera. Tonus vero sesquitertia. In continua enim proportione locabitur. Sed duo sesquitertij ampliores sunt vno sesqualtero. Duo igitur toni vnam diatessaron consonantiam vincent: qꝺ nulla ratione continget. Ex his igitur approbatur diapẽte ac diatessaron in multiplici genere collocari non posse. quocirca in superparticulari genere inequalitatis iure ponentur.

❡ Demonstratio diapente ⁊ diatessaron in maximis superparticularibus collocari. Cap. 23.

Illud quoq; addendum necessario est: quoniã si diapente ac diatessaron superparticulares proportiones tenent: in maximis superparticularibus proportionibus collocantur. Sunt autem maxime sesqualtera ⁊ sesquitertia. Hoc vero approbabitur hoc modo. Nam si in minoribus proportionibꝰ quam sesqualtera vel sesquitertia. diapente ac diatessarõ consonantie collocentur. non est dubium quin sicut alie proportiones superparticulares preter sesqualteram et sesquitertiam iuncte non efficiunt vnũ duplum: ita diapente ac diatessaron vnum diapason nulla ratione concludunt. Quoniã enim diapason in duplici proportione esse monstratum est. duplex vero proportio ex sesqualtero sesquitertioq; componitur. Diapason vero ex diatessaron ac diapente copulatur: non est dubium quin si totum diapason in duplici statuatur: diapente ⁊ diatessaron in sesqualtera sesquitertiaq; proportione sint locande. Aliter enim non poterunt diapason iuncte perficere: que consonantia in duplici proportione consistit. Nisi in duabus proportionibus steterint sesqualtera. scʒ ac sesquitertia. Alie enim proportiones superparticulares hanc nulla ratione contingent

❡ Diapente in sesqualtera diatessaron in sesqtertia esse tonum in sesquioctaua. Capitulum. 24.

Ideo autem quoniam proprie diapente in sesqualtera. ⁊ diatessaron. in sesquitertia proportione consistit. Quoniam enim inter vtrasq; proportiones sesqualteram scʒ ⁊ sesquitertiam Sesqualtera maior est: ⁊ sesquitertia minor: quoniãq; i consonantijs diapente maior: diatessaron minor: appareꝫ maiorem proportionem maiori: ⁊ minorem minori eẽ cõsonantie aptandum. Erit igitur quidem diapente in sesqualtera: diatessaron vero in proportione sesquitertia collocanda. Quod si diatessaron a diapente consonantiam subtrahamꝰ: relinquitur spatiũ: quod dicitur tonus. Sesquitertiũ vero si proportioni sesqualtere minuamus: relinquit sesquioctaua proportio. Quo fit ut tonus. In sesquioctaua debeat ratione cõstitui.

❡ Diapason ac diapente In tripla proportiõe esse. bis diapason In quadrupla. Capitulũ. 25.

Sed quoniam demõstratũ est diapason quidẽ duplam diapente vero sesqualteram. iunctas vero duplam ac sesqualteram triplicem proportionem procreare: ex his etiam apparet diapente ac diapason in triplici proportione constitui. Sed si qs triplici proportioni sesquitertiam habitudinem iungat: quadruplam facit: Igitur si diapente ac diapason consonantijs diatessaron symphonia iungatur: fit quadruplũ spatium vocum: quod bis diapason supra esse mõstrauimus.

❡ Diatessaron ac diapason non esse consonantiam: secũdum pythagoricos. Capitulum. 26.

Sed in his illud diligẽs lector agnoscat: quod consonantie consonantijs superposite alias q̃sdam consonantias efficere. Nam diapente ac diatessaron iuncte diapason (vt dictum est) creant. huic vero diapason rursus si diapente symphonia iungatur fit consonantia que ex vtrisq; vocabulis nũcupatur. diapason. scʒ ac diapente. Cui si diatessarõ ad-

datur: fit bis diapason: quę quadruplam proportionem tenet. Quid igit si diatessaron ac diapason consonantias iungamus: ullam ne secundum pythagoricos efficiet cõsonantiam. Minime. Mox enim in superpartiens inęqualitatis genus cadit: nec seruat vel multiplicitatis ordinem: vel superparticularitatis simplicitatem. Age enĩ statuãtur numeri quibus id facilius approbemus. Sit enĩ ternarius: cuius sit senarius duplus. scilicet in diapason consistens proportione. huic aptetur sesquitertia quã diatessaron esse prediximus: vt octonarius. Is enim ad senarium diatessaron proportionem tenet. Qui octonarius ad ternarium comparatus habet eum bis. Sz ne sit multiplex habet etiã eius aliquas partes: neqz eas simplices. Duabus enim cũ superuenit vnitatibus: quę sunt due tertie ptes ternarij: quẽ primum terminum minimum ꝙ locam⁹. Sint igitur termini hi. iij. vi. viij. Illud quoqz ꝙ inter duas sibi continuas consonantias cadit. ⁊ enĩ neqz duplũ est integrũ vt diapason consonantiã pdat: neqz triplum: vt diapason ac diapente efficiat simphoniam Cui si tonus addatur: mox triplum modum proportiõis efficiet. Quũ enĩ diapason ac diapente sibi iuncte efficiũt triplum. Diatessaron vero ⁊ tonus diapente consonantiam iungunt. si diapason consonantie addatur diatessaron: inconsonum fit: quĩ inter duplicem ac triplicem nulla potest naturaliter proportio multiplicitatis intelligi. ꝙ si ei adijcio tonũ: fit diapason diatessaron ⁊ ton⁹: qd nihil distabit vtrum diapason ac diapente fit. Diatessaron enim ⁊ tonus diapente constituũt: Sit enim diapason quidez. iij. ⁊. vi. Diatessaron. vi. ⁊. viij. Ton⁹. viij. ⁊. ix. Diapente. vi. ⁊. ix. Diapason ac diapẽte. iij. ac. ix. Erit igitur sic tripla proportio. iij. vi. viij. ix. Sed quãquã de his multa nichomacus: nos tamẽ qua potuimus breuitate partim ea ipsa quę pythagorici affirmant probantes: partim ex eisdem quędam consequentia argumẽtantes probauimus: Si diatessaron consonantie diapason addatur consonantiam ex his coniungi non posse. qd vero sentiat de his ptolomeus: posterius apponam. Sz de his hactenus. Nunc de semitonis considerandum ẽ.

¶ De semitonio in qbus minimis numeris constet. Capitulum. 17.

v Identur enim semitonia nuncupata non quẽ re tonorũ sint medietates: sed quod sint nõ integri toni: huiusqz spatij quod nunc quidem semitoniũ nuncupamus: Apud antiquiores autem limma vel diesis vocabatur: hic modus est. Cũ enim ex sesquitertia proportione quę diatessaron est: duę sesquioctauę habitudines: que toni sunt: auferuntur: relinquitur spatium: quod semitonium nuncupatur. Queramus igitur duos tonos cõtinua dispositione descriptos Sed quoniã hi (vt dictum est) in sesquioctaua proportione consistunt: duasqz sesquioctauas proportiones continuas adhibere non possumus. nisi multiplex ille: a quo hę deriuari possint: reperiatur. fit vnitas prima eiqz octonarius octuplus primus. ab hoc igitur vnũ sesquioctauum potero deriuare. Sed quia duos querimus: fient octies octo: atqz ex eo. lxiiij. explicentur. Erit igitur secũdus octuplus. a quo possum⁹ duas sesqoctauas proportiones educere. Nãqz octo quę est octaua pars. lxiiij. vnitatum eisdem additi totam summã. lxxij. perficiunt. his vero si sua octaua similiter opponatur: que est nouenari⁹ lxxxi. reddunt. Eruntqz hi duo toni continui principali dispositione cõscripti. lxiiij. lxxij. lxxxi. Nunc igit. lxiiij. vnitatũ sesqtertiũ conquiramus. Sed quoniam. lxiiij. probantur tertiã partẽ nõ habere: si oẽs hi numeri ternario multiplicentur. mox eis pars tertia continget: ⁊ oẽs in eadem proportione durabunt: qua fuerunt anteqz his ternarius multiplicator accederet. fiant igitur ter. lxiiij. cxcij horum tertia. lxiiij. eisdem addita. cclvi. reddet. Erit igit hec sesquitertia proportio diatessaron consonantiã tenẽs

Nunc igitur duas sesquioctauas proportiones ad. cxcij. duobus semmineris continentes rato ordine collocemus fiant igitur ter. lxxij. i. ccxvi. Rursus ter. lxxxi. qui sunt. ccxliij. Qui inter duos suprascriptos terminos collocentur hoc modo. cxcij. ccxvi. ccxliij. cclvi.

Tonus | Tonus | semitoniũ

cxcii | ccxvi | ccxliii | cclvi

Diatessaron

¶ In hac dispositione proportionum. Primus numerus ad postremũ diatessaron consonantiam constituit. Idẽ vero primus ad secundum ⁊ secundus ad tertiũ geminos constituunt tonos. Constat igitur spacium quod relinquitur ex. ccxliij. ad. cclvj. in quibus minimus semitonij forma consistit.

¶ Demonstrationes non esse. ccxliij. ad. cclvi. toni medietatem. Capitulum. 18.

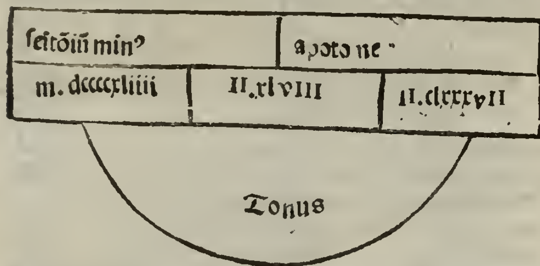
a Probo igitur. ccxliij. ad. cclvi. distantiaz nõ eẽ integrã toni medij dimensionem. Et enim ducentorum quadraginta trium ⁊ ducentorũ lvi. differentia tredecim tantum vnitatib⁹ continetur. Qui tredecim minus quidem quaz minoris octauam decimã: plus vero quã nonãdecimam optinẽt partem. Si enim octies decies tredecim ducas efficies. ccxxxiiij. qui. ccxliij. nullo mõ ęquabit. Si decies nouies multiplices: supuadent: cũ oporteat omne semitoniuz si tñ in integer toni dimidiuz tenet: inter sextãdecimã partem ac septimãdecimã collocari. Quod posterius demonstrabitur. Nunc illud liquebit talem semitonij distantiam sibimet geminatam. vnũ toni spatium non posse cõplere. Age enim vt sese. cclvi. ad. ccxliii. hẽnt tales duas sibimet continuas proportiones secundum superius descriptam regulam disponamus. cc. enim. l. ⁊. vi. ipsmet ipsos multiplicemus. ⁊ fit maxim⁹ termin⁹. lxv. dxxxvi. Item. ccxliij. propria numerositate concrescant. ⁊ fit minimus termin⁹. lix. xlviiij. Rursus. cclvi. adducentorũ xliii. multitudinem concrescant. Erit igitur numerus. lxii. ccviii. hic igitur medius collocetur hoc modo.

lxv. dxxxvi	lxii. ccviii	lix. xlvix

¶ ¶ In eadem igitur sunt proportione ducenti. lvi. ⁊. ccxliii. In qua, lxv. d. xxxvi. ad. lxii. ccviii. Et item. lxii. ccviii. ad. lix. xlviiii. Sed maximus eorum terminus qui est. lxv. dxxxvi. ad minimum qui est. lviiii. xlviiii. Unum integrum non efficit tonum. ꝙ si primi ad secundum proportio quę est ęqua secundi ad tertium proportioni: integri esse semitonii probaretur: duo dimidia iuncta vnum necessario efficerent tonum. Nunc aũt cum non sit extremorum terminorum sesquioctaua proportio: manifestum est hęc duo spacia proprie tonorũ dimidia non videri. Quicquid enim cuiuscũqz est dimidium id si duplicetur illud efficit: cuius dicitur esse dimidium. Si vero illud implere nõ possit geminata particula minus est parte dimidia. Si vero superfluat ac superuadat: plus est parte dimidia. preterea probabuntur. lxv. dxxxvi. non facere sesquioctauam proportionem. Si. lviiii. xlviiii. vnitatibus comparentur: si octaua ps. lix. xlviiii. eisdem secundum eas quę in arithmeticis dictę sunt regulas aggeratur. Quę quĩ in integris numeris non consistit: Iccirco eandem octauam partem relinqm⁹. lectorum diligentię computandam. liquet igitur eã proportionem que in. cclvi. ⁊. ccxliii. est constituta: non eẽ integrum dimidium toni. Quo circa id quod vere semitonium nuncupatur: pars toni minor est quam dimidia.

¶ De maiore parte toni in quibus minimis numeris constet. Capitulum. 29.

Reliqua igitur pars quę maior est: apotome nũcupatur a grecis a nobis vero põt vocari decisio. Id enim natura fert: vt quotiens aliquid secatur ita vt non equis partibus diuidatur: quãto minor pars dimidio minor est: tãto maior ps eadẽ quę auctior est: dimidium vincat. Quantum igitur semitonium minus integro dimidio toni minus est: tanto apotome toni integrum superat dimidium et vincit. Et quoniam docuimus semitonium in .cclvi. et .ccxliij. principaliter stare: nunc ea quę apotome dicitur: In quibus possit minimis constare numeris approbemus. Si igitur ccxliij. partem recipere octauam possent cum ad eum sesquioctauus numerus compararetur: tunc .cclvi. habitudo ad sesquioctauam summã minimi numeri comparata: apotomẽ necessaria ratione monstraret. Nunc vero ei quoniam pars octaua deesse monstratur: vtrique numeri octies fiant. Et ex .ccxliij. quidem octies multiplicatis fit numerus. M.dccccxliiij. Quibus si propria conferatur octaua qui sunt .ccxliij. fient .ii. clxxxvij. Rursus .cclvi. per octonarium crescant. fient igitur .ii.xlviij. Atque hic supra scriptorum terminorum in medio collocetur.



¶ Tertius igitur terminus ad primũ toni retinet proportionem. Secundus ad primũ semitonij minoris. Apotomes vero tertius ad secũdum. Atque in hisdem primis apotomes videtur constare proportio: cum semitonij in. cclvi. et ccxliij. numeris spatium contineatur. Iccirco aũt M.dccccxliiij. et ii.xlviii. in eadem proportione sũt: qua ccxliii. ad ducentos .lvi. quoniã .cclvi. et .ccxliij. octonario multiplicati sunt. Si eni vnus numerus duos quoslibet numeros multiplicet: qui ex ea multiplicatione nascuntur: In eadem erunt proportione: qua fuerunt hi numeri: quos prior numerus multiplicauit.

¶ Quibus proportionibus diapẽte diapason constet et qm̃ diapason sex tonis non constet. Ca. 30.

Sed qm̃ de diatessaron consonantia latius diximus: breuius et pene puris numeris de diapason ac diapente consonantijs disseramus. diapente enim constat ex tribus tonis ac semitonio. idest ex diatessaron et tono. Disponantur enim numeri quos superior descriptio comprehendit .cxcii. ccxvi. ccxliii cclvi. In hac igitur dispositione primus terminis ac secundum et secundus ad tertium tonorum retinet proportiones. Sed tertius ad quartum semitonij minoris: vt supra monstratum est. Si igitur .cclvi. octaua eisdem quorum octaua est apponatur: fient .cclxxxviij. Quibus .cxcii. comparati sesqualterum spatium proportionis efficiũt. Quo circa tres quidem toni sunt: si primus ad secundum secundus ad tertium: quintus conferatur ad quartum. Semitonium vero minus tertij ad quartum terminum comparatio tenet. quod si diatessaron quidem duorum tonorum est ac semitonii minoris: diapente vero trium tonorum ac semitonii minoris: iuncte vero diatessaron ac diapente vnum diapason videntur efficere: erunt quinque toni et duo spatia semitoniorum minora: quę vnum tonũ non videantur implere. Non est igitur diapason consonantia constans sex tonis vt aristoxenus arbitratur. quod in numeris quoque dispositum euidenter apparet. Sex enim toni in ordinem disponantur. s. in sesquioctauis proportionibus constituti. Sex vero sesquioctauę proportiones a sexto octuplo procreantur. Disponantur igitur sex octupli. hoc modo.

I	vIII	lxIIII	dxII	IIII.xcvi
xxxi.dcclxviii	.cclxii.	cxliiii		

¶ Ab hoc igitur vltimo numero sex toni in sesquioctaua proportione constituti locentur hoc modo. Dispositis primum octuplis terminis: vt octauę terminorum pte ipsorum terminorum latęribus adiungantur. Sit autem descriptio talis.

octupli	I	viiii	lxiiii	dxII
iiii.xcvi	xxxii.dcc'xvIII	cclxii. cxliiii		

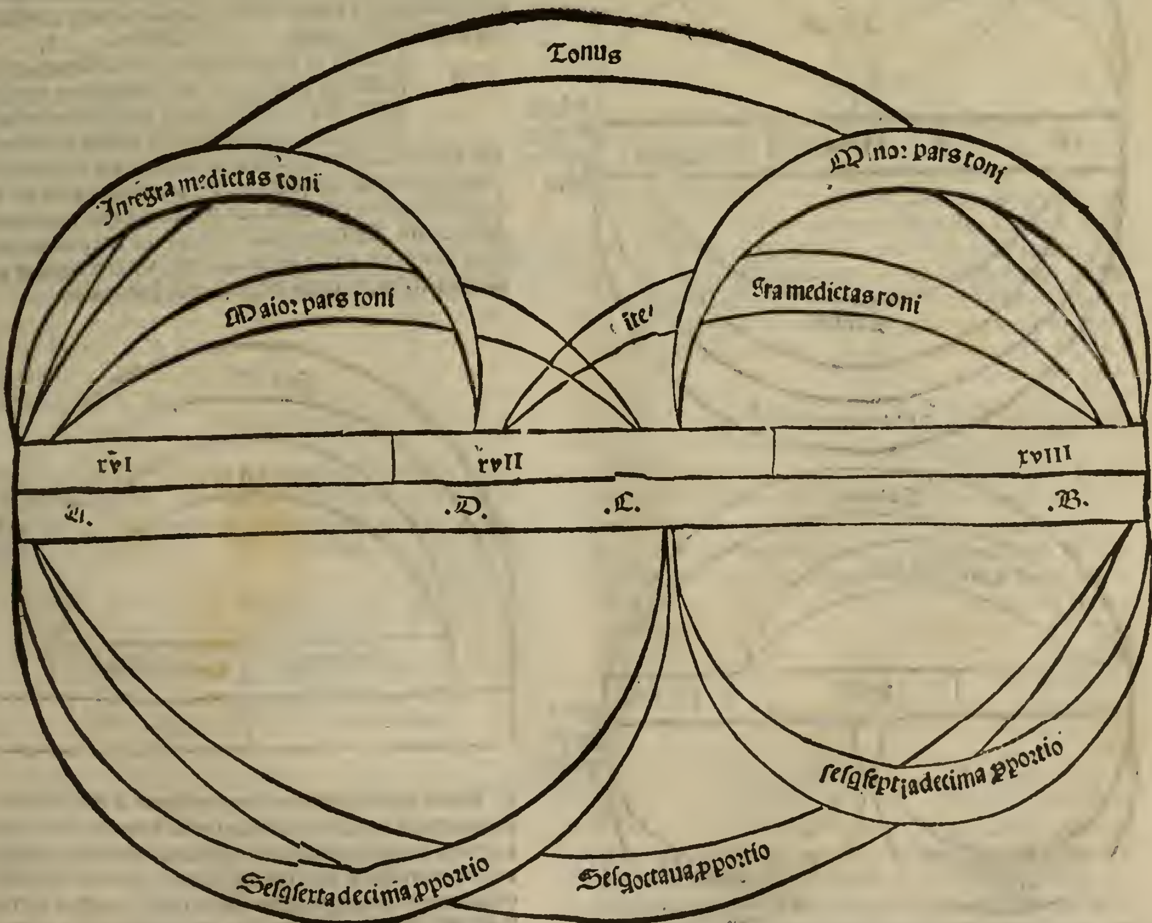
Sesquioctaui	Partes octaue
cclxII.cxlIIII	xxxII.dcclxvIII
ccxcIIII.deccccxII.	xxxvI.decclxII I
cccxxxI.dcclxxvI.	xlI.cccclxxII.
ccclxxIII.ccxlvI.I.	xlvI.dclvII.
ccccxix.decccIIII.	lII.cccclxxxvIII.
cccclxxII.ccccxII.	lix.xlix.
dxxxI.ccccxlI.	

¶ Huius igitur dispositionis hec rõ est. Continuus enim versus: qui limes dicitur: octuplos numeros tenet. A sexto vero octuplo sesquioctauę proportiones ducuntur. vbi vero octauas partes scripsimus: octauę sunt eorum numerorum partes: quibus adiacent. Que si eisdem quibus adiacent apponantur: posteriores numeros creant: vt in primo qui est .cclxij.cxliiij. huius octaua .xxxii.dcclxviii. hi sibimet si cõiungantur: posteriorem efficiunt numerum qui est .ccxciiij.dcccxii. Idemque in ceteris inuenitur. Si igitur vltimus numerus qui est .dxxxi.ccccxli. duplus esset prioris numeri. qui est .cclxii.cxliiij. recte diapason sex tonis constare videretur. Nunc autem si minimi numeri .i. prioris duplicem conquiramus minor erit eo numero qui est maximus ac supremus. Nam .cclxii.cxliiii. numeri duplus est qui ad eum scilicet diapason consonãtiã tenet .dxxiiii. cclxxxviii. hic igitur minor est eo numero qui sextum retinet tonum eo scilicet qui est .dxxxi.ccccxli. Minor est igitur diapason cõsonantia sex tonis. Atque id quo sex toni diapason consonantiam superuadunt: voco cõma. quod constat in minimis numeris .dxxiiii.cclxxxviii. et .dxxxi. ccccxli. Sed de his quid aristoxenus sentiat: Qui auribus dedit omne iudicium: alias cõmemorabo. Nunc voluminis seriem fastidij vitator astringam.

¶ Eiusdem Boetij de Musica Liber tertius. Aduersus aristoxenum demonstratio superparticularem proportionem diuidi in ęqua non posse. atque ideo nec tonum Capitulum. primum.

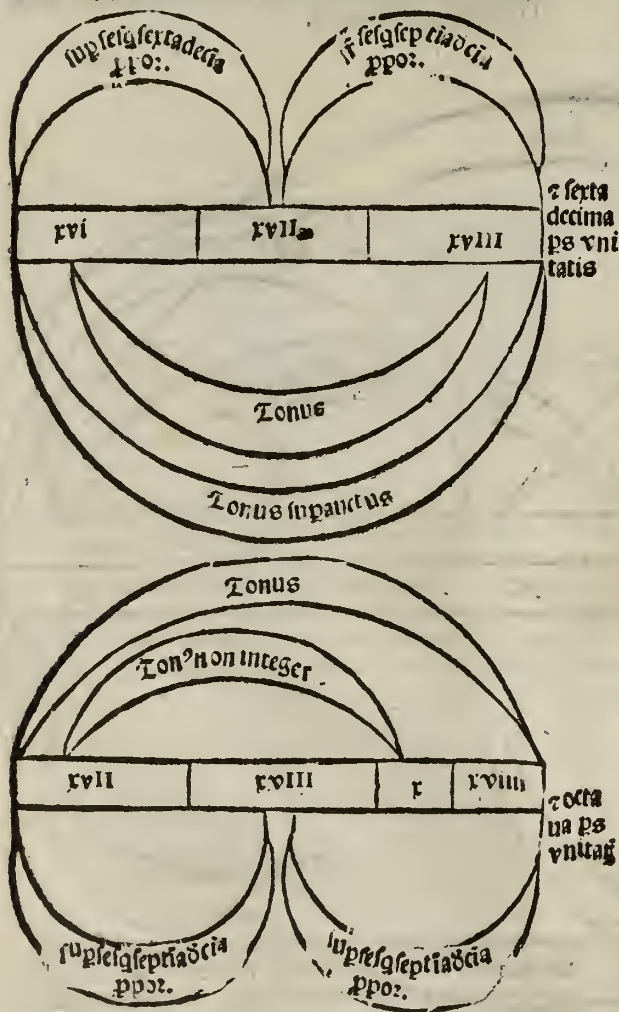
Superiore volumine demonstratũ est diatessaron consonantiã ex duobus tonis copulari ac semitonio. diapente vo ex tribus tonis ac semitonio constare. Sed ea semitonia dimidium toni integrum nõ posse pficere: Si sigillatim considerata tractentur. atque ideo diapason ad sex tonos nullo modo peruenire. Sed quoniam aristoxenus musicus iudicio aurium cuncta permittens hec semitonia non arbitratur esse secundum pythagoricos contractiora dimidio: sed sicut semitonia dicuntur: ita eẽ dimidietates tonorum. De eisdem rursus paulisper est disputandum demonstrandũque prius nullã superparticularem habitudinem noto numero posse diuidi in integrã medietatem. Inter duos enim numeros superparticularẽ proportionem continentes: siue illi sint principales: quo

rum est vnitas differentia: siue posteriores: nullus ita poterit medi⁹ numer⁹ collocari. vt quã minimus proportionem tenet ad medium: eam medius teneat ad extremum sicut in geometrica proportione: sed aut differẽtias ẽqs facere potest: vt sit equalitas secũdum arithmeticam medietatem: aut armonicam inter eosdem terminos medius numerus collocatus faciet medietatem: aut quamlibet aliam. quarũ in arithmeticis fecimus mentionẽ. qd si id demonstrabitur: nec illud quidem stare poterit: sesquioctauam proportionem que tonus est in dimidia posse discerni. Quando quidem sesquioctaua ois in supparticulari inequalitatis genere consistit. Id vero melius inductiõe monstrabitur. Nã si per singulas proportiones consideratione deducta. s. superparticulares nulla prorsus occurrit: que interposito medio termino ẽquis proportionib⁹ diuidatur: non est dubium: quod superparticularis comparatio non possit in ẽqua partiri. qd si videtur aurib⁹ consonum aliquid canere: cum cuilibet voci duobus tonis ac semitonio integro distans vocula comparetur: id non esse consonum natura monstratur. Sed quoniam sensus omnis que minima sunt: comprehendere nequeat: idcirco hanc differentiam que vltra consonum procedit: sensu aurium non posse distinguere: fore aũt vt deprehendatur si frequentissime talis particula per eosdem crescat errores Nam quod in minimo haud sane cernitur compositum coniunctũqz cũ iam magnũ esse ceperit peruidet. A qua igitur proportione est ordiendũ: an compendium dabimus questioni: si ab eo de quo queritur ordiamur: Id vero est ton⁹ in duo ẽqua possit partiri nec ne. Nunc igit de tono est pertractandum: et quẽadmoduz non possit i duo ẽqua diuidi demonstrandum est: Quam demonstrationem si quis ad reliquas superparticulares comparatiões transferat: similiter demonstrabitur superparticularem in ẽqua noto atqz integro numero separari non posse. Primi igitur tonum continentes numeri sunt. viii. atqz. ix. Sed quoniam hi isti ita naturaliter consequũtur: vt medius inter eos numerus non sit: eosdẽ binario quo. s. minimo possum multiplico. fiunt igitur. xvi. ac. xviii. inter hos vero naturaliter numerus cadit qui est. xvii. igitur. xviii. ad. xvi. tonus est. Sed. x. et. viii. ad. x. et. vii. cõparat⁹ habet eum totũ: et eius septimamdecimam partem. Septimadecima vero pars minor est sextadecima naturaliter. Maior est igitur proportio que sub. xvi. ac. xvii. numeris continetur: quã ea que sub. xvii. ac. xviii. Qui disponantur hoc modo. et sit. xvi. A. xvii. C. xviii. B. Medietas igitur integra toni inter. C. ac. B. nullo modo cadet. Minor est enim. C. B. proportio. C. A. proportione. Ad maiorem igitur partem medietas rata ponenda est. Sic vero medietas. D. Quoniam igitur. D. B. quidez proportio. quod est integrum dimidiũ toni maior est. C. B. proportione: que est minor pars toni. A. C. autem proportio: que est maior pars toni A. D. proportione maior est qd est dimidium toni. est autem A. C. proportio sesquisextadecima. C. B. autem sesquiseptimadecima. non est dubiuz quin integra medietas inter sesquisextamdecimã. ac sesquiseptimamdecimã cadat. Sed hoc in integro numero nullo modo poterit inueniri.



Quoniam vero ad. xvi. numerum. xvii. numer⁹ comparatus super sesquisextãdecimam optinet proportionẽ. A eiusdẽ. xvii. numeri sextamdecimam requiramus: erit vnitas. atqz vnitatis pars. xvi. hanc si eidem. xvii. numero coniungamus: fiunt. xviii. et pars sextadecima. Si igitur. xviii. et pars sextadecima. xvi. numero comparet:

recte toni menſuram videatur excedere. Cum ad eum ſo-lus.xviii.numerus ſeſquioctauã cuſtodiat proportionẽ Vnde fit vt qm̃ ſuperſeſquiſextadecima proportio. tonũ bis aucta tranſcendit: non ſit integrum toni dimidium. Quicquid enim bis ductum tranſcendit aliquid: id vltra dimidium illius eſſe videbitur: quod tranſcendit. Quocirca ſuperſeſquiſextadecima. non erit toni dimidiũ. Ac per hoc nec alia vlla maior ſeſquiſextadecima proportione: toni poterit eẽ dimidium: cum ipſa ſeſquiſextadecima integro toni dimidio ſit maior. Sed quoniã ſeſquiſextamdecimam proportionẽ continua ſequitur ſeſquiſeptimadecima. videamus an ea tonum bis multiplicata impleat.xvij. igitur numeri ſeſquiſeptimamdecimã partem tenet terminus.xviij. In eadem igitur proportione ſi ad.xviii.numerum alium comparemus erit.ixviij.τ ſeptimadecima pars.qꝫ ſi ad. xvii. terminum in ſeſqoctaua propoortione poſitum numerum comparemus: fient. xviiij.τ pars octaua. Maior vero eſt pars octaua pte ſeptima decima. Maior igitur eſt proportio numerorum xvij.ac.xviiij.τ octaua: quam ea quę in.xvii.ac.xviiij.τ parte ſeptimadecima continetur. quę ſunt.ſ. bis ſeſquiſeptimedecime proportiones. Duę igitur ſeſquiſeptimę decimę vnum tonum non videntur implere. Non eſt igitur ſeſquiſeptima decima toni dimidium: quoniam quę duplicata non implet integrum: non cõtinet dimidium. Semper enim dimidium duplicatum ei cuius eſt dimidium coęquatur.

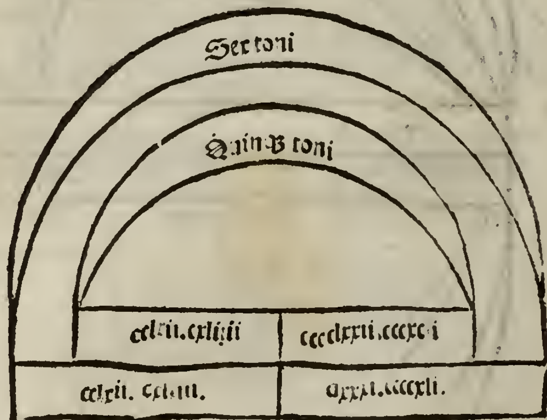


Ex ſeſquitertia proportione ſublatis duobus tonis toni dimidium non relinqui. Capitulum. 2.

Iam vero ſi eos numeros diſponam⁹ qui ď ſeſquitertia proportione duob⁹ tonis retractis relinquũtur: in his conſiderare poſſumus: vtrũ ea proportio quę poſt duos tonos relinquit: integri loco ſemitonij cenſeatur. qꝫ ſi ita repertum ſit: illuď quoqꝫ eſt cõprobatum diateſſaron conſonantiã duobus tonis atqꝫ integro ſemitonio copulari. Erat igitur ſuperius termin⁹ primus.cxc.duo. Ad hunc ſeſquitertiã proportionem tenebant.cclvi. Sed ad primum terminum ccxvi. faciunt tonum. Ad.ccxvi.rurſus.ccxliij.toni obtinent locum. Eſt igitur relinquitur ex tota diateſſarõ proportione ea.ſ. habitudo quę in.ccxliij.τ.cclvi. vnitatib⁹ conſtat. hec igitur ſi probatur integri toni eẽ dimidium: dubitari non põt diateſſaron ex duobus tonis ſemitonioqꝫ conſtare. Qm̃ igitur demonſtratũ eſt toni dimidiũ ĩter ſeſqſextãdecimã τ ſeſqſeptimãdecimã pporcõeꝫ locari: ab hac comparatione etiam hęc proportio metienda ẽ. Ne enim longius progrediamur: ſumo ex.ccliij.octauãdecimã partem: ea fit.xiii.τ ſemis. hanc ſi eiſdeꝫ appoſuero fiunt. cclvi. τ ſemis. Apparet igitur minorem pportionem.cclvi.ad.ccxliij. ſeſquioctauadecima habitudine. qꝫ ſi dimidi⁹ tonus maior quidem ẽ in ſeſquiſextadecima minor vero. in ſeſquiſeptimadecima proportione. Seſquioctauadecima vero minor eſt ſeſquiſeptimadecima habitudine: ducentorum vero.lvi.ad ducentos.xliii. Cõparatio: quę ſcꝫ relinquitur ex diateſſarõ duob⁹ retractis tonis. minor eſt ſeſquioctauadecima: Non eſt dubium quin hęc duorum numerorum propoſitio ſemitonio longiſſime diminutior ſit.

Aduerſum ariſtoxenuꝫ demonſtrationes diateſſaron conſonantiam ex duob⁹ tonis τ ſemitonio non conſtare: nec diapaſon ſex tonis. Capitulum. 3.

Quod ſi (vt ait ariſtoxenus) diateſſaron conſonantia ex duobus tonis ſemitonioqꝫ coniungitur: duę diateſſaron conſonantię neceſſario quinqꝫ tonos efficiunt: τ diapente ac diateſſaron iunctę ſicut vnum diapaſon iũgunt: ita ſex tonis cõtinua pportione coęquantur. Et quoniam paulo añ ſex diſpoſuimus tonos: quorum minimus erat numerus. cclxii.cxliiii. Ad hunc vero vltimus in ſexto collocabat tono numerus.dxxxi.cccxli. quintũ vero retinebat tonum.ccclxxii.τ.ccxcii. diſponantur hoc modo.



Nunc igitur de minoribus numeris.i. quinqꝫ tonis loquamur. Si ergo diateſſaroo duob⁹ tonis ac ſemitonio bis vero diateſſaron quinqꝫ conſiſteret tonis: cũ ex.cclxij cxliiij. diateſſaron intenderem. Cũqꝫ de.ccccl xxii.cccxcii. aliud diateſſaron remitterẽ: Idem inter vtrãqꝫ intentionem remiſſionem ue numerus inueniretur. Id autem fit hoc modo a numero qui eſt.cclxij.cxliiii. diateſſaron intendo. ideſt ſeſquitertium qui fit in. ccclviiii. dxxv. et triente. Rurſus de.ccclxxii.cccxcii. numeris remitto ſeſ

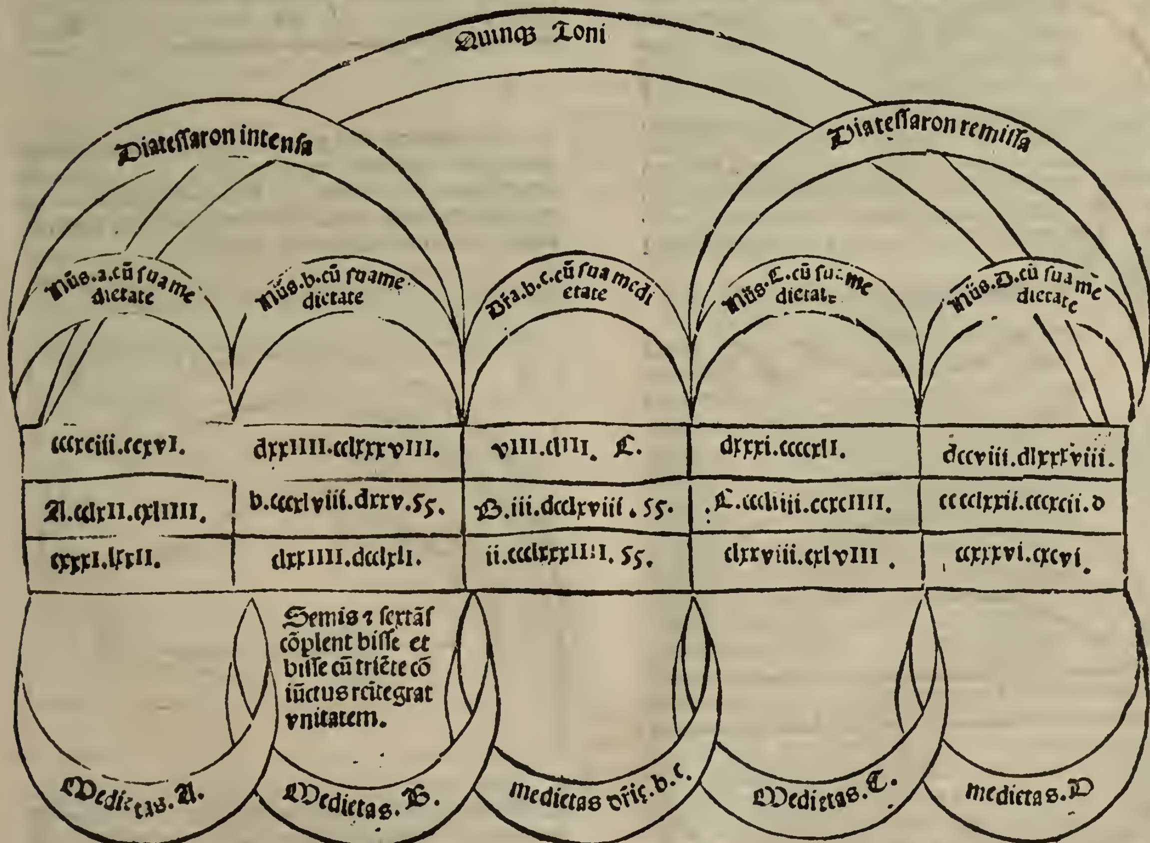
quitertiam proportionem: que fit in.cccliiii.cexciiii. has igitur proportiones disponamus hoc modo. & sit prim[us] quidem numerus.a. secundus vero.b. tertius.c. quartus.D.



Cum igitur a.terminus ab.d. termino quinq[ue] remotus est tonis quoniã[que] diatessaron in duobus tonis ac semitonio iungitur: vt aristoxenus arbitratur. vnum q[ue] diatessaron. inter.a.atq[ue].b. aliud vero inter.c.atq[ue].d. positu[m] est.b.&.c.terminos non oportet esse diuersos: sed vnos atq[ue] eosde[m]: vt integre quinq[ue] toni ex duabus diatessaron consonantijs constare videantur: Nu[n]c vero qu[ae] est differentia.iiii. dcclxviii. & bisse arguitur diatessaron minime tonis duobus ac semitonio coniungi.

Diapason consonantiam.vi.tonis co[m]mate excedi: & q[ue] sit minimus numerus co[m]matis. Ca. 4.

Sed hãc si querimus in integris numeris differentiam collocare: qu[ia] in ea parte que [est] bisse pars tertia si addatur: plenam efficit vnitate[m] que pars tertia eiusdem bisse dimidium est. si totius differentie dimidium eidem adiecero quod est. ij. cclxxxiiij. & triens fit omnis su[m]ma. vii.c.liii. Que oudu[m] co[m]matis proportionem tenebat. Co[m]ma eni[m] est quo sex toni superant diapason consonantia[m]: quod in primis. vij. clvij. vnitatibus continetur. Igitur vt differentie dimidium proprium adiecimus. vt i. vii.cliii. excresceret: ita etiam cunctis.a.b.c.d. terminis medietates proprias adiungamus: & eadem erit in omnibus que supra proportio: fietq[ue] eadem inter quinq[ue] tonos ac bis diatessaro[n] differentia: que est inter sex tonos ac diapason consonantia[m] differentia: scilicet. vji. cliii. vnitates: Unde colligitur: quinq[ue] tonos bis diatessaron. & sex tonos vnum diapason tantum co[m]mate superare. Quod in primis. vii. cliii. vnitatibus inuenitur. id aute[m] patefaciet Subiecta descriptio.



Quemadmodum philolaus tonum diuidat. Capitulum. 5.

Philolaus vero pythagoricus alio modo tonu[m] diuidere tentauit. Statuens.s. primordium toni ab eo numero: qui primus cubum a primo impari: (q[uod] maxime apud pythagoricos honorabile fuit:) efficeret. Nam cum ternarius numerus primus sit ipar tres.tertio.ix.atq[ue] id ter si duxeris.xxvii. necessario exurgent. qui ad.xxiiii. numerum tono distat. eandem ternarii differentiam seruans. Ternarius enim. xxiiii. summe octaua pars est: Que eisdem addita primu[m] a ternario cubum.xx.ac.vii.reddit. Ex hoc igitur philolaus duas efficit partes. vnam que dimidio sit maior: eamq[ue] apotome[n] vocat. Reliquam que dimidio sit minor:

eamq; rursus diesim dicit: quam posteri semitoniū minus appellauere: harum vero differētiam coma. Ac primum diesim in .xiii. vnitatibus constare arbitratur: eo ꝙ hoc inter .ccl vi. ⁊ .ccxliii. peruisa sit differentia: Quodq; idem numerus .i. xiii. ex nouenario ternario. atq; vnitate consistat. Que vnitas puncti obtineat locum. Ternarius vero primę imparis lineę. Nouenarius primi iparis quadrati. Ex his igitur causis cum .xiii. diesis ponat quod semitonium nuncupatur reliquam. xxvii. numeri partem. que .xiiii. vnitatibus continetur: apotomē eē cōstituit. Sed quoniam inter .xiii. ⁊ .xiiii. vnitas differentiam facit: vnitatem loco cōmatis censet eē ponēdam. totum vero tonū in .xxvii. vnitatibus locat. eo ꝙ inter ccxvi. ac .ccxliii. qui inter se distant tono .xxvii. sit differētia.

C Tonum ex duobus semitonijs ac cōmate constare. Capitulum. 6.

e Ex quibus facile apparet tonum duobus semitonijs minoribus ⁊ cōmate constare. Nam si totus tonus ex apotome constat ac semitonio semitonium vero ab apotome differt cōmate: nihil ē aliud apotome nisi semitonium minus ⁊ cōma. Si igitur duo semitonia minora de tono quis auferat: coma fit reliquum.

C Demonstratio tonum duobus semitonijs cōmate distare. Capitulum. 7.

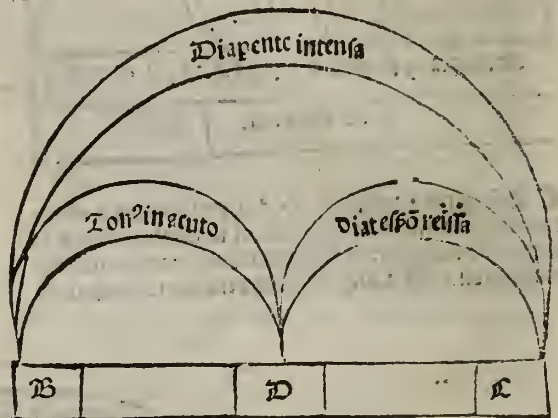
i Idem vero hoc quoq; probabitur modo. Naz si diapason quinq; tonis ac duobus minoribus semitonijs continetur. superantq; sex toni diapason consonantiam vno cōmate. non ē dubium quin tonis quinis ab vtroq; spatio sublatis: fiant reliqua ex diapason quidem duo semitonia minora: de sex vero tonis tonus. Atq; hic tonus hec duo semitonia: que relinquuntur: vincit cōmate: Quod si duobus eisdem semitonijs cōma reponatur: equabunt tonum. cōstat igitur: vnum tonum duobus semitonijs minoribus ⁊ cōmati: ꝙ in .vij. dliii. primis vnitatibus inuenitur: equari.

C De minoribus semitonij interuallis. Cap. 8.

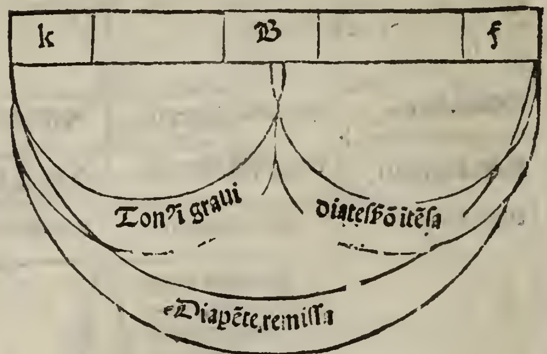
p Philolaus igitur hec atq; his minora spatia talibus diffinitionibus includit. Diesis inquit est spacium: quo maior ē sesquitertia proportio duobus tonis. Cōma vero ē spacium quo maior est sesquioctaua proportio duabus diesibus. i. duobus semitonijs minoribus: Scisma est dimidiū cōmatis. Diaschisma vero dimidiuz diescos. i. semitonij minoris. Ex quibus illud colligitur: qm̄ tonus quidem diuiditur principaliter in semitonium minus atq; apotomen: diuiditur etiam in duo semitonia ⁊ cōma. Quo fit vt diuidatur in quatuor diachismata ⁊ cōma. integer vero dimidium toni quod est semitoniuz: constat ex duobus diaschismatibus: ꝙ est vnum semitonium minus ⁊ schismate ꝙ est dimidium cōmatis. Quoniam cum totus tonus ex duobus semitonijs minoribus ⁊ cōmate coniunctus est: si quis id integre diuidere velit: faciet vnum semitonium minus cōmatisq; dimidium. Sed vnum semitonium minus diuiditur in duo diaschismata. Dimidium vero cōmatis vnum schisma est. Recte igit dictum est integre dimidium tonum in duo diaschismata: atq; vnum schisma posse partiri. Quo fit vt integruz semitonium minore semitonio vno schismate differre videatur: apotome autem a minore semitonio duob' schismatibus differt. Differt enim cōmate. Sed duo schismata vnum perficiunt cōma.

C De toni partib' sumendis per consonantias. Capitulum. 9.

s Sed de his quidez hactenus. Nunc vero illud videtur esse dicendum: quemadmodum per consonantias musicas iperata possimus spacia nunc extēdere: nunc vero remittere: id autē linealiter fiat: lineasq; quas describimus vocis accipiuntur loco. Sed tam sese ratio ipsa demonstret. Sit propositum toni spatium per consonantiam sumere: in acutum scz atq; grauem. Sit sonus .b. ab hoc intendo alium sonum qui diapente spacio ab eo ꝙ est .B. distet ad eū qui est .c. ab hoc remitto diatessaron consonantiaz ad id quod est .d. Et quoniam inter diapente ac diatessaron ton' differentiam facit .d. B. spatium tonus repertus est.



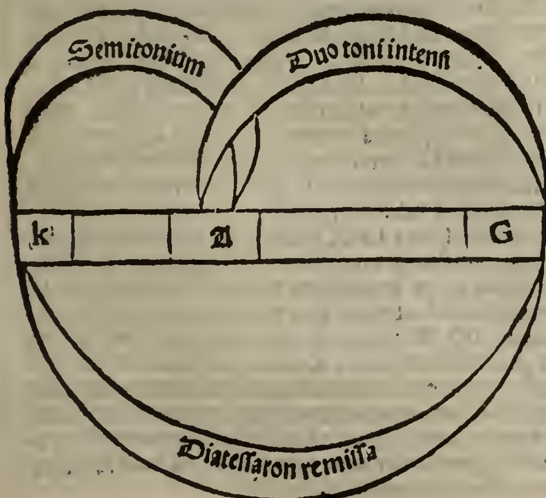
C Ad grauiorem vero partem ita modulabimur tonuz ab eo ꝙ est .b. diatessaron intendo ad .f. ⁊ ab .f. diapente remitto ad .k. Erit igitur .k. b. tonus. Animaduertet igitur diligens lector: ad .d. b. quidem ad acutam partem effectum tonum: ad .k. b. autem ad grauem.



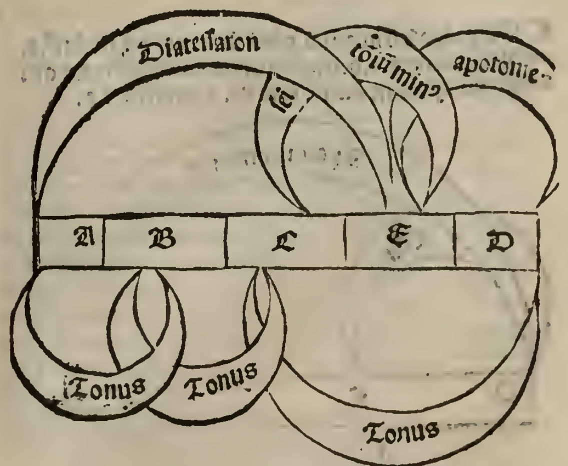
C Sit propositum minorem toni partem per consonantiam sumere in acutam partem atq; grauem. Minor vero toni pars est spatium: quo duos tonos diatessaron cōsonantia transcendit. Sit enim sonus .a. intendo ab .a. diatessaron ad .b. rursus intendo ab .b. diatessaron ad .c. ab remitto diapente ad .d. Tonus est igitur .b. d. Rursus ab .d. intendo diatessaron ad .e. Remitto iterum ab e. diapente ad .f. Tonus est igitur .d. f. Duo igitur sūt toni .b. d. d. f. Et erat .b. a. integrum diatessaron. Erit igitur .f. a. minor toni pars: ꝙ semitoniū nuncupatur.

Diatessaron intensa
Tonus
Tonꝰ
Diatessaron intensa
A F D B E C
Semitonium
Diatessaron inten
Diapente remissa
Di apente remissa

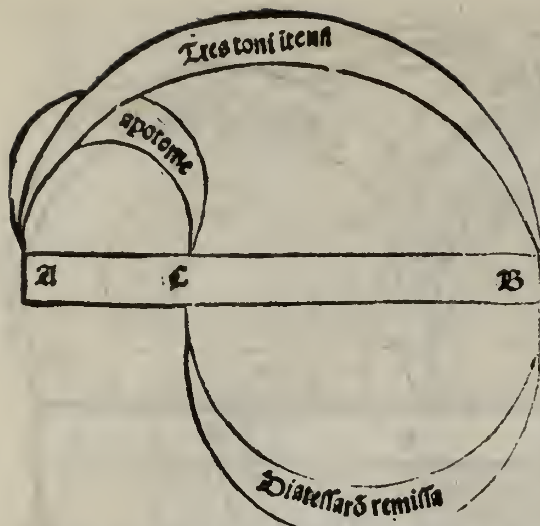
Ad grauiorem vero partem hoc modo. Sit sonus.a. intendo duos tonos per consonantiam ad.g. diatessarō vero ab.g.remitto ad.k. Erit igitur.k.a.minor semitonij pars: ꝙ oportebat efficere.



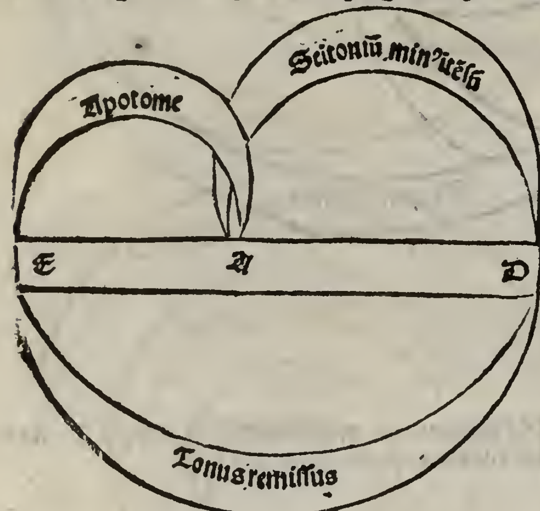
Si ergo a tribus terminis diatessaron auferamꝰ apotome fit reliqua. Sint enim tres toni.a.b.b.c.c.d.ab his auferatur.a.e. diatessaron: Erit igitur.e.c.semitonium minus apotome igitur est.e.d.



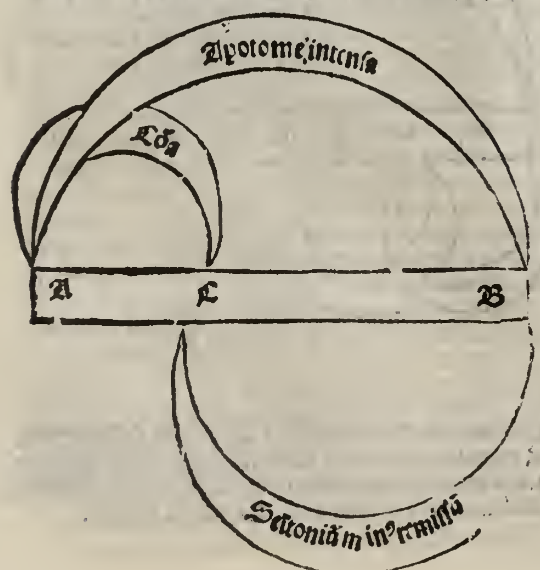
Hanc igitur apotomē si sit cōmodum sic sumemus. ac primum quidem ad acutum intendo tres tonos ab a.eos qui sunt ad.B.et ab eo ꝙ est.b.ad.c. diatessaron consonantiam remitto ⁊ fit.c.a.apotome reliqua.



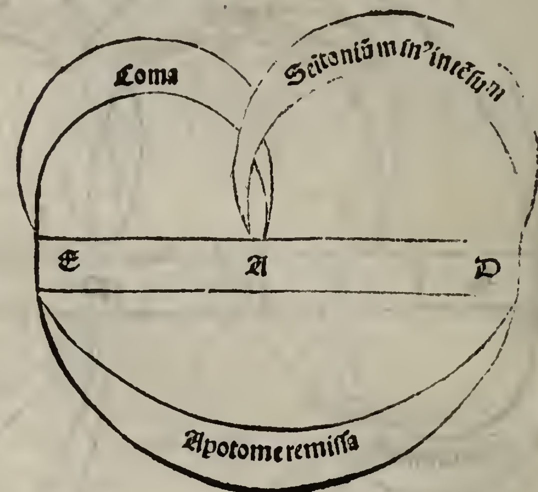
Quod si idē spaciū ad grauē sonū velim⁹ efficere: fit hoc mō. sit son⁹ a. itēdo seitoniū min⁹ id qđ ē. a. d. Remitto ab. d. tonū q ē. d. e. erit igit. e. a. ea q̄ regrim⁹: apotome.



Sit propositū in acutā partē sumere coma. sit son⁹. a. intēdo apotomen. a. b. remitto semitoniū min⁹ b. c. ꝛ qm̄ semitoniū apotome min⁹ ē cōmate. Coma erit. c. a.

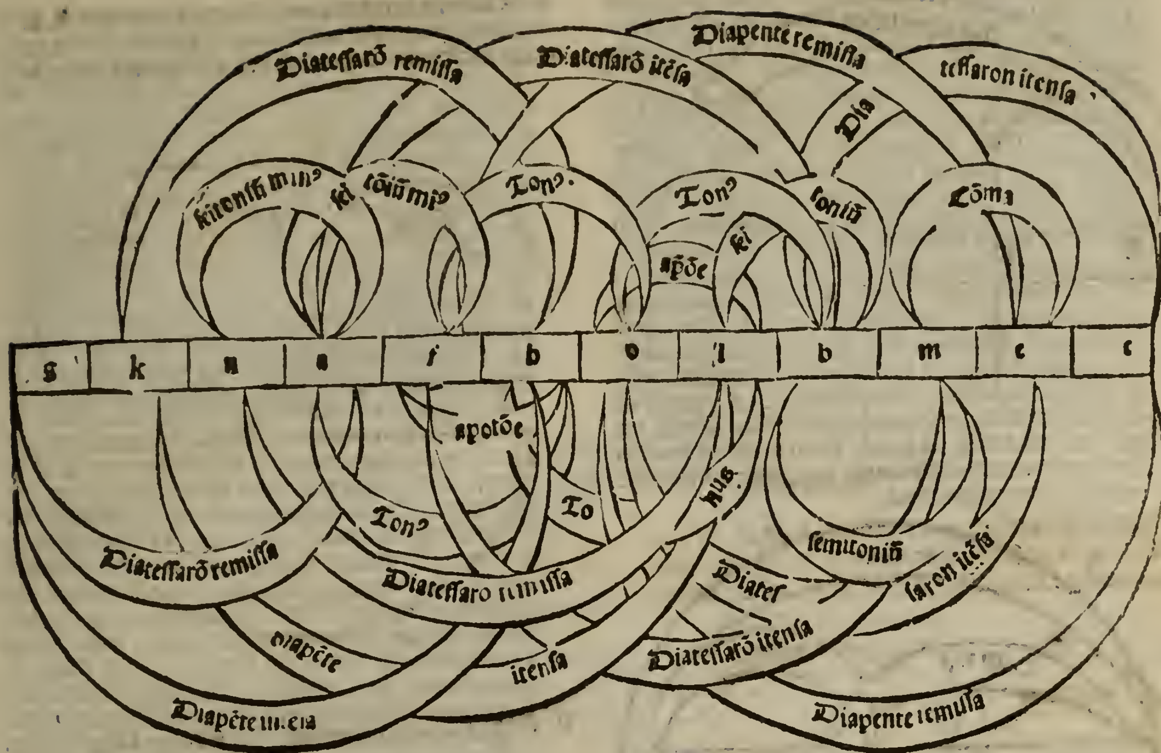


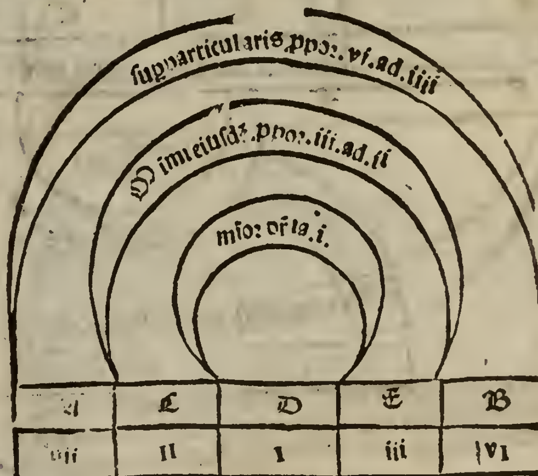
Rursus ad grauem partem hoc modo. intendo ab. a. sono semitonium minus id quod est. a. d. ab. d. vero remitto apotomen. id quod est. d. e. Erit igitur cōma. e. a.



Regula semitonii sumendi. Ca. io.

Oportet vero has oēs consonantias rite eē animo atq; auribus notas. frustra enim hęc ratione ꝛ scientia colliguntur: nisi fuerint vsu atq; exercitatione notissima. Ut vero id quod institutione musicę adorsi sumus: non mox auribus: qđ iam prouectorum in musica est: Sed rōne inueniri censeatur. Unum dabimus exemplum inueniendi spatij: quod videtur eē paulo difficilius. scilicet semitonij minoris: vt in vtramq; partem acutam. sc; atq; greuem: rato possit ordine reperiri. Sit diatessaron. a. b. oportet igitur circa a. b. consonan minus semitonium ad grauiorem partem acutioremq; deducere. intendo igitur. b. c. diatessaron. Remitto rursus diapente. c. d. Erit igitur tonus. B. d. diatessaron enim consonantia a diapente consonantia tono superatur: ꝛ. c. b. spatiū ab. c. d. spatio. b. d. spatio trāscenditur. Rursus intendo diatessaron. d. e. remitto autem diapente e. f. Tonus est igitur. d. f. Sed. d. b. tonus erat. Semitonium igitur minus est. a. f. quod subtractis duobus tonis. f. d. d. b. ab. a. b. diatessaron spatio relinquitur. Rursus remitto diatessaron. a. g. intendo diapēte. g. b. Erit igitur. a. b. tonus. Sed erat. a. f. semitoniū. Erit igitur. f. h. apotome. Rursus remitto diatessaron. h. k. intendo diapente. k. l. Tonus igitur est. h. l. Sed erat tonus. B. d. Erit igitur. l. d. apotomę. Rursus intendo diatessaron. f. m. Semitoniuz igitur est. b. m. Remitto diatessaron. l. n. semitonū igitur est. n. a. Per consonātiam igitur sumpta sunt circa. a. b. duo semitonia. b. m. quidem ad acutum. N. a vero ad grauem partem. totumq;. M. N. minus est quam diapente. Constat eniz ex quinq; semitonijs: ꝛ apotome geminata. ex duobus igitur tonis ꝛ tribus semitonijs minoribus. ꝛ quoniaz duo semitonia vnum tonum implere nequeunt: Sed relinquitur coma totum. M. N. spatium minus est spatio diapente consonantię vno cōmate. Quod facillime diligens lector intelligat.





℄ Sed qm̃ paululum de cõmatis rõne prediximus: nõ est diffugiendũ ⁊ in quali proportione idem ipsuz cõma contineatur ostendere. Est enim cõma quod vltimũ comprehendere possit auditus: dicẽdũqꝫ est semitoniũ minus ac semitoniũ maius quãtis sigillatim cõmatibus constare videantur. ipse quoqꝫ tonus quãtis rursus cõmatibus coniungitur. Ac primũ hinc conueniẽs sumat initium.

℄ Demõstratio archite super particularẽ in equa diuidi non posse: eiusqꝫ reprehensio. Cap. xi.

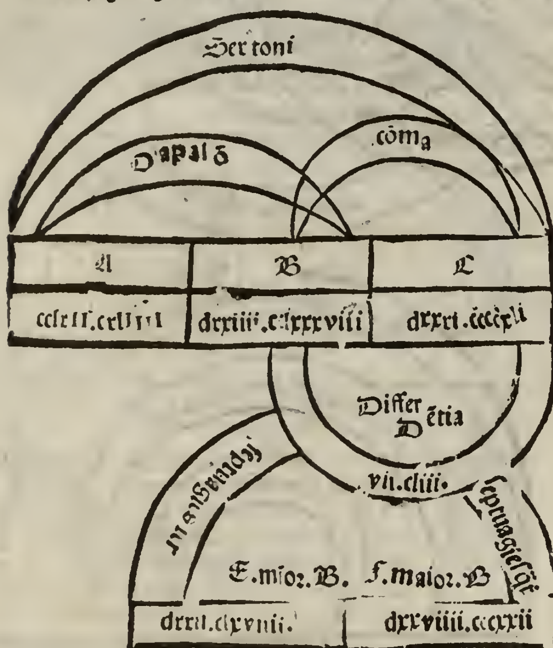
Superparticularis proportio scindi in eq̃ medio pportionaliter interposito numero nõ potest. Id vero posterius firmiter demonstrabit. Quam enĩ demonstrationẽ ponit architas: nimium fluxa est: hec vero huiusmodi est. Sit inquit super particularis proportio. a. b. Sumo in eadem proportione minimos. c. e. Quoniam igitur sunt minimi in eadẽ proportione. c. e. ⁊ sunt superparticulares. e. numerus. c. numerũ parte vna sua eiusqꝫ transcendit. Sit autem hec d. Dico qm̃. d. non erit numerus. Sed vnitas. Si enĩ est numerus. d. ⁊ pars eius qui est. e. metietur. d. numerus. e. numerum. Quo circa ⁊. c. numerum metietur. Quo fit vt. c. quoqꝫ metiat. vtrũqꝫ igit. c. ⁊. e. numeros metietur. d. numerus. Quod est impossibile. Qui enim sunt minimi in eadem proportione quibuslibet alijs numeris: hi primi ad se inuicem sunt: ⁊ solam differentiam retinent vni atẽ. vnitas igitur est. d. igitur e. numerus. c. numerum vnitate transcendit. Quo circa nullus incide medius numerus: qui eã proportionẽ equaliter scidat. Quo fit vt nec inter eos qui eãdem bis proportionẽ tenent: medius possit numerus collocari: qui eãdem proportionem equaliter scindat.

℄ Et scdm architE quidẽ rõnẽ idcirco i supparticulari nullus medius terminus cadit: q eq̃liter diuidat pportionẽ qm̃ mimi i eadẽ pportõe sola differũt vnitate. Quasi vo nõ ẽt multiplici pportõe mimi eãdẽ vnitatis drãz sortiant. Cũ plures videamus eẽ multiplices pter eos q in radicibus collocati sũt iter quos medius terminus scindens eq̃lit eãdez pportionẽ possit aptari. Sz hec q arithmeticos nr̃os diligent ĩspexerit: fac illius itelliget. Addẽdũ vo ẽ id ita euenire: vt architas putat: i sola supparticulari proportione Non aũt vniuersaliter est dicendum. Nunc autem ad sequentia conuertamur.

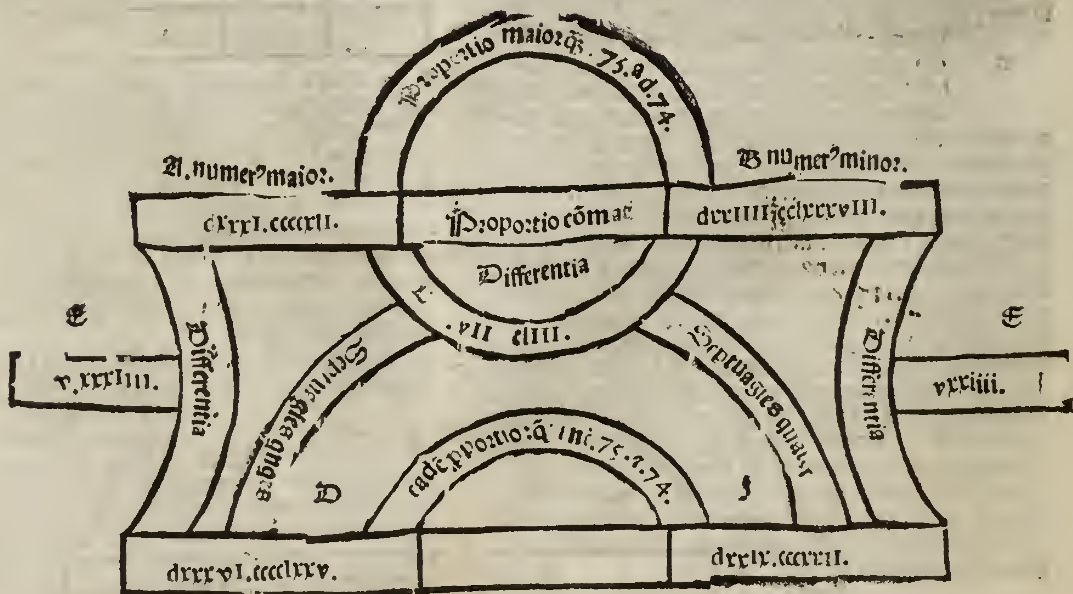
℄ In q̃ numerorũ pportõe sit cõma. ⁊ qm̃ i ea q̃ maior sit q̃z. lxxv. ad. lxxiiii. minor q̃z. lxxiiii. ad. lxxiii. Ca. xii.

Primũ igit dico qm̃ hi nũeri q coma ɔtinẽt maiorẽ int se retinet pportionẽ. quã. lxxv. ad. lxxiiii minorẽ q̃z. lxxiiii. ad. lxxiii. id vo ita demõstrabitur. ac pmo qdẽ illud remiscẽdũ ẽ: qd sex toni diapasõ cõmate transcendunt. Sit igit. a. qdẽ. cclxii. cxliiii. B. autẽ diapason ad eũ contineat consonantiam in duplici scz constitutam. dxxiiii. cclxxxviii. c. vero sextonis ab a numero discedat ⁊ sit. dxxxi. ccccxli. Que omnia ex secundi volu

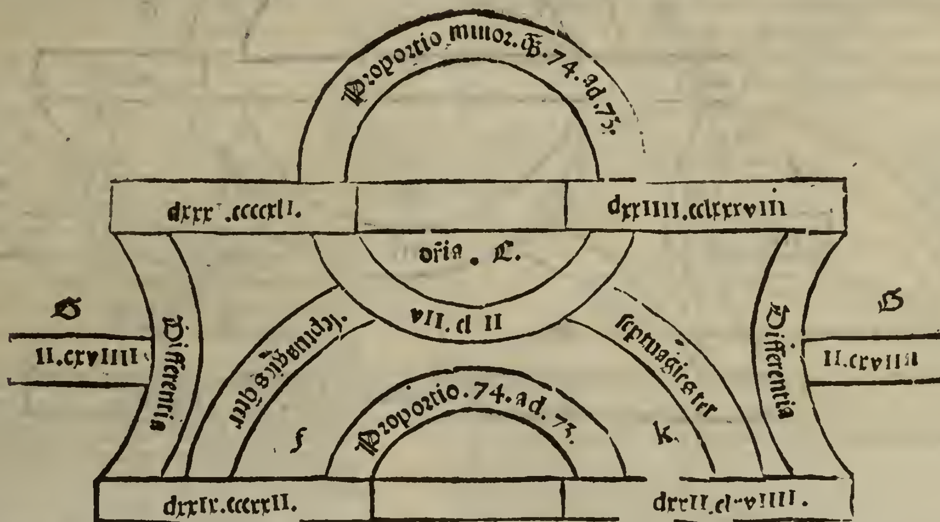
minis tonorum dispositione sunt colligenda. inter b igitur atque .c. commatis proportio continetur: Aufero igitur b numerum de numero .c. et relinquitur .d. in vii. cliii. vnitatibus collocatus. Qui numerus minor est quam sit septuagesima tertia pars b numeri: maior vero est quam eiusdem septuagesima quarta sit. Nam si eundem. D numerum qui est in. vii. cliii. septuagies ter multiplicem: fit mihi e numerus in .dxxii. cxlviiii. vnitatibus constitutus. Si eum septuagies quater multiplicem: fit numerus f. dxxviiii. ccccxxii. Quorum quidem .e. qui per septuagintatres auctus est: minor est b numero. f autem qui per. lxxiiij. maior est b numero. Recte igitur dictum est. d. eius quod est b minorem quidem esse quam septuagesimam tertiam partem maiorem vero quam septuagesimam quartam. Quo circa et c. numerus b numerum minore quidem parte eius quod est b. eundem b superat: quam septuagesima tertia: maiore vero quam septuagesima quarta. Eius igitur quod est .c. proportio ad id quod est b maior quidem est: quam .lxxv. ad. lxxiiij. minor vero quam .lxxiiij. ad. lxxiij. Nam in priore vnitas septuagesima quarta est minoris: in posteriore vero eadem vnitas septuagesima tertia.



Idem aliter explicandum. illo prius presumpto quod si cuiuslibet proportionis propriis numerorum differentia equaliter augeatur: minor inter eos qui post additionem fiunt proportio continebitur quam inter priores: qui ante additionem illam quadam proportione distabant. Ut sex et quatuor si vtrisque binarius que est differentia sua apponatur: fient viij. et. vi. Sed inter. vi. et. iiij. sesqualtera: inter. viij. et vi. sesquitertia proportio continetur: minor vero est proportio continetur: minor vero est proportio sesquitertia sesqualtera proportione. hoc igitur ita predicto disponantur superiores numeri qui proportionem commatis continebant. i. dxxxi. ccccxli. et sit. a. Sit etiam b dxxiiij. ccclxxxviij. horum differentia sit. c. vii. cliij. c. igitur numerus maiorem numerum eo qui est. a septuagies quinquies metiatur. Si igitur c numerum septuagies quinquies multiplicem fiet mihi d qui est. dxxxvi. cccclxxv. Igitur. d. numerus eum qui est a numero eo qui est e antecedit idest. v. xxxiiij. Rursus c numerus eum qui est b metiatur septuagies quater multipliceturque: fiet igitur numerus f dxxviiij ccccxxij. Qui f eo qui est b maior est eodem e numero qui est. vxxxiiij. Ergo d numerus eum qui est a transcendit e numero b autem numerus ab eo qui est f vincitur eodem e numero. Si igitur a numero eundem e apponamus fiet d. Si vero b numero eundem e apponamus fiet f. Sed d. numerus septuagies quinquies auctus est per. c. scilicet multiplicatum f autem septuagies quater multiplicato c creuit obtinent igitur inter se proportionem d atque. f. quam habent. xxv. ad lxxiiii. Sed d atque f sunt a atque b. vno eis addito e maiorem igitur necessarie est proportionem contineri inter a atque b quam inter d atque f. Nam atque a atque b numerus vno e addito effecti sunt d atque f. Minor igitur proportio est inter d atque f quam inter a atque b. Sed inter d atque f eadem proportio est que inter. lxxv et. lxxiiii. inter a igitur atque b maior proportio est quam inter. lxxv. et. lxxiiij. At a atque b comma continent. Maior igitur proportio est commatis quam. lxxv. ad. lxxiiii.



¶ Cum igitur ostendim⁹ cõmatis proportionem maiorem eẽ q̃ eã q̃.lxxv.continent ad.lxxiiii.cõparati. Nũc ostendendũ ẽ:quẽadmodũ minorem inter se proportionem cõtineant numeri spatium cõmatis continẽtes q̃.lxxiiij.ad.lxxiii.comparari. Id vero mõstrabitur hoc modo. Reminiscendum pri⁹:quid secundo volumine diceri mus:cum de mensura differentie loquebamur: Si enim ex qualibet proportione differentiam eorum numerorũ: qui eã continent:auferamus:hi qui relinquuntur maiorem obtinebũt proportionem:his numeris:qui erant ante differentie diminutionẽ. Sint enĩ.viii.⁊.vi. Ab his propriam aufero differentiam idest.ii.fiunt.vi.⁊.iiii. Sed in superioribus sesquitertia:in hac sesqualtera proportio continetur. Maior vero est sesqualtera proportio sesquitertia proportione. Sint igitur ijdem.a.atq̃.b. Qui sunt superius descripti:quorum est differentia.c. Multiplico differentiam.c.numeri septuagies quater fit numerus.f.sc̃.dxxviiij.ccccxl. Qui.a.numero comparatus vincitur numero.g:sc̃.ii.cxviii. Rursus idem.c. multiplicetur septuagies ter efficiet numerum.k.i.dxxii clxviii. Qui comparatus.b.numero vincitur codẽ.g.i. ii.cxviii. Sublato igitur.g.de numeris.a.atq̃.b.effecti sunt.f.atq̃.k. Minorem igitur proportionẽ retinebit.a.atq̃.b.q̃.f.atq̃.k. Sc̃.f.atq̃.k.eam retinent proportionem quam.lxxiiii.ad.lxxiii. hi enim multiplicato c.effecti sunt. Minor est igitur proportio.a.atq̃.b.numerorum cõma continentium q̃.lxxiiii.ad.lxxiii. Sed paulo ante monstratum est eadem cõmatis proportionẽ maiorẽ esse q̃.lxxv.ad.lxxiiii. Mõstrati sunt igitur numeri. Qui cõma continent maiorem quidem inter se habere proportionem quam.lxxv.ad.lxxiiii. Minorẽ vero q̃.lxxiiii.ad.lxxiii.quod oportebat ostendere.

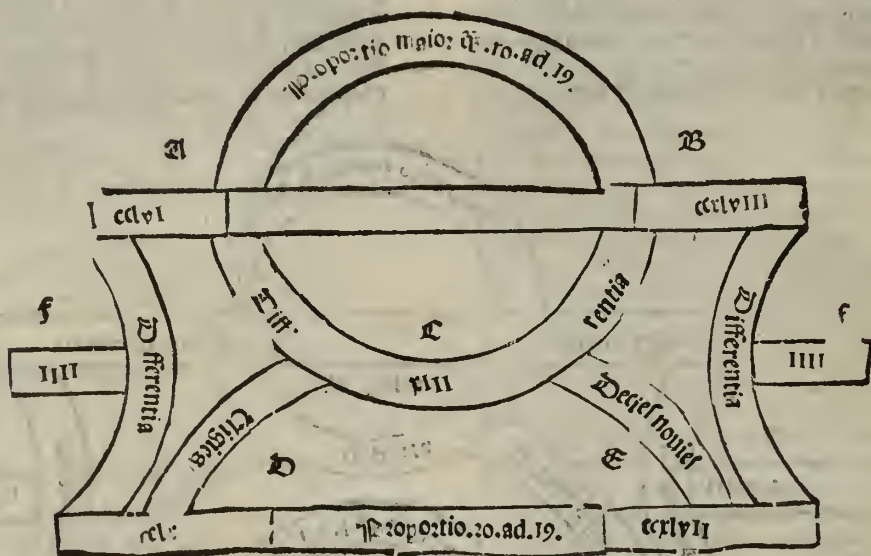


¶ Quod semitonium min⁹ maius quidem sit q̃.xx.ad xviiii.minus q̃.xviiii ad.xviii. Ca. 13.

Quod si ad semitonium minus talis speculatio conuertatur:eius quoq̃ proportionem facillime reperiemus. Que constat inter cclvi.⁊ ccxliii. Sit igitur.cclvi.a.ccxliii. B. horũ differentia.xiii:c. Dico qm̃.a.ad.b.minorem retinet proportionem:q̃.xviiii.5.ad.xviii.5. Metiatur enim.C. xviii.semis id quod est.a.fiunt.ccliii.5. Quod sit.d.qui sc̃ comparatus ad.a.codẽ.a duob⁹ semisq̃ transcenditur Sitq̃ hec differentia.f.sc̃ duo ⁊.5.rursus eadem.i.differentia.b.numerum metiatur octies decies semis:fiet. ccxl.5.quod sit.e.igit.e.Comparatus ad.b.eodem.c. trãscenditur.i.duob⁹⁊ semis.d.igitur ab eo quod est a ⁊ rursus.e.ab eo quod est.b.eadem.f.differentia sunt minores Subtracto igitur f.ab eo quod est a atq̃ b facti sunt d atq̃ e. Maiorem igitur proportionem tenent inter se.d. atq̃.e.quam a atq̃ b. Sed d atq̃ e eandem retinent proportionẽ inter se:q̃.xviiii.5.ad.xviii.5. A.igitur ad.b. minorem retinet proportionem quam.xviiii.5.ad.xviii. 5. Quod oportebat ostendere.



Videtur tamen eadem proportio.cclvi.ad.ccxliii. maior esse ab ea quam continent.xx.et.xix. Sint enim.a.b.c. Idem qui superius descripti sunt. Metiatur igitur.c. differentia.a.terminum vigies:fient.cclx. Qui sunt.d. qui comparati ad id quod est.a. eundem quaternario transcendunt.hic sit.f. Rursus idem.c.metiatur.b. decies novies fient.ccxlvii.hic sit.e.qui comparati ad.b. eodem.f.transcendunt. Adiecto igitur.f.his qui sunt.a.atq3.b.facti sunt.d.atq3.e. Maior igitur est proportio eorum qui sunt.a.atq3.b.q3 eorum qui sunt.d.atq3.e. Sz d.atq3.e.vigies atq3 decies novies multiplicatus.c.numerus efficit. Maior igitur est proportio eorum qui.sut. a.atq3.b.qui.f.semitonium continent: quam ea que est.xx.ad.xviiii. Demonstratum igitur est semitonium minus maiorem quidem habere proportionem quam.xx.ad xviiii.minorem vero quam.xviii.s.ad.xvii.s. Nunc idem minus semitonium comati comparemus quod est vltimum. Auditui subiacens:vltimaq3 proportio.



Semitonium minus maius quidem esse tribus comatibus:minus vero quatuor. Capitulum. 14.

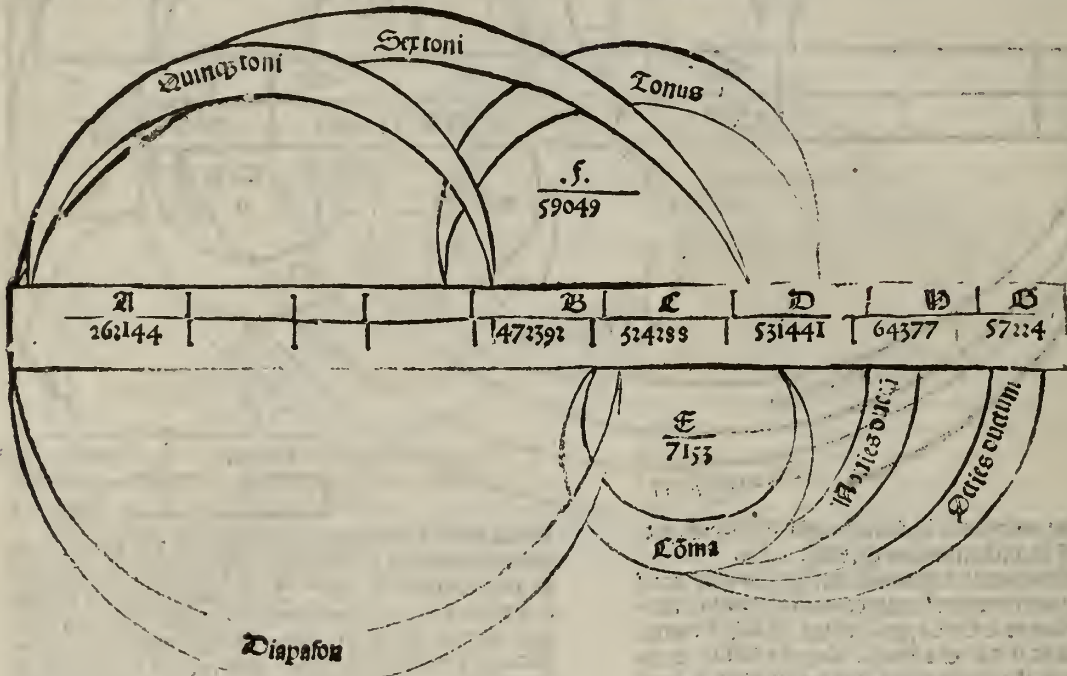
Igitur demonstrandum proponimus semitonium minus maius quidem esse comatibus tribus minus vero quatuor. Quod hinc facillime possis agnoscere. Sint tres numeri ita dispositi: vt inter se proportionem contineant diapason:et eam que dicitur sextonorum. Sint enim.a.cclxii.cxliiii.intendantur igitur ad.b. quidem quinq3 toni continui. et sit. b.cccclxxii.ccxcii.ad.c.autem diapason consonantia referatur et sit.c.dxxiiii.cclxxxviii. Ad.d.autem sextoni intendantur:fitq3.dxxxi.cccxli.his ita dispositis et constitutis manifestum est inter.c.atq3.d.coma constitui.eorumq3 differentiam esse.vii.cliii. Id autem sit.k.remittantur igitur duo toni ab eo quod est. B. ad.id quod est.e. Et sit.e. cclxxiii.ccxlviii. Rursus ab eo quod est.e. intendo diatessaron ad id quod est.f.cccxcvii.dclxiiii.quoniam igitur inter.e.atq3.b.duo sunt toni.inter.e.atq3.f. diatessaron:inter.b.igitur.atq3.f.minus semitonium reperitur. Sublatis enim a diatessaron consonantia duobus tonis fit reliquum semitonium minus: quod in primis numeris constare prediximus.cclvi.ccxliii. Quos eosdem numeros si milies nonagesies quadragies quaterq3 multiplices.b.atq3.f.numeros explicabis. Quos necessarie est eandem proportionem superius dictis numeris continere.qui vno atq3 eodem numero idest. M.cccxliii.pariter multiplicati creuere. Item ab eo quod est.f.intendo diatessaron.f.ad.g.et sit.g.dclxiii.dlii. Rursus ab eo dem.g.remitto ad.p. duos tonos.et sit.p.dxxiiii.cclxxxviii Quod.p.necessarie est:vt eundem sonum:quem.c.numerus exhibeat. Ad equalitatem namq3 eius tali ratione progressus est. Et enim ea que est.a.c.diapason consonantia que constat quinq3 tonis ac duobus semitoniis minoribus.ab.vi.tonis comate superatur. Ab eodem igitur.a.termino numerus.p.quinq3 tonis ac semitoniis duobus recessit hoc modo.ab eo quod est.a. vsq3 ad id quod est. b.quinq3 nimirum colliguntur toni.ab eo autem quod est b.vsq3 ad id quod est.f. minus esse semitonium pernotatur.f.vero atq3.p.idem rursus semitonium minus includunt.a.igitur vsq3 ad.p.quinq3 tonos ac duo semitonia minora produxit.iure igitur.p.atq3.c.eisdem numeris conscribuntur. Sed quoniam inter.f.atq3.c. semitonium minus est.videamus hec que sit eorum differentia:vt eam comati comparemus. Est autem eorum differentia.xxvi.dcxxiiii.et sit hec.m. Igitur.k.comatis differentia est. M.autem semitonii minoris. Si igitur.k. numerum tertio auxerimus:fiet numerus.xxi.cccclviii. Et sit hic.l. Si vero quater eundem numerum.k.multiplicare voluerimus fiet.xxviii.dcxii.et sit hoc. N.igit. M. maior quidem est ab.l. Idem autem. M. minor est ab. N. Sz.n.quater aucto comate succreuit.l.autem tertio. M.vero semitonii minoris obtinet differentiam. Iure igitur dictum est minus semitonium minus quidem esse q3 quatuor comata:maius vero q3 tria.

¶ Apotomē maiorē esse cōmata .iiii. cōmata minorē q̄. v. tonum maiorē q̄. viij. minorem q̄. viiij. Ca. 15.

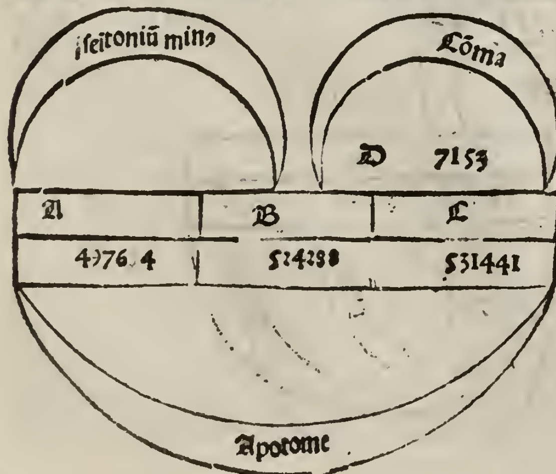
Adē hac rōne & semitoniū mai⁹ q̄ apotomē mai⁹ supradicti retulim⁹: quot comatū sit possum⁹ invenire hoc mō. Sit. a. cclxii. cxliiii. Quinq̄ vo ab eo distās tonis sit. b. cccc xxi. cccxcii. Sex vo distās tonis ab eo qd̄ ē. a. sit. d. f. dcxxi. cccclxi. iter. b. igit̄ atq̄. d. ton⁹ ē. b. vo ab eo qd̄ ē. c. distat p̄ sētoniū min⁹ & sit. c. ccccxcvii. dclxiiii. Relinqt̄ ergo iter. c. atq̄. d. apotome pporcio. nā cū sit ton⁹ b. d. ex eo si auferas. b. c. semitoniū min⁹: c. d. relīqt̄ mai⁹: qd̄ apotomē eē sup̄ retulim⁹. iter. d. igit̄ atq̄ c. ē dīa. xxxiii. dcclxxvii. Hic aūt sit. e. s3 erat cōmatq̄ dīa vii. diii. hic sit. f. Si igit̄. f. id q̄ ē cōma qnqes multiplicē: fiēt mihi. xxxv. dcclxv. & sit hoc. G. Si vo idē. f. quater multiplicē sit. l3. nūer⁹: q ē. xxviij. dcxii. G. igitur ab eo qd̄ ē. e. mai⁹ ē. l3. min⁹. S3. g. quiquies auctū ē cōma l3. vo q̄ter ē aūt apotomes dīa. e. iure igit̄ dcīn ē: apotomen minorē qdē eē quā quinq̄ cōmata: maiorē vo quam q̄tuor. Ex hoc igit̄ cōprobat̄ tonū maiorē quidē eē quā sūt octo cōmata minorē vo quā novē. Nā si min⁹ semitoniū mai⁹ quidē ē quā tria cōmata min⁹ vo quā q̄tuor: apotome aūt maior quidē ē quā q̄tuor cōmata minor vo quā quinq̄: iūctū semitoniū min⁹ semitonio maiori: qd̄ ē apotome erit oē mai⁹ quidē octo cōmatibus min⁹ vero quā novem. S3 apotome atq̄ semitoniū min⁹ vnū efficiūt tonū Ton⁹ igit̄ maior quidē ē. viii. cōmatib⁹: mīor vero. ix.

ℭ Superius dictorum per numeros demonstratio. Capitulum. 16.

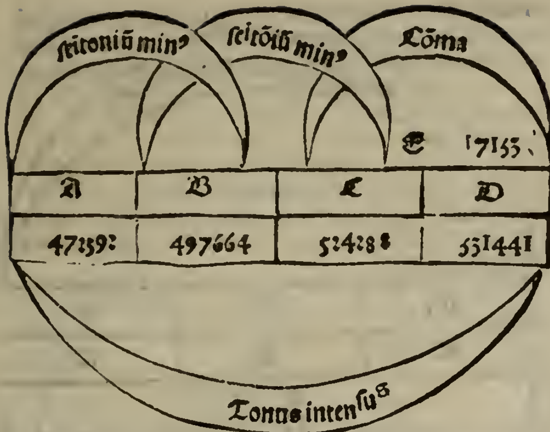
Ed quāquā per hanc rationem demonstratū sit: quēadmodum tonus cōmatibus compa-
s retur: non est tamen quasi segnibus delassandum: quo minus per se hanc contra cōmata cōparationem retinere tonus ipse monstretur. Sit igitur. a. quidem. cclxii. cxliiij. b. autem quinq3 distans tonis. cccclxxii: cccxcii. C. vero diapason ad id ꝙ est. a. continēs symphoniam sc3. in numeris. dxxiiii. cclxxxviii. d. autē ab eo ꝙ est. a. sex tonos totos differens. dxxxi. ccccli. d. igitur ab. eo quod est. c. distat cōmate sex toni. f. ab diapason consonantia. id autem sit. e. vii. cliii. d. autem ab eo quod est. b. tono integerimo distat. vi. f. toni quinq3 tonis. id autem sit. f. dlxxxx. xlix. Si igitur. e. nouies auxero: fiet mihi. h. lxiiii. ccclxxvii. Sin vero octies: fiēt. lvii. ccxxiiij Id sit. G. Sed. h. quidem. f. numero cōparatus supat: G. vero superatur. ⁊ est. f. toni differentia. h. autem nouies multiplicatum cōma. g. vero octies demonstratus est igitur tonus minor quidē. viiii. eē cōmatibus: octo cōmatibus maior.



ℭ Ita his premissis licet maius semitonium minore semitonio cōmate distare monstratum sit: tamen idē quoq3 per se ⁊ per subiectos numeros tali ratione probabit. Sit. a. numerus. ccccxcvii. dclxiiij. ab eo vero semitonium minus distans sit. b. numerus: qui iam supra quoq3 descriptus est. dxxiiii. cclxxxviii. apotome vero distet ab eo quod est. a. Is numerus: qui colligitur vnitatib9. dxxxi. cccxli. ⁊ sit hoc. c. Quoniam igitur. a. b. minus semitonium. a. c. maius: differentia eius quod est. c. ab eo quod ē. b. perquirenda est. Ea est. vij. cliii. id sit. d. Sed hic numerus dudum cōma monstrabat. inter maius igitur semitoniam ac minus cōma differentiam facit.



ℭ Rursus demonstrandum propono tonum duob9 semitonijs minoribus solo cōmate esse maiorem. Sit. a. numerus. cccclxxii. cccxcii. Ab hoc intendatur ton9. dxxxi ccccxli. ⁊ sit hoc. d. ab eo vero quod est. a. intēdatur semitonium. Minus quod est. b. ac sit. b. cccexevii. dclxiiii. Item ab eo quod est. b. semitonium aliud intendatur minus quod est. c. ⁊ sit. c. dxxiiii. cclxxxviii. Quoniam igit̄ a. d. tonus est. a. c. vero duo continent minora semitonia videamus quę sit differentia inter. c. atq3. d. numeros cōstituta. Est autem. e. sc3 vnitatum. vii. cliii. Demōstratum est igitur tonum duobus semitonis minoribus cōmate eē maiorēm. Sed quoniam omnia iam quę probāda promisimus: propria ratione monstrata sunt: nūc qđ superest musicę institutioni: regularis monochordi faciēda est partitio. Quam rem quoniam longior tractatus extendit: imposterioris cōmentarij disputationem censuimus trāsferendam.



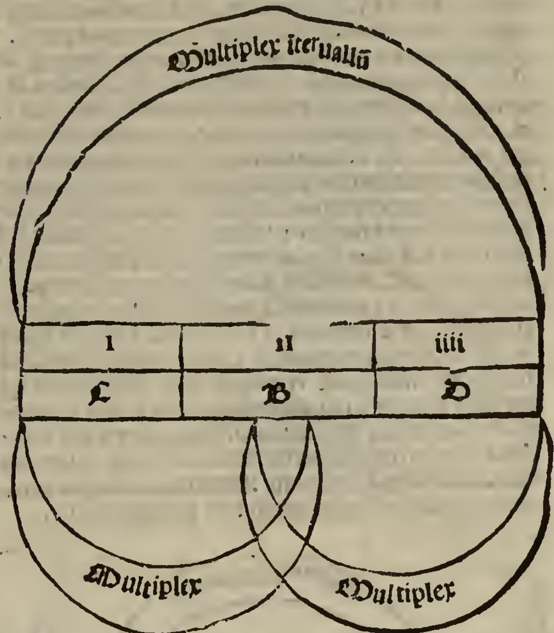
Eiusdem Boetij de Musica liber quartus.

Vocum differentias in quantitate consistere. Ca. I.

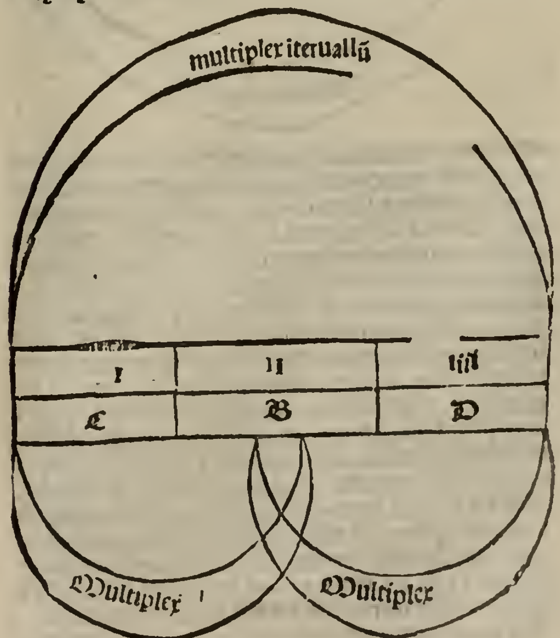
Et si omnia quae demonstranda erant superioris libri tractatione digessimus: non penitet tamen rursus eadem memoriae recolligenda praestare cum quadam diversitate tractatus ut his rursus ad memoriam redeuntibus ad regule divisionem: quo tota tendit intentio: veniamus. Si foret rerum omnium quies: nullus auditum sonus feriret. Id autem fieret quoniam cessantibus motibus cunctis nullae inter se res pulsum cierent. ut igitur sit vox: pulsu est opus. Sed ut sit pulsus: motus necessarie est antecedat. Ut ergo sit vox: motum esse necesse est: Sed omnis motus habet in se tum velocitatem: tum etiam tarditatem. Si igitur sit tardus in pellendo motus: gravior redditur sonus. Nam ut tarditas proxima stationi est: ita gravitas contigua taciturnitati. Velox vero motus acutam voculam praestat. Praeterea: quae gravis est: intensione crescit ad medium. Quae vero acuta: remissione decrescit ad medium. Unde fit ut omnis sonus quasi ex quibusdam partibus compositus esse videatur. Omnis autem partium coniunctio proportione committitur. Sonorum igitur coniunctio proportionibus constituta est. Proportiones autem principaliter in numeris considerantur: proportio vero simplex numerorum vel in multiplicibus vel in superparticularibus vel in superpartientibus invenitur. Secundum vero multiplices proportiones vel superparticulares consonae vel dissonae voces exaudiuntur. Consonae quidem sunt: quae simul pulsae suavem permixtumque inter se coniungunt sonum. Dissonae vero quae simul pulsae: non reddunt suavem neque permixtum sonum. his igitur ita predictis de proportionibus pauca dicamus.

Diversae de intervallis speculationes. Ca. 2.

Si intervallum multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicatione: intervallum multiplex est. Sit multiplex intervallum b.c. et b. multiplex eius quod est. c. et fiat ut est. c. ad. b. ita. b. ad. d. Quoniam igitur. b. multiplex est eius quod est. c. metitur. c. terminus id quod est. b. vel bis vel tertio vel deinceps. et est. ut. c. ad. b. ita. b. ad. d. Metitur igitur. b. terminus id quod est. d. Quo circa quia. c. terminus id quod est. b. metitur: metitur etiam. d. Multiplex est igitur. d. eius quod est. c. et est. c. d. Intervallum effectum ex composito bis copulatoque sibimet et per binarium multiplicato. b. c. intervallo. in numeris quoque idem probatur. Sit enim. b. ad. c. duplum: ut binarius ad unitatem et fiat ut. c. ad. b. ita. b. ad. d. Erit igitur. d. quaternarius. Multiplex est. b. ad. c. idest binarius ad unitatem. Multiplex est igitur. d. quaternarius ad. c. unitatem. Est autem quadruplus quaternarius unitatis et binario multiplicata medietas quod est intervallum. b. c.



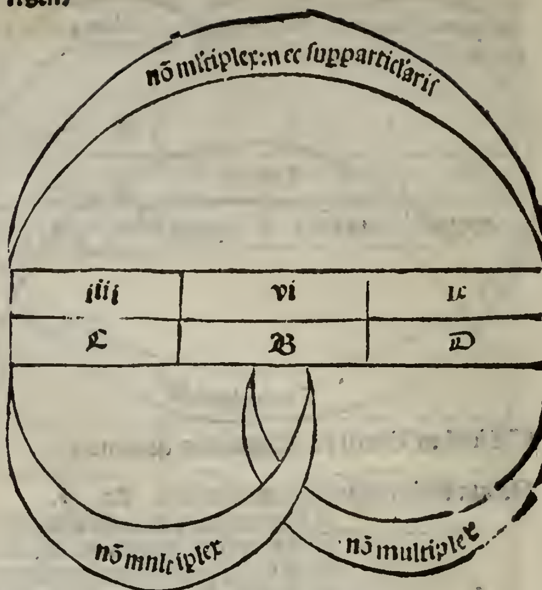
Si intervallum binario multiplicatum multiplex effecerit intervallum: ipsum quoque multiplex erit. Sit intervallum. b. c. et fiat ut. c. ad. b. ita. b. ad. d. et. d. sit ad. c. multiplex. Dico: quia. b. eius quod est. c. multiplex est Quoniam enim. d. eius quod est. c. multiplex est: metietur. c. id quod est. d. metietur et. b. Ostensum vero est quoniam si sint termini proportionaliter constituti: cum primus fuerit ultimo comparatus: si primus ultimum fuerit mensus: metietur et medium. c. igitur metitur id quod est. b. Multiplex est igitur. b. eius quod est. c. Id rursus ex numeris sit. c. unitas. d. vero ex duplicata proportione. b. c. sit quaternarius: et est multiplex eius quod est. c. Est enim quadruplus. Quoniam igitur hic quadruplus ex duplicata. b. c. proportione generatur. b. c. proportio dimidium eius erit. igitur. b. c. proportio dupla est. Sed duplum multiplex est. Erit igitur b. c. proportio multiplex.



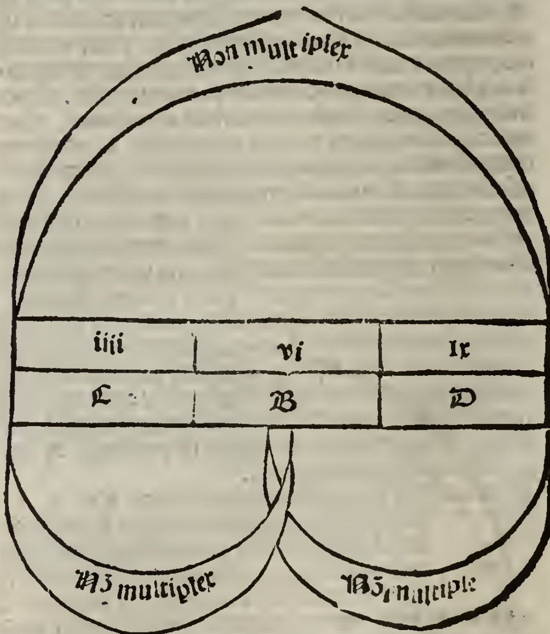
Superparticularis intervalli medi⁹ numerus neq; unus neq; plures proportionaliter intervenient. sit eni b.c. proportio superparticularis ꝛ in eadem proportiõe minimi sint. d.f.ꝛ.g. Quoniam. d.f.ꝛ.g. minimi sunt in eadem proportione: sunt eiusdem proportionis primi. Quo circa eos unitas metietur. Auferatur igitur. g. ab d.f.ꝛ relinquatur. d. hic est igitur utrorũq; mensura cõmunis. hęc igitur erit unitas. Quo circa nullus inter. f. d. atq; g. incidet numer⁹: q sit ab. f.d. quidem minor maior vero ab. G. Sola enim inter est unitas quanti vero in superparticularibus proportionibus proportionaliter inter eiusdem proportionis minimos intercidant: tot etiam inter ceteros eiusdem proportionis incidunt. Sz nullus inter. f.d. atq; g. minimos eiusdem proportionis interuenire potest. Nullus igitur inter. b. atq; c. proportionaliter cadet. ꝛ i numeris sit quęlibet superparticularis proportio: ut sesqualtera. hi vero sunt. x.ꝛ.xv. in eadẽ vero proportione minimi. ii.ꝛ.iij. aufero de. iij. binariũ fit reliqua unitas: eadẽ utrosq; metitur: Nullus erit igitur inter binarium ternariumq; numerus: qui sit binario maior: minor vero ternario. Alioquin unitas diuideretur quod est inconueniens. Quare nec inter. x. quidem atq; xv. quisquã inuenietur numerus: qui talem ad. x. obtineat proportionem qualem ad eum tenent. xv.



Si interuallum non multiplex binario multiplicet id quod fit ex hac multiplicatione nec multiplex est nec superparticulare. Sit enim interuallum non multiplex b.c.ꝛ fiat ut. c. ad. b. sic. b. ad. d. Dico quoniaz. d. eius ꝙ est. c. neq; multiplex est neq; superparticularis. Sit eniz si fieri potest primum. d. eius quod est. c. multiplex. Et quoniam cognitum est. Si interuallum binario multiplicatum sit. ꝛ multiplex interuallũ creatũ. id quod multiplicatum est bis interuallum eẽ multiplex. Erit igitur. b.c. multiplex. sed non est positũ. Non igitur erit. d. ei⁹ quod est. c. multiplex: nec vero superparticulare. Nam superparticularis proportionis medius proportionaliter terminus nullus interuenit. inter. d. vero. ꝛ. c. est proportionaliter terminus constitutus. idest. b. Nam ut. c. ad. b. ita. b. ad. d. impossibile igitur erit. d. eius quod est c. vel multiplicem esse vel superparticularem: quod oportebat ostendere. Et in numeris sit non multiplex interuallum. vi. ad. iiii. fiatq; ut sunt. iiii. ad. vi. ita sex ad alium quemlibet numerum. hic erit igitur nouenarius. Qui quaternarij neq; multiplex neq; super particularis est.

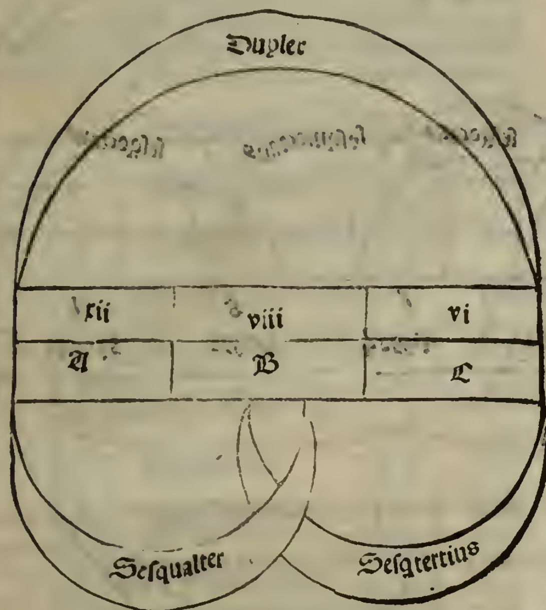


Si interuallum binario multiplicetur: atq; id quod ex ea multiplicatione creabitur multiplex non sit: ipsum quoq; non erit mult plex. Sit enim interuallum. b.c. fiatq; ut. c. ad. b. ita. b. ad. d. ꝛ non sit. d. eius quod est. c. multiplex. Dico quoniam nec. b. ei⁹ quod est. c. erit multiplex. Si enim est: ꝛ. d. eius quod est. c. est multiplex. At non est: Non erit igitur. b. eius quod est. c. multiplex

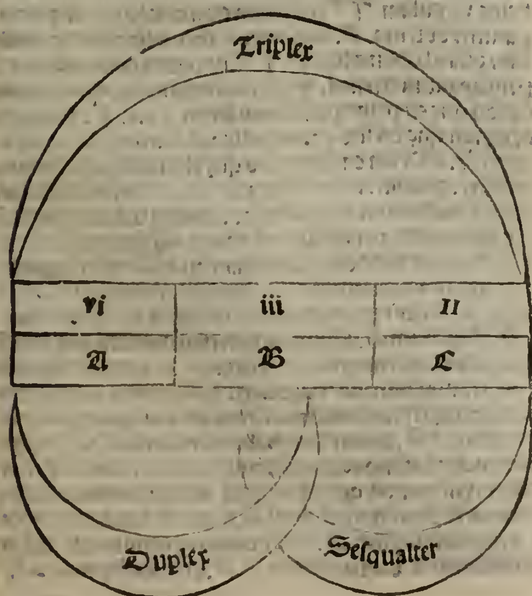


Duplex interuallum ex duobus maximis superparticularibus coniungitur sesqualtero ꝛ sesquitertio. Sit enim. a. quidem eius quod est. b. sesqualter. b. vero eius quod est. c. sesquitertius. Dico quoniam. a. eius quod ẽ c. duplex est. Quoniam igitur sesqualter est. a. eius quod est. b. igitur. a. habet in se totum. b. eiusq; dimidiũ. Duo igitur. a. ęqui sunt tribus. b. Rursus quoniam. b. eius. quod est. c. sesquitertius est. b. igitur habet. c. ꝛ eius tertiam partem. Tres igitur. b. ęqui sunt ad quatuor. c. Tres autem. b. ęqui erant duobus. a. Duo igitur. a. ęqui sunt ad quatuor. c. vn⁹ igitur. a. ęquus est duobus. c. Duplex

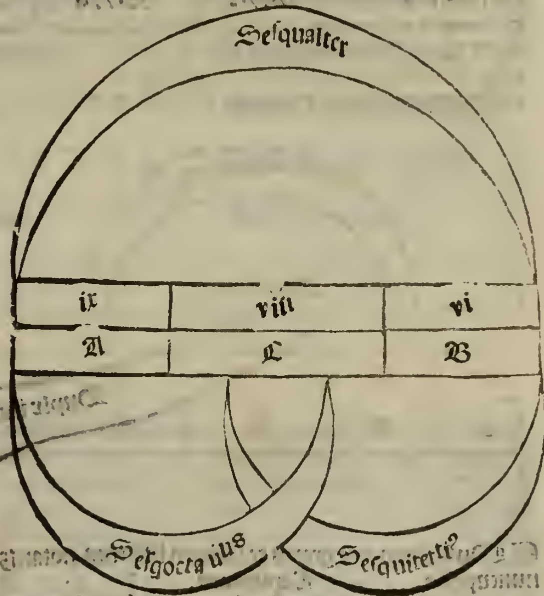
erit igitur .a. eius qui est .c. ꝛ in numeris. Sit enim sesqualter .xii. ad .viii. Sesqtertius vero .viii. ad .vi. Ergo .xii. ad .vi. Duplices sunt.



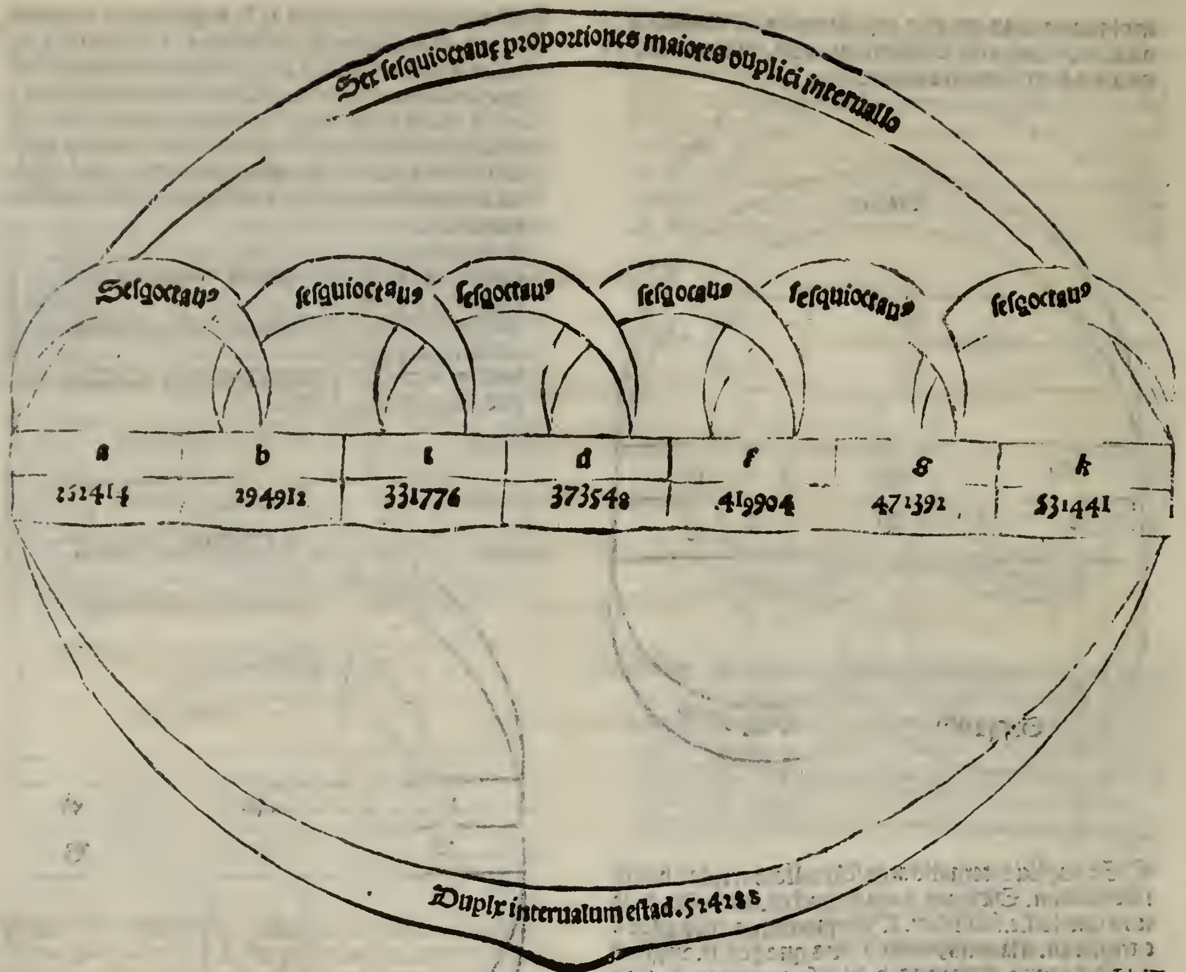
Ex duplici interuallo atq; sesqualtero triplex nascit interuallum. Sit enim .a. eius quod est .b. duplex: .b. aūt eius quod est .c. sesqualter. Dico quoniam .a. eius quod ē .c. triplex est. Nam quoniam .a. eius quod est .b. duplex ē .a. igitur equus est duobus .b. Rursus quoniam .b. eius quod est .c. sesqualter est .b. igitur habet in se totum .c. et eius dimidiam partem. Duo igitur .b. equi sunt tribus .c. Sed duo .b. equi erant vni .a. ꝛ vnus igitur .a. equus est tribus .c. Igitur .a. vno .c. triplex est. Et in numeris sit duplex quidem senarius ternario: sesqualter vero ternarius binario. Senarius igitur triplex est binario.



Si sesqualtero interuallo sesquitertium demptū fuerit interuallum: erit quod relinquitur sesquioctauum. Sit enim .a. quidem eius quod est .b. sesqualter. At vero .c. eius quod est .b. sesquitertius. Dico quoniam .a. eius quod est .c. sesquioctauus est. Quoniam enim .a. eius qđ ē .b. sesqualter est .a. igitur habet .b. ꝛ eius dimidiam partem. Octo igitur .a. equi sunt ad duodecim .b. Rursus quoniam .c. eius quod est .b. sesquitertius est .c. igitur habet in se .b. ꝛ tertiam eius partem. Nouem igitur .c. equi sunt ad duodecim .b. Duodecim autem .b. equi erant ad octo .a. Et octo igitur .a. equi sunt ad nouem .c. Igitur .a. equus est ei quod est .c. ꝛ octaue eius parti. A. igitur eius quod est .c. sesquioctauus est. Et in numeris sesqualterum quidem interuallum sit nonenarius ad senarium. Sesqtertium vero octonarius ad senarium. Nouem igitur ad octo sesquioctaua proportio est.



Sex proportiões sesquioctaue maiores sunt vno duplici interuallo. Sit enim quidem numerus .a. huius autem sit sesquioctauus .b. huius sesquioctauus .c. ꝛ huius sesquioctauus .d. ꝛ huius sesquioctauus .f. eiusq; sesquioctauus .g. atq; huius sesquioctauus .h. Id autem fiat secundum descriptum in Arithmetica modum: ꝛ sint numeri .a.b.c.d.f.g.h. ꝛ sit .a. cclxii. cxliiii. huius autem sesquioctauus qui est .b. ccxciiii. dcccxii. huius autem sesquioctauus qui est .c. cccxxxi. dcclxxvi. huius autem sesqoctauus qui est .d. ccclxxiii. cxlviii. huius autem sesquioctauus qui est .f. ccccxix. dccciiii. huius autem sesquioctauus qui est .g. cccclxxii. ccccii. huius autem sesquioctauus qui est .h. dxxxi. ccccxli. Et sunt .dxxxi. ccccxli. que est .h. plusq; duplices ad ducenta .lx. duo milia .c. xliiii. qđ est .a. Sex igitur sesquioctaue proportiones ampliores sunt vno duplici interuallo.



C Musicarum per grecas ac latinas litteras notarum nuncupatio. Capitulum. 3.

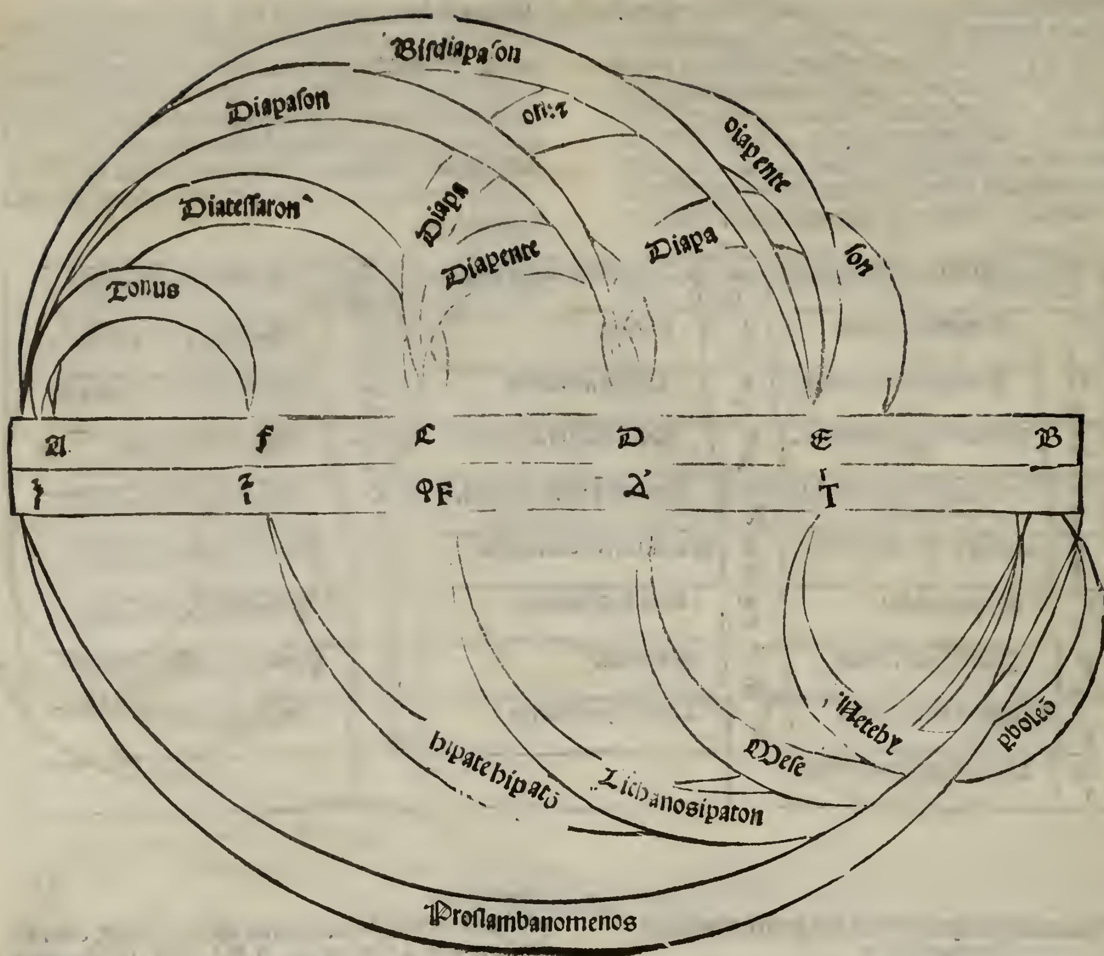
Estat quoniam sum⁹ neruum secunduz predictas consonantias per regulam diuisiui: quoniamqz necessarios sonos trib⁹ generib⁹ cantilene exhibebit ista partitio: musicas interim notas apponere: vt cum diuisam lineam ijsdem notulis signauerimus: quod vnicuiqz sit nomen: facillime possit agnosci. Veteres enim musici ppter compendium scriptionis: ne integra semper nomina necessarie esset apponere: excogitauere notulas quasdam: quibus neruorum vocabula notarentur: easqz per genera modosqz diuisere. Simul etiam hac breuitate captantes: vt si quando melos aliquod musicus voluisset ascribere super versum Rithmica metri compositione distentum: has sonorum notulas ascriberet. ita miro modo repertentes: vt non tantuz carminum verba: que litteris explicarentur: Sed melos quoqz ipsum: quod his notulis signaretur: in memoriã posteritatemqz duraret. Sed ex his oibus modis vnũ interim lidium eiusqz notulas per tria genera disponamus: in reliquis modis idẽ facere in tempus aliud differentes. Sane si quando dispositionem notarum litterarum grecarum nuncupatione descripsero: lector nulla nouitate turbetur. Grecis enim litteris nunc in quamlibz partem imminutis: nunc etiã in flexis: tota hec notaruz descriptio constituta est. Nos vero cauemus aliquid ab antiquitatis auctoritate transuertere: Erunt igitur priores ac superiores notule dictionis. i. verborum: secunde vero atqz inferiores percussionis proslambanomenos qui adquisitus dici potest. z. non integrum & tau iacẽs. ꝭ. Hypate hypaton que est principalis principalium. ך. conuersum. & r. rectum. ך→. parhypate hypaton. idest sub principalis principalium. β. non integrum. &. r. supinum L β. hypaton enarmonios: que est principalium enarmonios. A. supinum. & r. conuersum retro habens virgulam. ך∀. hypaton cromatice que est principalium extenta. A. supinum habens lineaz &. r. cõuersum duas habens lineas. ך∀. hypaton diatonos que ẽ principalium extenta. φ. grecum digãmon. φF. hypate meson que est principalis mediarum. c. & c. ϛ. parhypate meson que est sub principalis mediarum. ϛ. & c. supinum. ✓. Meson enarmonios que est mediarum enarmonios. π. grecum. & c. conuersum. ∏. Meson cromatice que est mediarum cromatica. π. grecum habens virgulã & c. conuersum per medium habens virgulam. π→. Meson diatonos quz est mediarum extenta. μ. grecum & N. grecum diductum. N. Mese que est media. i. & λ. iacens. λ. Trite synẽmenon que est tertia coniunctarum. ϴ. λ. supinum. ✓. Synẽmenon enarmonios que est cõiunctarum enarmonios. H. grecum. & λ. iacens conuersũ per medium habens virgulam. λH. Synẽmenon cromatice: que est coniunctarum cromatica. H. grecum habẽs virgulam & A. conuersum habens virgulas. λH. Synẽmenon diatonos que est coniunctarum extenta. r. & N. Nete synẽmenon que est vltima coniunctarum. ω. quadratum supinum. & z. paramese que est sub media. π. & π. grecum iacens. Ƶ. Trite diezeugmenon: que tertia diuisarum est. ε. quadratum. & n. grecum supinũ. μc.

diezeugmenon enarmonios: que est diuisarum enarmonios. λ. et π. grecum iacens conuersum. ≙. diezeugmenon cromatice que est diuisarum cromatica. λ. habens virgulam et π. grecum iacens conuersum habens lineam angularem. ⊨λ. Diezeugmenon diatonos que est diuisarum diatonos. ω. quadratum et supinum. et. z. ≟. Nete diezeugmenon que est vltima diuisarum. φ. iacens. et. N. inuersum diductum. N ϴ. Trite hyperboleon que est tertia excellentium. γ. deorsum respiciens dextrum et semi. α. sinistrum sursum respiciens. ʋλ. hyperboleon enarmonios que est excellentium enarmonios. τ. supinum et semi. A dextrum supinum. ʋ⊥. hyperboleon cromatice que est excellentium cromatice. τ. supinum habens lineam et semi. A. dextrum supinum habens retro lineam. ʋ̄⊥. hyperboleon diatonos que est excellentium extenta. μ. grecum habens acutam. et π. diductum habens acutam. πμ. Nete hyperboleon. i. habens acutam. et λ. iacens habens acutam. ʳ<.

z ⊢	Proslambanomenos	μ N	Lichanos meson diatonos	λ ⊃	Paran. diezeug. enarm.
7 r	Hypate hypaton	I λ	Mese	λ ⚌	Paran. diezeug. chroma.
β L	Parhypate hypaton	θ γ	Trite synemenon	ω z	Paran. diezeug. diatonos
∀ T	Lichanos hypaton enarm.	H λ	Paranete syne. enarm.	ϴ N	Nete diezeugmenon
∀ T	Lichanos hypaton chroma.	H λ	Paranete syne. chroma.	< v	Trite hyperboleon
φ f	Lichanos hypaton diato.	r N	Paranete syne. diatonos	⊥ v	Paran. hyperboleon. enarm.
c C	Hypate meson	ω z	Nete synemenon	⊥ v	Paran. hyperboleon choma.
ρ ʋ	Parhypate meson	z ⊏	Paramese	μ π	Paran. hyperboleon diaton.
π)	Lichanos meson enarm.	E μ	Trite diezeugmenon	r <	Nete hyperboleon
π)	Lichanos meson choma.				

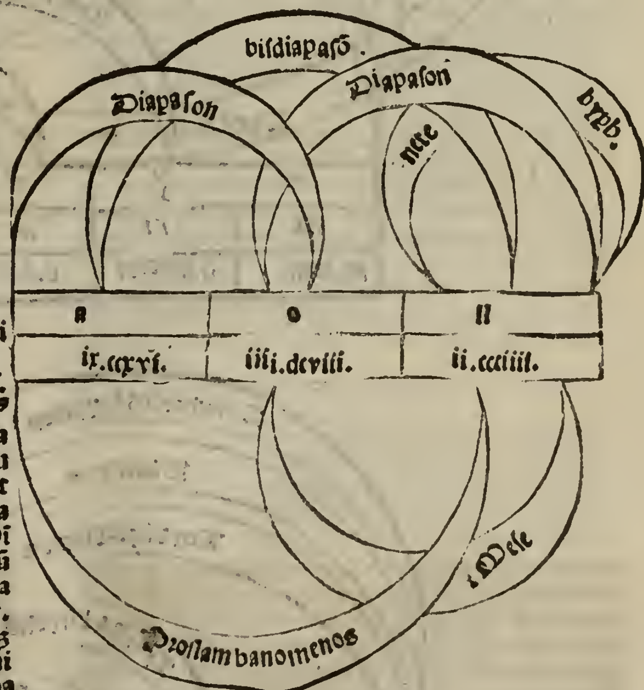
Monocordi regularis partitio in genere diatonico. Capitulum. 4

Ed iam tempus est ad regularis monocordi di
8 uisionem venire. De qua re illud est predicendum: quod siue in mensura nerui: siue in numeris: atq; in eorum proportione statuatur describenda diuisio: maius spatium corde: et maior numeri multitudo sonos grauiores efficiet: At si fuerit nerui longitudo contractior: et in numeris non eque multa pluralitas acutiores voces edi necessarie est. Atq; ex hac comparatione quantum vnaqueq; fuerit vel longior vel pluriu numerorum. Aliaq; vel contractior vel paucioribus signata numeris: tanto vel grauior vel acutior inuenitur. nec lectorem res illa conturbet: quod intendentes sepe spatia proportionum numero maiore signauimus: remittentes vero minore: cum intensio acumen faciat: remissio grauitatem. Illic enim tantum proportionum spatia signabamus. Nihil de grauitatis aut acuminis proprietate laborantes. atq; ideo et in acumen maioribus numeris intendimus: et minoribus in grauitatem sepe remisimus hic vero vbi cordarum spatia sonosq; metiemur: naturam rerum sequi necesse est: maioriq; longitudini cordarum ex qua grauitas existit: ampliores minori vero ex qua vocis acumen nascitur: dare breuiores. Sit corda intensa. a. b. huic equa sit regula: que propositis partitionibus diuidatur: Ut ea regula corde apposita: eedem diuisiones in nerui longitudine signentur: quas ante assignaueramus in regula. Nos vero nunc ita diuidimus: quasi ipsam cordam et non regulam partiamur. Diuidatur igitur. a. b. in quatuor partes per tria puncta que sunt. c. d. e. Erunt igitur tota quidem. a. b. dupla ab his que sunt. d. b. a. d. sigillatim vero. a. d. d. b. duo e sunt ab his que sunt. a. c. c. d. d. e. e. b. Erit igitur. a. b. quidem grauissima idest proslambanomenos. d. b. autem mese. Est enim dimidia totius: et sicut. a. b. ab ea que est. b. d. Dupla est spatio ita b. d. ab ea que est. a. b. dupla est acumine. Nam vt superius dictum est spatij et acuminis semper ordo conuersus est Nam tanto est corda maior in acumine: quanto fuerit minor in spacio. quo circa erit et. e. b. Nete hyperboleon quoniam e. b. eius que est. d. b. dimidia quidem in quantitate dupla vero in acumine. Rursus quoniam eadem. e. b. eius que est a. b. quarta pars est. in spatio: quadrupla erit ab eadem in acumine. Erit igitur (vt dictum est) nete hyperboleon dupla in acumine ab ea que est mese. Mese autem dupla in acumine ab ea que est proslambanomenos. Nete vero hyperboleon quadrupla in acumine ab ea que est proslambanomenos· consonabit igitur proslambanomenos ad mesen diapason. mese ad netem hyperboleon diapason proslambanomenos ad netem hyperboleon bis diapason. Rursus quoniam eque partes sunt. ac. c. d. d. e. e. b. Est autem. a. b. quatuor earundem partium. c. b. autem trium a. b. sesquitertia est ab ea que est. c. b. Rursus quia trium est equalium partium. c. b. sed. d. b. duarum: erit igitur. c. b. sesqualtera eius que est. d. b. Rursus quoniam. c. b. est trium partium equalium qualis est vna. e. b. tripla igitur est. c. ab ea que est. e. b. erit igitur. c. b. lichanos hypaton diatonos: consonabitq; proslambanomenos quidem ad lichanon hypaton diatonon diatessaron consonantiam. Eadem vero lichanos hypaton diatonos consonabit ad mesen consonantiam diapente. Eademq; lichanos diatonos consonabit ad netem hyperboleon. diapason et diapente. Rursus si de tota. ab. nonam partem auferam eam que est. a. f. erunt partes octo. f. b. Erit igitur. f. b. hypate hypaton. ad quam sesquioctauam contineat proportionem a. b. idest proslambanomenos. In musica vero tonum.



¶ Superior descriptio inferiora signa que continet: eius sunt descriptionis: vbi cordis notulas apposuimus: quoniam earum nomina longum fuit ascribere. Item si. a. b. tribus incisionibus partiamur: erit pars tertia. a. g. Due igitur eiusdem erunt. G. b. Consonabit igitur. a. b. proslambanomenos. ad. g. b. que est hypate meson diapente consonantiam in proportione sesqualtera constitutam c. b. autem ad. g. b. erit sesquioctaua: et continebit tonum idque ordine cadit. Nam lichanos hypatō diatonos idest c. b. ad eam que est hypate meson. i. g. b. continet tonum Rursus. a. b. quidem proslambanomenos. ad. c. b. lichanon hypaton diatonon habet consonantiam diatessaron a. b. autem proslambanomenos ad. g. b. hypaten mesō habet consonantiam diapente. Item. c. b. ad. d. b. idest lichanos hypaton diatonos ad mesen habet consonantiā diapente. g. b. autem ad. d. b. idest hypate meson ad mesen habet consonantiam diatessaron. Lichanos autem hypaton idest. c. b. ad hypaten meson comparata idest. g. b. distabit tono. Si autem eius que est. c. b. quartam partem sumpsero: erit. c. lr. Igitur. c. b. ad. lr. b. obtinet sesquitertiam proportionem. lr. b. autem ab ea que est. d. b. sesquioctaua proportione distabit. Erit igitur. lr. b. quidem diatonos meson. et erit. c. b. i. lichanos hypaton diatonos ad. lr. b. i. diatonon meson: diatessaron consonantiam cōtinens. Rursus si eius que est. d. b. nonam partem sumpsero erit mihi. d. l. Igitur. l. b. erit paramese. Si autem eius que est. d. b. quartam partem sumpsero: erit. d. m. Igitur. m. b. erit nete synēmenon. Si autem eius que ē d. b. tertiam partem sumpsero: erit. d. n. Igitur. n. b. erit nete diezeugmenon. Si autem. lr. b. in duas partes eques fuerit diuisa: erit. lr. x. Eritque. x. b. paranete hyperboleon.

Proslambanomenos
Lichanos hypaton diatonos
Hypate meson
Lichanos meson
Diapente
Trisdiente
Mese
Paramese
Nete synemenon
A C G k D L M N X S
Tonus
Diatessaron
Tonus
Diatessaron
Tonus
Diatessaron
Paranete hypboleon
Netediezeugmenon

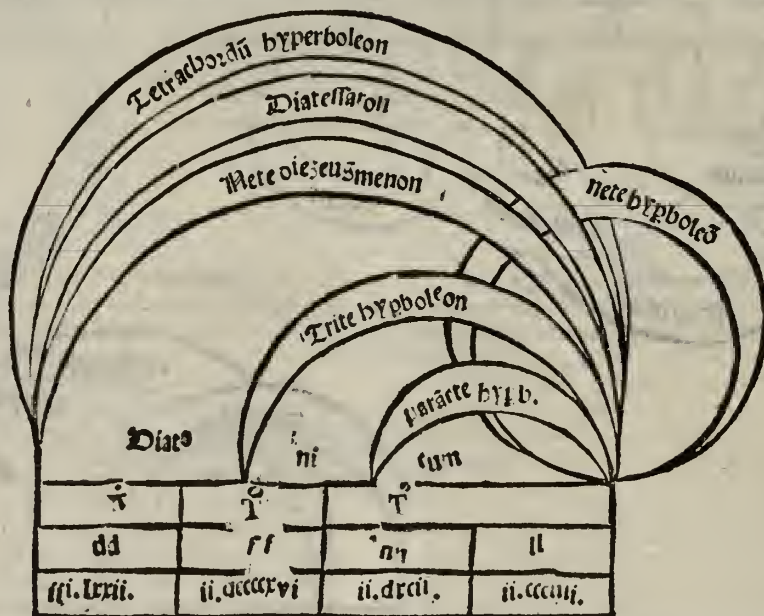


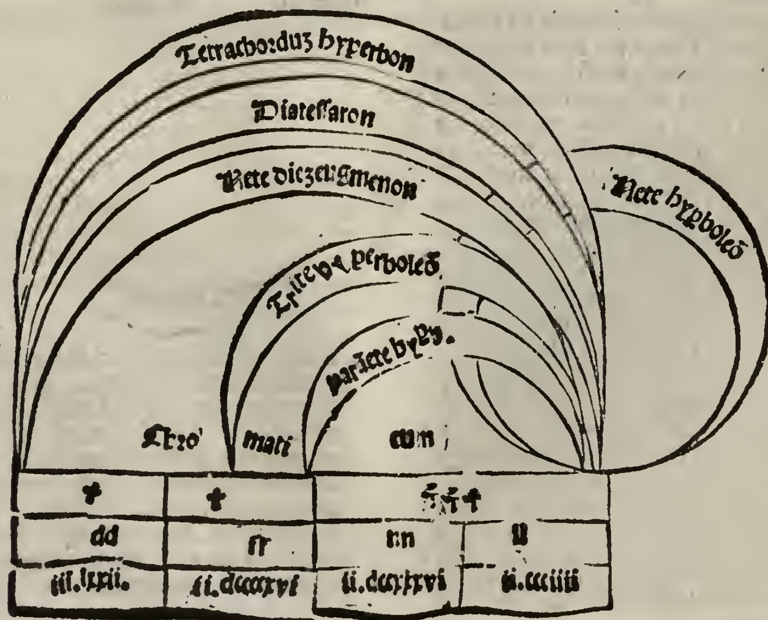
¶ Monocordi netarū hypboleon per tria genera partitio. Capitulum. 5.

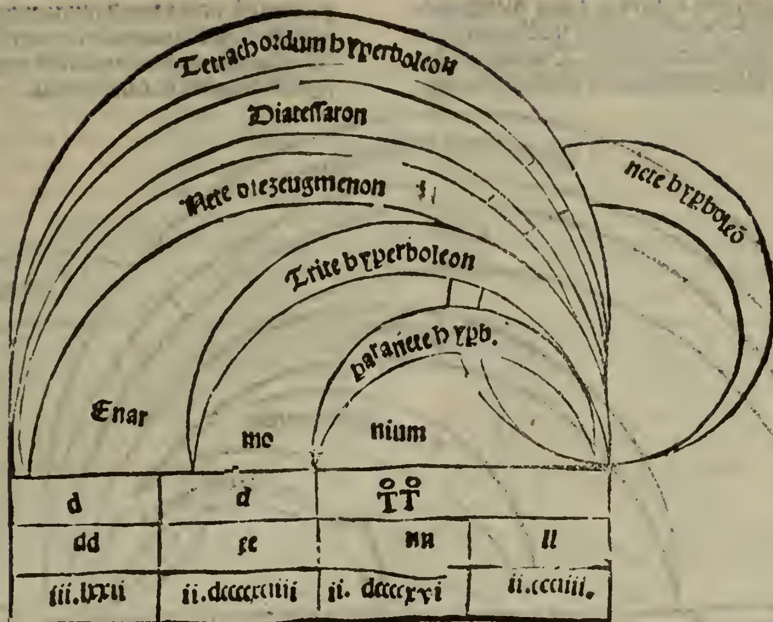
n Unc igit diatonici generis ꝺ̄scriptio scā ē i eo.s. mō q ē simplicio: ac pnceps: quē lidiū nūcupam⁹ De qb⁹ modis nūc differendū nō ē. vt vō p tria genera currat mixta ꝺ̄scriptio: ꝛ oib⁹ ppria numerorū pluralitas apponat ad ꝯsu das.s. pportōes: vel tonorū atq dieseō excogitat⁹ ē nūer⁹: q hec oia possꝫ explere: vt maxim⁹ qdē ad pslābanomenō describat: q sit.ix.ccxvi. Mim⁹ vō.ii.ccciiii. Reliquorū vō sonoꝝ pportōes in horū medietate terent.s. ne ab inferiore pcedim⁹ oiumq noia cordaꝝ nō solū noib⁹ veꝝ ēt opposit lrīs demōstramus. Sꝫ ita vt qm̄ triū generū ē facienda partitio: neruorūq mod⁹ lraꝝ excedit nūeꝝ: vbi ꝺ̄fecerit lre. easdē rursus geminam⁹ hoc mō: vt qn̄.ad.z. fuerit vsq puētum: ita ꝺ̄scribam⁹ reliquos neruos. bis.a.i.aa.ꝛ bis.b.i.bb.ꝛ bis.c.i.cc. Sit igit pm⁹ qdē numer⁹ maxim⁹ q: q pslābanomenō obtineat locū.ix.ccxvi. Sitq toti⁹ cordę mod⁹ ab eo qd ē a.vsq ad id qd ē. ll.hāc.i.pslābanomenō.ix.ccxvi. diuido dimidiā ad.o.vt sit tota.a.dupla ab ea q̄ ē.o.itē.o. sit dupla ab ea quę ē.ll. Erit igit.a.qdē pslābanomeos o.aūt mese. ll. nete hypboleō. habebit igitur.a. qdē.ix. ccxvi.o.vō horū dimidiū.i.iiii.dcviii. vt mese ad pslābanomenō diapasō ꝯsonātia ꝯueniat. Ea vō quę ē. ll. dimidiū meses: vt sit pslābanomenos ab ea quę ē nete hypboleon: quadrupla.ꝛ bis diapasob ad cā consonet symphoniā: sitq.ll.ii.ccc.iiij.

¶ Si igit ex.ii.ccciiii. oct auā abstulero ptē.i.cclxxxvii. eisdēq adiecero: fiēt mihi.ii.dxcii. eritq.n.n.ii.dxcii. q̄ sit paranete hypboleō ad netē hypboleō obtinēs distātiā tonū. Rursus ei⁹ q ē.n.n.i.ii.dxcii. aufero octauā q̄ cccxiiii. eamq eis quorum ē octaua subiūgo: erūtq.ii. dcccxvi. fietq mihi.f.f. trite hypboleō diatonos i diatonico.s. genere.ii.dcccxvi. tonū qdē distās ab ea q̄ ē paranete hypboleō. diatonū vō ab ea q̄ ē nete hypboleō. eadē vō.f.f. erit i chrōatico gñe trite hypb. chrōatica i enarmōio vō parāet hypb. enarmōios. qd facili⁹ agnoscet: cur enī ſ at cū triū geneꝝ tria pma tetracorda a nete hypboleō ichoantia ꝺ̄scrpserim⁹. Qm̄ vō si a sesqtertia proportōe duas

sesquioctauas abstulero relinquetur mihi sexitonium minus: sumo tertiam eius que est .l.l.i. nete hyperboleon sunt .dcclxviii. Hos eisdem adicio. fient mihi .iii.lxxii. Quorum est .d.d. nete diezeugmenon continens ad triten hyperboleon semitonium minus Nam quoniam nete diezeugmenon ad neten hyperboleon diatessaron continet consonantiam: trite autem hyperboleon diatonos ab ea ditonum distat: relinquitur spatium quod est inter neten diezeugmenon et triten hyperboleon semitonij minoris. Quoniam igitur tetracordum hyperboleon diatonici generis expleuimus. Nunc chromatici et enarmonij tetracorda supplenda sunt hoc modo. Quoniam enim paranete hyperboleon ad neten hyperboleon in diatonico quidem genere tono distat. in chromatico vero tribus semitonijs: in enarmonio vero duobus tonis: si distantiam paranetes hyperboleon et netes hyperboleon diatonici generis subtraximus eiusque dimidium paranete hyperboleon que est diatonici generis apponamus: habebimus numerum tribus semitonijs ab hyperboleon nete distantem. et erit hec in cromatico genere paranete hyperboleon. Aufero igitur .de.ii.dxcii. idest de paranete hyperboleon diatonici generis .ii.ccciiii. idest nete hyperboleon: reliquuntur mihi .cclxxxviii. hos diuido erunt .cxliiii. cos de adiiciam .ii.dxcii.i. paranete hyperboleon diatonici generis et erunt mihi .ii.dccxxxvi. hec erit paranete hyperboleon cromatica. rursus quoniam trite hyperboleon vel diatonica vel chromatica duos tonos distat a nete hyperboleon et in enarmonio genere paranete hyperboleon duobus tonis distat ab ea que est nete hyperboleon: eadem erit in enarmonio genere paranete hyperboleon: que est in diatonico vel chromatico trite hyperboleon. Sed quoniam trite hyperboleon diatonici generis et chromatici ad nete diezeugmenon minus sexitonium fuerat: constat autem tetracordum enarmonij generis ex duobus integris tonis: et diesi: ac diesi: que sunt dimidia spatia sexitonij minoris: distantiam eam que est inter neten diezeugmenon et paraneten hyperboleon enarmonium sumo. sed quoniam nete diezeugmenon est .iii.lxxii. paranete autem hyperboleon enarmonios .ii.dccccxvi. horum distantia erit .clvi. horum sumo dimidiam que sunt .lxxviii. Hos adicio .ii.dccccxvi. fiet .ii.dccccxciiii. hec erit .ee. trite hyperboleon enarmonios. descriptum est igitur secundum tria genera tetracordum quod est hyperboleon: cuius formam subter adiecimus.







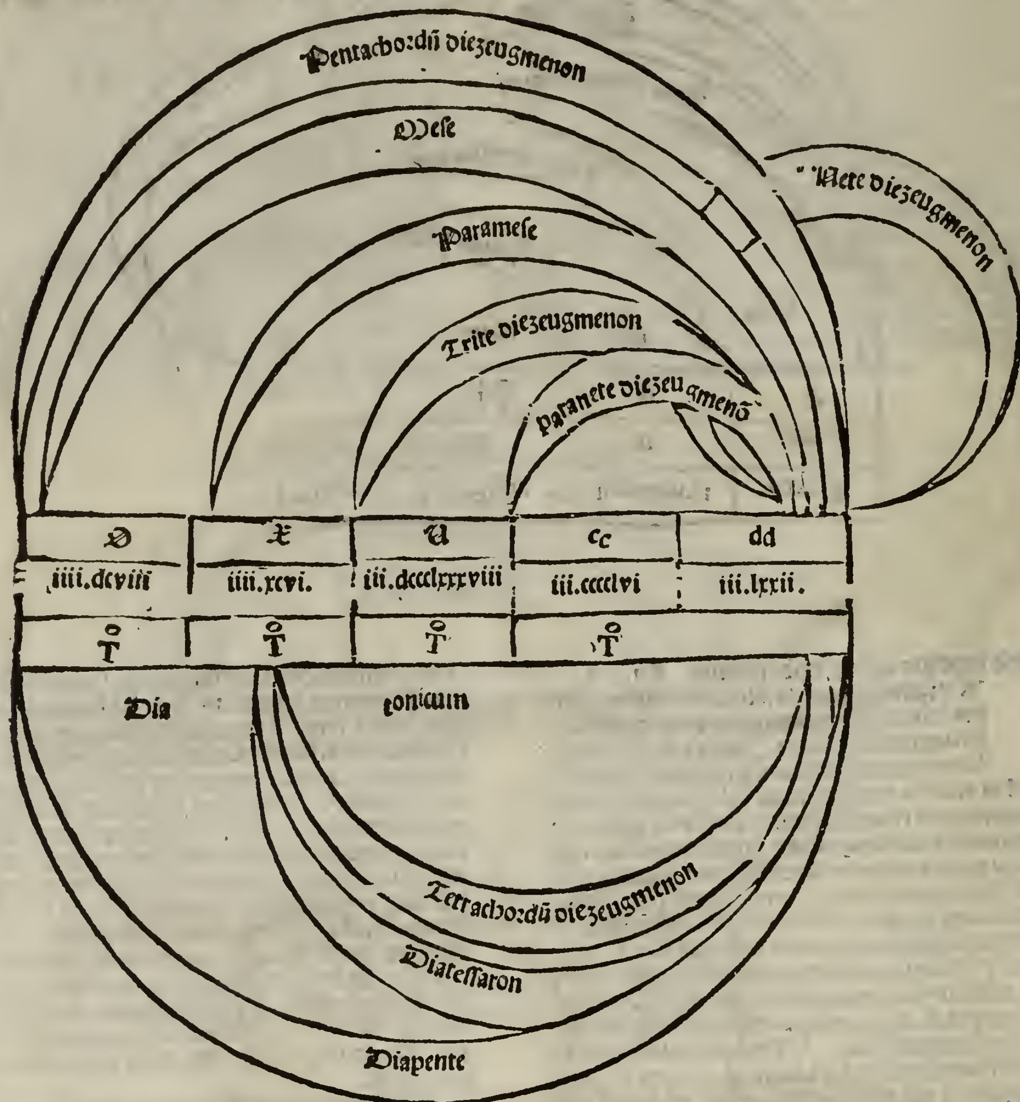
ℭ Ratio superius digeste descriptionis. Ca.' 6.

t Ria igitur tetracorda tali nobis ratione descripta sunt. Tetracordum enim omne diatessarō retinet consonantiam. Igitur nete hyperboleon ⁊ nete diezeugmenon in tribus generib⁹ idest vel in diatono vel in cromate vel in enarmonio diatessaron continent symphoniam. Diatessaron autem consonantia constat duobus tonis ⁊ semitonio minore. Id hoc modo per tria genera in supradictis tetracordis diuisum est. In diatonico enim genere primum paranete hyperboleon idest.ii. dxcii. ad neten hyperboleon. idest.ii. cciiii. obtinet distantiam tonum: quod tali notula inscripsimus. T°. Rursus trite hyperboleō diatonici generis que est.ij.dccccxvi.ad paraneten hyperboleon diatonici generis que est.ii.dxcii.rursus obtinet differentiaꝫ quaꝫ simili nota insignauimus. °. Nete auteꝫ diezeugmenō ad tritē hyperboleon idest.iij.lxxii.ad.ii.dccccxvi.semitonium refert ꝙ tali notula signauimus. T¹. hoc est totū spacium nete diezeugmenon ⁊ nete hyperboleon duoruꝫ tonorum ac semitonii. Sed idē duo toni ac semitoniū in cromatico genere hac ratione diuisi sunt. Secundum enī genus quod est cromaticum hoc modo descriptum est. paranete enim cromatice hyperboleon que est.ii. dcccxxvi. ad netem hyperboleon que est. ii.cciiii.comparata continet spatium paranetes hyperboleon diatonici generis ad netem hyperboleon: quod est vnus tonus idest duo semitonia. maius ac minus. ⁊ diuisum rursus spatium paranetes hyperboleō diatonici ⁊ netes hyperboleon. (Ita enim factum est) qui est dimidius tonus: sed non integre: q2 (vt supra vberrime monstratum est) non pōt tonus in duo equa partiri. Consignabimus igitur hoc spatium trium semitoniorum idest toni ac semitonij hoc modo. T T T. Rursus paranete hyperbolō cromatica ad triten hyperboleon retinet partem toni idest semitoniū quod reliquum fuit ex duob⁹ tonis qui continentur iter triten hyperboleon diatonicam ⁊ neten hyperboleon. Subtractis vero quatuor semitonijs: reliquum ex toto tetracordo spatium semitonij est: ꝙ continetur inter netē diezeugmenon ⁊ tritē hyperboleon. Constat igitur ⁊ hoc tetracordum ex duobus tonis ac semitonio: diuisum in vno spatio quidem trib⁹ semitonijs. In duobus autem spatijs duobus semitonijs. Tria vō spacia neruis quatuor continentur. In enarmonio vero genere summa est id pernoscendi facilitas. ab ea enim que est nete hyperboleon idest.ij.cciiii. paranete hyperboleon enarmonios idest.ii.dcccxvi. duos tonos integros distat. Quos hoc modo notabim⁹. T°T°. Reliquitur igitur ex totius tetracordi duobus tonis ac semitonio: vnum quidem semitonium quod continetur inter netē diezeugmenon et paranetē hyperboleon enarmoniō. Quod .s. diuisimus in duas dieses trite hyperboleon enarmonion. Media interiecta: spatiūq3 dieseos hoc modo signauimus .d. ita igitur nobis hyperboleon tetracordum descriptum est. Quo peracto ad diezeugmenon tetracordum veniam⁹. Nec immorandum est eisdem cōmemorationibus in ceteris: Cum ab hac descriptione etiam in alijs sumi possit exemplum.

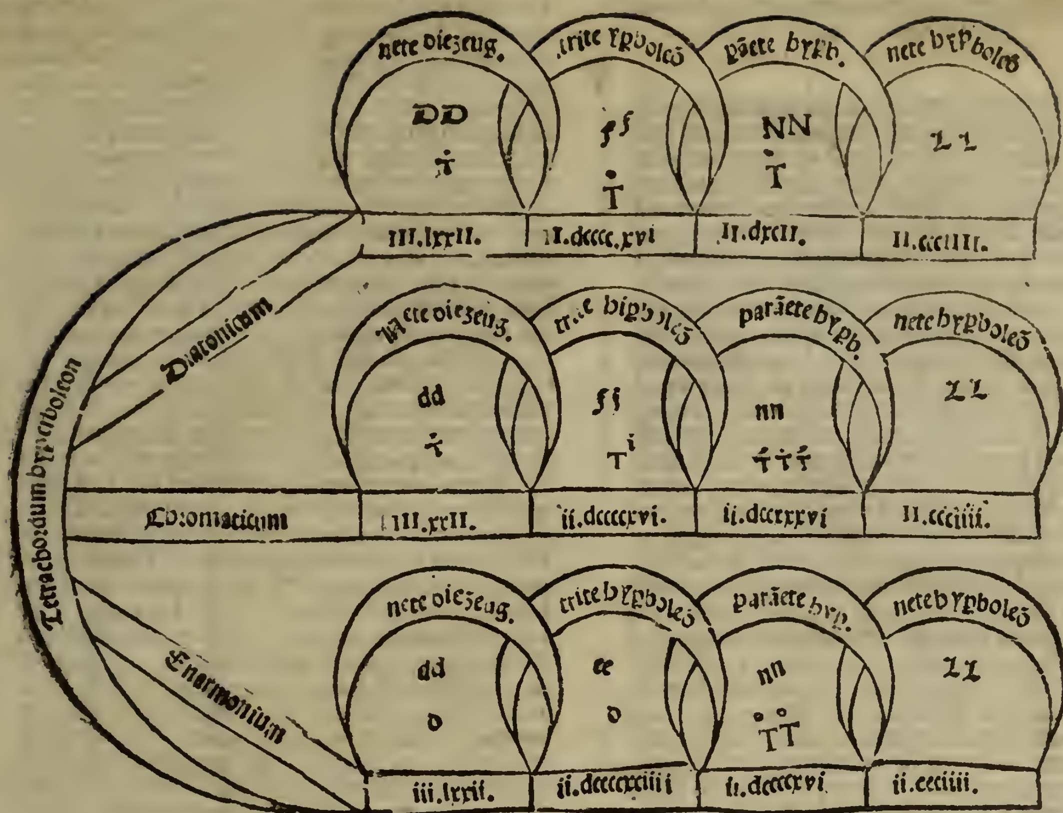
ℭ Monocordi netarum diezeugmenon per tria genera partitio. Capitulum. 7.

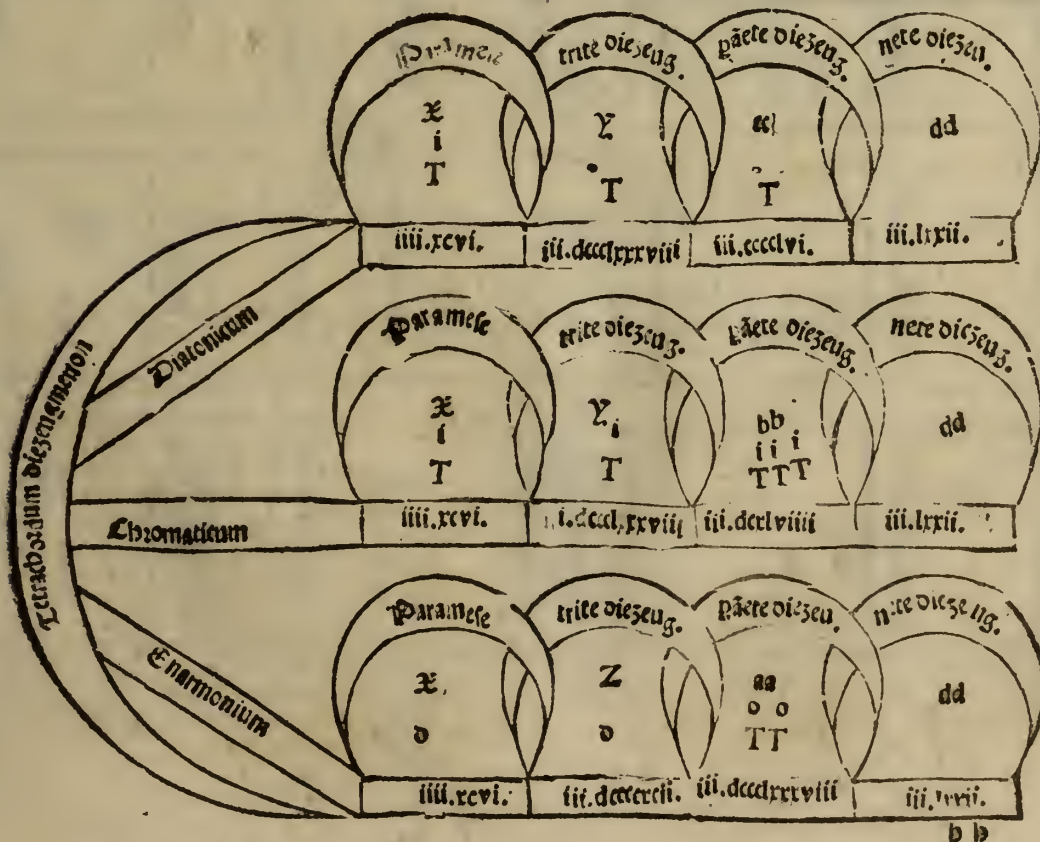
n Etes igitur diezeugmenon q̄ ē.iij.lxxii.si dimididiū summā: erūt. M dxxxvi. Qui eisdeꝫ additi fiunt.iiii.dcviii.que est mese: quam. o. littera designauimus. ꝙ si eiusdem netes diezeugmenon.i.d.d.scꝫ.iii.lxxii. auferam tertiam partem: erunt. M.xxiiij. Qui eisdē coniuncti faciēt. iiii.xcvi.que vocabitur paramese.x.littera subnotata. Nete igitur diezeugmenō.idest.iij.lxxii.ad mesen idest.iiii.dcviii.quoniam in sesqualtera cōparatione consistit: diapente consonabit symphoniam. Eadem vero nete diezeugmenon idest.iii.lxxii.ad paramesen idest.iiii.xcvi.que ad eam i sesquitertia proportione cōposita est: diatessaron retinet consonantiam. Si igitur ab ea que est nete diezeugmenon. iii.lxxii.auferam octauam partem idest.ccclxxxiiii.eisq3 adiciam: fient.iii.cccclvi.eritq3 hec paranete diezeugmenon. diatonos.cc.litteris pernotata ad netē diezeugmenon obtinens tonum. Ab hac vero si octauam auferam partem.i.de.iii.cccclvi. Que ē.cccxxxii.eosq3 eidem adiungā: erunt.iii.dccclxxxviii. Eritq3 ea.y.trite diezeugmenon diatonos. Sed quoniam nete diezeugmenon ad paramesen sesquitertiam obtinebat proportionem:

trite autem diezeugmenon diatonos a nete diezeugmenon duos tonos abest: cōtinebitur inter tritē diezeugmenon & paramesen semitonium minus: Diatonicum igitur genus. In hoc quoq; tetracordo ac pentacordo ita expletum est: vt tetracordi quidem eius quod est netes diezeugmenon ad paramesem: diatessaron consonantia fit. Pentacordi vero eius quod est netes diezeugmenon ad mesen: diapente fit consonantia.



¶ Enarmonium vero atq; cromaticum genus hac rōne texemus. Sumo distantiam netes & paranetes diezeugmenon diatonici: idest. iij. lxxii. & .iii. cccclvi. Est eorum differentia. ccclxxxiiii. hanc diuido. erunt. cxcii. hanc summā & ei que est paranete diezeugmenon diatonos. adiūgam. i. iij. cccclvi. fient. iij. dcxlviii. hec erit paranete diezeugmenon chromatica. b. b. geminatis litteris annotata distans a nete diezeugmenon tono & semitonio. i. tribus semitonijs continens ad tritem diezeugmenon dudum quidem diatonicam. Nunc vero cromaticam idest iij. dccclxxxviii. Semitonium reliquum ab eo. tono: qd diuisum est inter paranetē diatonō diezeugmenon & tritē diatonon diezeugmenon: & fit aliud reliquum ex tetracordo semitonium. inter tritē diezeugmenon cromaticam & paramesen: quod. s. ex diatessaron consonantia relinquitur: ea que est. inter neten diezeugmenon & paramesē subtractis duobus tonis: quos nete diezeugmenon & trite diezeugmenon cromatica continebant. Que autem in diatonico genere trite diezeugmenon diatonica est. In cromatico autem trite diezeugmenon cromatica: ea i enarmonio genere paranete diezeugmenon enarmonios dicitur. integros enim duos tonos distat ab ea quę ē nete diezeugmenon & notatur. a. a. Et inter neten diezeugmenō & paraneten enarmonion diezeugmenon nulla inter est corda. atq; ideo paranetes vocabulo nuncupatur. Semitoniū vero quod est inter paraneten. enarmoniō diezeugmenon & paramesen idest int. a. a. &. x. hac rōne partimur vt fiant due dieses. Sumo differentiam paranetes enarmonij diezeugmenon, & parameses idest. iii. dccclxxxviij. & . iiii. xcvi. ea est. ccvii. hanc diuido. fient. c. iiii. hos appono. iii. dccclxxxviii. fient. iii. dcccxcii. Ea erit trite diezeugmenon enarmonios. z. littera pernotata. Huius igitur tetracordi per tria genera descriptionem subter adiecī superiusq; dispositum hyperboleon tetracordum aggregaui: vti esset vtrorumq; vna descriptio: & paulatim iā tota dispositionis totius forma consurgeret.


nete diezeug.
trite hyperboleõ
parãete hyperb.
nete hyperboleõ
III.lxxII.
II.dcccc.xvi
II.dxcII.
II.cccIIII.
Diatonicum
Chromaticum
III.xcII.
ii.dcccxxvi.
ii.dccxxxvi
II.cccciiii.
Tetrachordum hyperboleon
nete diezeug.
trite hyperboleõ
parãete hyp.
nete hyperboleõ
Enarmonium
iii.lxxii.
ii.dccccxciiii
ii.dcccxvi
ii.ccciiii.


trite diezeug.
pãete diezeug.
nete diezeu.
iiii.xcvi.
iii.dccclxxxviii
iii.ccclvi.
iii.lxxii.
Diatonicum
Paramese
trite diezeug.
pãete diezeug.
nete diezeug.
iiii.xcvi.
iii.dcclviiii
iii.lxxii.
Chromaticum
Tetrachordum diezeugmenon
Paramese
trite diezeug.
pãete diezeu.
Enarmonium
iiii.xcvi.
iii.dccccxcii.
iii.dccclxxxviii

¶ Monocordi netarum synēmenon per tria genera partitio. Capitulum. 8.

Duo quidem tetracorda quę sibimet quidem cōiuncta sunt: a mese vero disiuncta: trium generum superior descriptio quemadmodum locarentur ostendit. Nunc ad aliud tetracordū veniendum est: qđ synēmenon vocatur: quod iunctum ē ei quę est mese. Quoniam enim inter neten diezeugmenon: ⁊ mesen diapente consonantiam esse prediximus: ē autem diapente consonantia trium tonorum ac semitonij. Tres vero sunt toni in hoc pentacordo: quorū vnꝰ quidem netes diezeugmenon ad paranetem diezeugmenon diatonon: Alter vero paranetes diezeugmenon diatonon ad tritem diezeugmenon diatonon. Tertius autē paramesēs ad mesen: reliquumq; semitonium trites diezeugmenon diatoni ad paramesen: quoniamq; netes diezeugmenon ⁊ paramesēs tetracordum ab ea que est mese: eo tono disiunctum est: qđ est inter paramesen ac mesen. Si ex eo pentacordo: quod est a nete diezeugmenon ad mesen: vnum abstulerimus tonum eum. scilicet qui continetur inter neten diezeugmenon ⁊ paraneten diezeugmenon diatonō: poterimus aliud tetracordum ad mesē iungere: vt fiat synēmenon: quod est coniunctum hoc modo. Nam quoniā paranetes diezeugmenon diatoni: quę est .c.c. numerus est .iii.ccccl vi. horum tertia eisdem addita faciet mesen. Hic ergo numerus in diezeugmēnon tetracordo .c.c. litteris annotatus tono distabat a nete diezeugmenon in genere diatonico. ⁊ parenete diezeugmenon diatonos vocabatur. in synēmenon autem tetracordo. i. coniunctarum fit nete synēmenon in tribus generibus constituta .y. littera pernotata: ⁊ ab ea octaua pars auferatur que est .cccxxxii. eisq; apponatur: fient. III. dccclxxviii. quę est paranete synēmenon ⁊ .T. littera pernotata. huius pars sumatur octaua ea quę est .cccclxxxvi hęc summa si eisdem: quorum octaua est: aggregetur: fiēt iiii.ccclxxiiii. que est trite synēmenon diatonos. i. e. Sed quoniam nete synēmenon ad mesen idest .iii.cccl vi. ad iiii.dcviii. sesquitertiam obtinet proportionem: quę est diatessaron: trite autem synēmenon ad neten synēmenō idest .iiii.ccclxxiiii. ad .iii.cccl v. duorum tonorum obtinet proportionem: relinquitur trites synēmenon diatoni ad mesen proportio semitonij: ⁊ coniunctum est hoc tetracordum cum mese: atq; ideo synēmenon quasi continuum ⁊ coniunctum vocatur. Et diatonici quidem hoc modo est facta proportio. Cromatici vero talis diuisio ē. Sumo netes synēmenon ⁊ paranetes synēmenon diatonici idest .iii.ccccl vi. ⁊ .iii.dccclxxviii. differentiam. ea est. ccccxxii. hanc diuido vt semitonium fiat: fiunt. ccxvi. hanc adijcio ad .iii.dccclxxviii. vt tria semitonia fiāt: erūt iiii.ciiii. quę est paranete synēmenon cromatica. cui littera .s. super apposita est. Ab hac igitur idest paranete synēmenon cromatica ad triten synēmenon prius quidem diatonicam: nunc vero cromaticam semitonium est. A qua trite synēmenon cromatica vsq; mesen aliud semitonium repitur. Sed quoniam a nete synēmenon vsq; ad triten synēmenon diatonicam vel cromaticam duo toni sunt: quę est in diatonico vel cromatico generibus trite synēmenon diatonos vel cromatica: eadem in genere enarmonio paranete synēmenon enarmonios est habens summam .iiii.ccclxxiiii. quę sit. R. A qua vsq; ad mesen semitonium est. hoc partior in duas dieses hoc modo. Sumo differentiam paranetes synēmenon enarmonij ⁊ meses idest .iiii.ccclxxiiii. ⁊ .iiii.dcviii. facit. cc.xxxiiii. hanc diuido. fient. cxvii. hanc adiicio paranete synēmenō enarmonios. i. iiii.ccclxxiiii fient. iiii.ccccxci. quę .p littera p notatur. ⁊ sit ea trite synēmenon enarmonios. Eritq; semitonium quod continetur inter paraneten synēmenon enarmonion ⁊ mesē idest inter .iiii.ccclxxiiii. ⁊ .iiii.dcviii diuisum per triten synēmenon enarmonion. eā. s. quę est .iiii.ccccxci. Quo circa huius quoq; tetracordi expedita ratio est. Nunc autem facienda est descriptio iuncta tamen cum ceteris tetracordis idest hyperboleon ac diezeugmenon: vt paulatim fiat descriptionis rata progressio.

	D	E	T	Y
Diatonicum	Mese 4608 i T	Trite synemenon 4374 • T	paranete synemenon 3888 • T	Nete synemenon 3456
S				
Chromaticum	Mese 4608 i T	Trite synemenon 4374 i T	paranete synemenon 4104 i i TT T	Nete synemenon 3456
R				
Enarmonium	Mese 4608 o	Trite synemenon 4491 o	paranete synemenon 4374 o T o T	Nete synemenon 3456

		X	Y	CC	DD	ff	MM	LL
Diatonicum	Mese 4608 o T	Paramese 4096 i T	trite diezeugmenon 3888 o T	paranete diezeug. 3456 o T	nete diezeugmenon 3072 i T	Trite hyperboleon 2916 o T	paranete hyperboleon 2592 o T	Nete hyperboleon 2304
B B								
Chromaticum	Mese 4608 o T	Paramese 4096 i T	trite diezeugmenon 3888 T	paranete diezeug. 3648 i i i TTT	Nete diezeug. 3072 i T	Trite hyperboleon 2916 i T	paranete hyperboleon 2736 i i i TTT	Nete hyperboleon 2304
Z A a ee nn								
Enarmonium	Mese 4608 o T	3992 Trite diezeugmenon o i 4096 paramese o i	paranete diezeug. 3888 o T • T		2994 Trite hyperboleon o i 3072 nete diezeugmenon o i	paranete hyperboleon 2916 • T o T		Nete hyperboleon 2304

¶ Monocordi meson per tria genera partitio. Capitulum. 9.

Ex his igitur que predicta sunt: in ceteris non arbitror diutius laborandum. Ad horũ eniz exemplar etiam reliqua tetracorda meson atq₃ hypaton texenda sunt. Ac primum quidez diatonici generis meson tetra ordon hoc ordine describemus. Meses enim que est.o.iiij.dcviij. sumo tertiaz partem. ea est.i.dxxvi. hanc eidẽ copulo. fient.vi.cxliiij ea fit. H. hypate meson diatessaron ad mesen continẽs cõsonantiam. hec duobus tonis ac semitonio ita dividitur. Sumo enim meses idest.iiij.dcviij. octavam partem: que est.d.lxxvi. hanc eidẽ adiungo. fient. v.clxxxiiij ea est lichanos meson diatonos idest. M. Cuius interim pars sumitur octava ea est.dcxlviii. hanc eidem adiungo. fient. v.dcccxxxii. Ea fit.i. parhypate meson diatonos tonum obtinens ad lichanõ meson diatonon: duobus autem tonis distans a mese. Relinquitur igitur semitonium inter hypatẽ meson diatonon ⁊ parhypaton meson diatonon constitutum.i. inter. vi. cxliij. ⁊. v. dcccxxxij. Idem vero tetracordum meses atq₃ hypates meson in cromatico genere tali ratione partimur. Sumo meses differentiam ad licanon meson diatonon. i. iiij. dcviii. ad. v.clxxxiiii. Ea est.dlxxvi. hanc dimidiam partior. fient.cclxxxviii. eadem adijcio numero maiori. i. v. clxxxiiii. fient. v.cccclxxii. que fit. N. lichanos meson cromatice. Relinquuntur igitur duo semitonia unum inter lichanon mesen. cromaticen ⁊ parhypaten meson cromaticen. i. inter. v.cccclxxii. ⁊. v.dcccxxxii. ⁊ aliud inter parhypaten meson cromaticen ⁊ hypaton meson idest. inter. v.dcccxxxii. ⁊. vi.cxliiii. Enarmonium vero genus hoc modo dividimus: quoniam ea que erat parhypate meson diatonos: vel ea que erat parhypate meson cromatice duos tonos distabat a mese obtinens numerum. v.dcccxxxii: ea in enarmonio genere erit lichanos meson enarmonios. L. littera pernotata duos nihilominus ad mesen obtinens tonos. Reliquum igitur semitonium quod est inter lichanos meson enarmonion ⁊ hypate meson. idest inter. v.dcccxxxii. ⁊. vi. cxliiii. in duas dieses hoc modo dividimus. Aufero differentiam. v. dcccxxxii. ad. vi.cxliiii. ea est. cccxii. hanc dimidiam partior: fient.clvi. hanc ad. v.dcccxxxij. iungo. fient. v. dcccclxxxviii. ⁊ hec fit. K. parhypate meson enarmonios. Due vero sunt diesis inter lichanon meson enarmonion ⁊ parhypaten meson enarmonion idest. inter. v. dcccxxxiii. ⁊. v.dcccclxxxviii. ⁊ inter parhypatẽ meson enarmonion ⁊ hypaten meson idest inter. v. dcccclxxxviii. ⁊ vi.cxliiii. Divisum est igitur meson tetracordon. Quod ita in descriptione ponatur: ut superius descriptis tetracordis aggregetur.

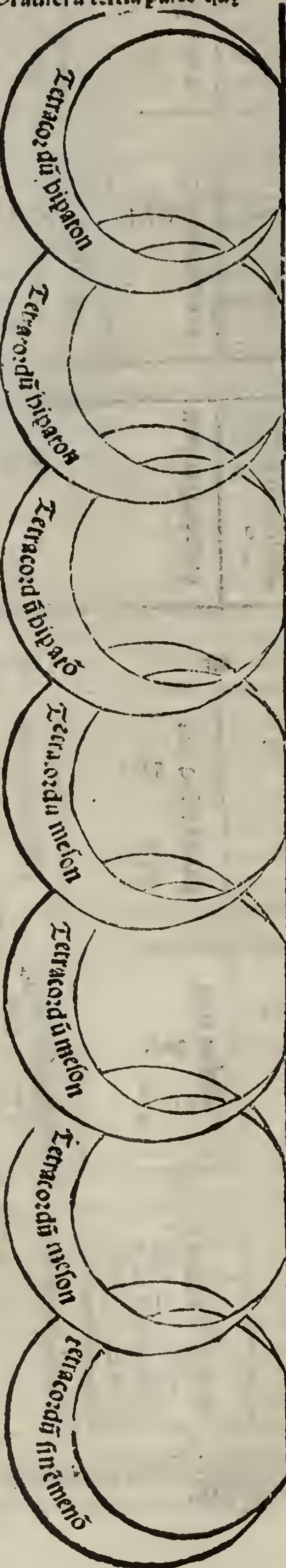
D	J	M	O	E	L	Y	
Hypate meson 6144 i T	Parhypate meson 5832 o T	Lichanos meson 5184 o T	Mese 4608 i T	Trite synemmenon 4374 o T	Paranete synemmenō 3888 o T	Nete synemmenon 3456	Diatonicum
Hypate meson 6144 i T	Parhypate meson 5832 i T	Lichanos meson 5472 i ii TTT	Mese 4608 i T	Trite synemmenon 4374 i T	Paranete synem. 4104 i TTT	Nete synemmenon 3456	Chromaticum
6144 Hypate meson o i / 5988 Parhypate meson o i	Lichanos meson 5832 o T o T		Mese 4608 o i / 4491 Trite synemmenon o i	Paranete synemmenō 4374 o T o T		Nete synemmenon 3456	Enarmonium

X	Y	CC	dd	ff	MM	LL	
o T	Paramese 4096 i T	Trite diezeugmenō 3888 o T	Paranete diezeug. 3456 o T	Nete diezeugmenō 3072 i T	Trite hyperboleō 2916 o T	Paranete hyperboleō 2592 o T	Nete hyperboleon 2304 — Diatonicum
o T	Paramese 4096 i T	Trite diezeugmenō 3888 i T	bb Paranete diezeug. 3648 i i i TTT	Nete diezeug. 3072 i T	kk 2916 Trite hyperboleon i T	Paranete hyperboleō 2736 i i i TTT	Nete hyperboleon 2304 — Chromaticum
o T	3992 Trite diezeugmenō o i / 4096 Paramese o i	Paranete diezeug. 3888 o T o T		3072 Nete diezeugmenon o i / 2994 Trite hyperboleon o i	Paranete hyperboleō 2916 o T o T		Nete hyperboleon 2304 — Enarmonium

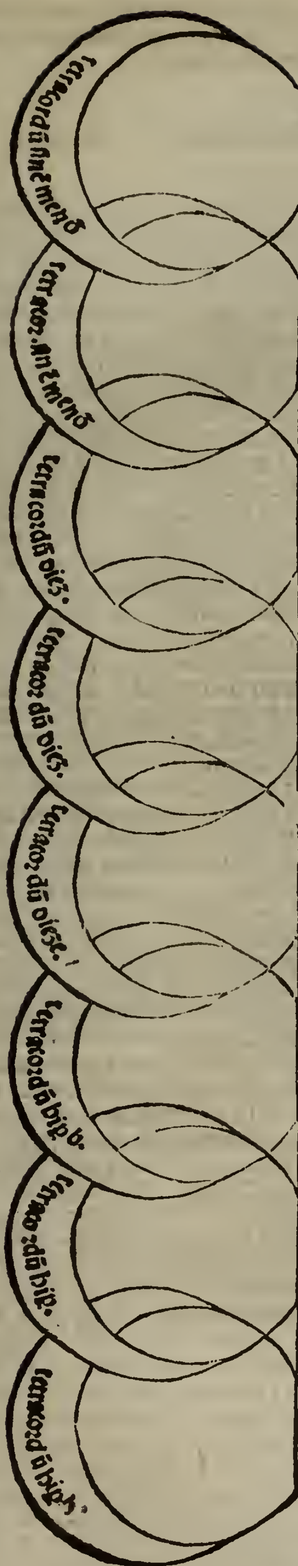
¶ Aduerte perspicue lector: vltimam figurę maioris lineam cum ea minoris figurę linea adequari debere quę O. litteram in summitate continet. sed quoniam aliter imprimi non poterat: sic posita est.

¶ Monochordi hypatō p tria genera partitio: ⁊ totius dispositio descriptionis. Capitulum. 10.

n Unc vero hypatō tetrachordū p tria genera diuidēdū ē. Sumo hypates meson .i. vi.cxliiii. dimidiā ptē: quę sit .iii. lxxi. hāc eidē si adiecero: fiēt. viiii.ccxvi. q ē pslābanomenos ad hypatē meson diapēte cōsonātiā seruās Eiusdē aūt hypates meson .i. vi.cliiii. Si auferā tertiā partē quę ē .ii. xlviii. eid usq3 adiecero: fient. viii. cxcii. Et hęc est .b. hypate hypaton. Igitur hypates meson ad pslābanomenon diapētē ꝯsonātia. ad hypatē vero hypaton diatessarō. Ab hac igit̄ hypate meson .i. vi.cxliiii. ps auferat̄ octaua: erunt dcclxviii. hāc eisdē si quis adiungat fiet vi.dccccxii. Quę est .e. licanos hypaton diatonos ad hyp. ten meson toni obtinēs proportionē. Rursus de. vi.dccccxii. ps auferat̄ octaua erūt. dccclxiiii. hec si eisdē copuletur fient. vii.dcclxxvi. que ē .c. par hypate hypaton diatonos ad licanō hypaton di. tonō toni: ad hypatē mesō diorū tonorū distātiā seruās. Relinquit̄ igitur semiton ū iter parhypatē hipato dia tonō ⁊ hypatē hypatō .i. int. vii.dcclxxvi. ⁊ viii.cxcii. ⁊ diatonici quidē generis hypatō tale tetracordū ē. cromaticū vero tali rōne diuidim⁹. Sumo eni differētiā hipates meson: ⁊ ei⁹ quę ē li anos hypatō diatonos .i. vi.cxliiii. ⁊. vi.dccccxij. ea ē. dcclxviii. hāc dimidiā ptior vt duo efficiā semitonia. fiēt. ccclxxxiiii. hāc adijcio. vi.dccccxii. vt tria semitonia fiāt: erūt vii.ccxcvi. hec erit .f. licanos hypatō cromaticę ab ea q ē hipate mesō trib⁹ semitonijs distās. Relinquūtur ergo duo semitonia. vnū qdē iter licanō hipatō cromaticē ⁊ parhipatē hipatō cromaticē .i. iter. vii.ccxcvi. ⁊. vii.dcclxxvi. Aliud vo iter parhipatē hipatō cromaticē ⁊ hypatē hipaton .i. iter. vii.dcclxxvi. ⁊. viii.cxcii. Restat enarmoniū gen⁹: cuius ad superius exemplar talis diuisio est. Quā enim parhipate hipaton diatonos vel parhypate hipatō cromaticę: quę. vii.dcclxxvi vnitatib⁹ insignita ē duob⁹ tonis distat ab ea quę ē hipate meson: eadē erit in genere enarmonio licanos hipatō enarmonios: quę ab hipate mesō duob⁹ integris differāt tonis. Restat igit̄ ex diatessarō ꝯsonātia semitoniū qd ē iter licanō hipaton enarmoniō ⁊ hipatē hipatō .i. inter. vii. dcclxxvi. ⁊ iter. viii.cxcii. hoc i duas diesis ita diuidim⁹. Sumo dr̄a3 ei⁹: q ē licāos hypatō enarmonios: ⁊ hipates hipaton .i. vii.dcclxxvi. ⁊. viii.cxcii. ea est. ccccxvi. hui⁹ dimidiā sumo. sūt. cc. viii. hāc adijcio. vii.dcclxxvi. fient. vii.dccclxxxiiii. q sit .d. parhipate hipaton enarmonios. Sūt igit̄ due diesis: vna qdē: quę ē inter licanō hypaton enarmoniō ⁊ parhipatē hipatō enarmoniō .i. iter. vii.dcclxxvi. ⁊ vii.dccclxxxiiii. Altera vero quę ē inter parhipatē hipatō enarmoniō: ⁊ hipaten hipaton .i. inter. vii.dccclxxxiiii. ⁊. viii. cxcii. Non⁹ vero vltim⁹ iter pslābanomenō ⁊ hipatē hipatō .i. iter. ix.ccxvi. ⁊. viij cxcii. ꝯtinet̄. Diuisū ē igit̄ hipatō tetracordū b3 tria genera diatonicū cromaticū enarmoniū. q si supiorib⁹ tetracordis hyperboleō diezeugmenon sinēmenon mesonq3 adiūgatur: fit integra perfectaq3 descriptio diuisi per omnia monocordi regularis.



	Diatonicum.		
	Proslābanomenos	A	viiii. ccxvi.
T	Hipate hipaton	B	viii. cxcii.
T°	Parhipate hipaton	C	vii.dcclxxvi.
T°	Licbanos hipaton	E	vi. dccccxii.
	Hipate meson	G	vi. cxliiii.
	Chromaticum		
T	Hipate hipaton	B	viij.cxcii.
T	Parhipate hipatō	C	vii.dcclxxvi.
T T T	Licbanos hipaton	F	vii.ccxcvi.
	Hipate meson	E	vi.cxliiii.
	Enarmonium		
di	Hipate hipaton	B	viii. cxcii.
di	Parhipate hipatō	D	vii.dccclxxxiiii
T	Licbanos hipaton	F	vii.dcclxxvi.
	Hipate meson	E	vi.cxliiii.
	Diatonicum		
T	Hipate meson	H	vi.cxliiii.
T	Parhipate meson	J	v.dccccxxii.
T	Licbanos meson	M	v.clxxxxiiii.
	Mese	O	iiii.dcviii.
	Chromaticum		
T	Hipate meson	H	vi.cxliiii.
T	Parhipate meson	J	v.dccclxxxii. ē
T T T	Licbanos meson	M	v.ccccx ii.
	Mese	O	iiii.dcviii.
	Enarmonium		
di	Hipate meson	H	vi.cxliiii.
di	Parhipate meson	K	v. dccclxxxvii.
T °	Licbanos meson	L	v.dcccxxii.
	Mese	O	iiii.dcviii.
	Diatonicum		
T	Mese	O	iiii.dcviii.
T °	Trite sinēmenon	E	iiii.ccccxxiiii.
T °	Paranete sinēmenō	T	iii.dccclxxxvii
	Nete sinēmenon	Y	iii.ccccdvi.



	Chromaticum		
T¹	Mese	O	iiiidcvii.
T¹	Trite sinẽmenon	E	iiii.ccclxxiiii.
T¹T¹T¹	paranete sinẽmenon	S	iiii.ciiii.
	Nete sinemenon	Y	iiii.ccclvi.
	Enarmonium		
Di	Mese	O	iiii.dcviii.
Di	Trite sinẽmenon	P	iiii.ccccxci
T⁰T	Paranete sinẽmenõ	R	iiii.ccclxxiiii.
	Nete sinemeno	Y	iii.ccclvi
	Diatonicum		
T¹	Paramese	X	iiii.xcvi.
T⁰	Trite diezeugmenõ	Y	iii. dccclxxxviij
T⁰	Paranete diezeug.	CC	iii.ccccl vi
	Nete diezeugmenõ	DD	iii.lxxii.
	Chromaticum		
T¹	Paramese	X	iiii.xcvi.
T¹	Trite diezeugmenõ	Y	iii.dccclxxxviij.
T¹T¹T	Paranete diezeug.	BB	iii.dcxlviii.
	Nete diezeugmenõ	DD	iii.lxxii.
	Enarmoniuz		
Di	Paramese	X	iiii.xcvi.
Di	Trite diezeugmenon	Z	iii. dcccxcii.
T⁰T	Paranete diezeug.	AA	iii.dccclxxxviij
	Nete diezeugmenõ	DD	iii.lxxii.
	Diatonicum		
T¹	Nete diezeugmenõ	DD	iii.lxxii.
T⁰	Trite hiperboleon	JJ	ii.dcccxvi.
T⁰	Paranete hyp̃boleõ	MM	ii.dxcii.
	Nete hiperbolen	LL	ii.cciiii.
	Chromaticum		
T¹	Nete diezeugmenõ	DD	iii.lxxii.
T¹	Trite hyp̃boleon	JJ	ii.dcccxvi.
T¹T¹T	Paranete hip̃boleõ	HH	ii.dcxxxvi.
	Nete hyp̃boleon	LL	ii.cciiii.
	Enarmonium		
Di	Nete diezeugmenon	DD	iii. lxxii.
Di	Trite hiperboleon	EE	ii.dcccxciiii.
T T	Paranete hip̃boleõ	MM	ii.dccxvi.
	Nete hiperboleon	LL	ii.cciiii.

¶ Ratio superi⁹ dispositẽ descriptionis. Ca. 2.

In superiore igitur forma obtinet quidem consonantiam diapason proslambanomenos ad mesẽ: mese aũt ad netẽ hiperboleon. Bis diapason aũt proslambanomenos ad netẽ hiperboleon. Diatessaron autem consonantiam seruat hipate hipaton ad hipatẽ meson. hipate meson ad mesen. mese ad neten sinẽmenon. paramese ad netẽ diezeugmenon. nete diezeugmenon ad netẽ hiperboleon. Atq3 hoc ita fit vt in his consonantijs integra tetracorda numeremus. Atq3 vt clari⁹ omnis i hac forma respiciatur ordo neruorum. Scd̃m tria genera. v. tantũ notãtur esse tetracorda Primũ atq3 grauissimum hipaton: cuius ẽ princeps hipate hipaton. vltima autem hipate meson. Secũdu3 vero mesõ cuius est princeps hipate meson. Extrema vero mese. Tertium finẽmenon: cuius est princeps mese finalis nete sinẽmenon. Quartum diezeugmenon: cuius est prima paramese: nete vero diezeugmenon extrema. Quitum uero est hiperboleon: cuius est quidem princeps

nete diezeugmenon: ad netem vero hiperboleon termi natur extrema.

Non in totum mobiles aut imobiles: quas parhipatas tritas in diatonico vel cromate: licanas aũt vel paranetas in enarmonico genere dicimus.

De stantibus ꝛ mobilibus vocib⁹. Ca. 12.

Harũ vero oium vocũ partim sunt in totum im mobiles: partim in totũ mobiles: partim vero nec in totũ imobiles: nec in totum mobiles sonant. In totũ imobiles sunt, pslambanomenos. bypate bypaton. bypate meson. mese. nete synemenon. paramese. nete diezeugmenon. nete byperboleon. id circo qm̃ in omnibus trib⁹ generib⁹ eędẽ sunt: nec nomia nec loca permutãtes: siue pentacorda siue tetracorda contineant. Pentacorda qdem vt pslãbanomenos ad bypaten meson. ꝛ mese ad netẽ diezeugmenon. Tetracorda vero: vt bypate bypaton ad bipatõ meson. ꝛ bypate meson ad mesen. Mobiles vero sunt quę secundum singula genera permutanł hoc mõ. vt paranete ꝛ licanos diatonici ꝛ cromatici: trite ꝛ parbypate enarmonici. Alia est eni paranete byperboleon diatonos: alia paranete bypboleon cromatica. alia trite enarmonios. Diuerse sunt etiam paranete diezeugmenõ diatonos: atq3 cromatica. Nec ẽ eadẽ: quę i generib⁹ cęteris trite diezeugmenõ enarmonios: neq3 eedem sunt paranete sinẽmenon diatonos ꝛ cromatica: ꝛ trite sinẽmenon enarmonios his: que sũt i reliqs generib⁹ trite. Distant ẽt lichanos meson diatonos ꝛ licanos meson cromatice. ꝛ parbypate meson enarmonios nulli aliorũ generum parbypate similis inuenitur. Nec eosdem locos ac numeros seruant licanos bypaton diatonos ꝛ licanos bypaton cromatice. Nam par bypate bipaton enarmonios aliorũ genez parbipatis eẽ repitur dissimilis. Nõ in totũ vero imobiles aut mobiles sunt: que in duob⁹ qdẽ generib⁹ manent. i. cromatico ꝛ diatonico. S3 in enarmonio permutanł. Id aũt sic ↄsideratur. trite bypboleon. diatonos: ꝛ trite bypboleon cromatice eadẽ in supiori forma descripta est hisdem numeris. ii. dcccc vi. At vero cũ enarmoniũ gen⁹ aspicim⁹ tritẽ aliã repim⁹. i. ij. dcccccciiij. Quę igitur vox duobus fuit generibus cõis: eadẽ in tertio permutata ẽ. Idem ẽ in diezeugmenon tetracordo: Nam trite diezeugmenon diatonos ꝛ trite diezeugmenon cromatica eedem sunt: sibiq3 consentiunt: trite aũt diezeugmenon enarmonios a supiore distat. In sinẽmenis ẽt idem ẽ. Trite eni synemmenon diatonos ꝛ trite sinẽmenõ cromatice eedem sunt. S3 trite sinnemenõ enarmonios ẽ diuersa. Itẽ parbypate meson diatonos ꝛ parbypate meson cromatica eedem notanł. Sed i enarmonio genere sicut supi⁹ trite: ita hic parbipate iuxta bypatos meson qdem inueniunł: vi aũt ac soni acumine diuersę sunt cęteris. Rursus parbipate bipaton diatonos ꝛ parbipate cromatica eadem ẽ. S3 nõ eadẽ ẽ cũ in enarmonio genere querił. Sed vt harũ non plena mutabilitas clari⁹ colliquescat: ad bypboleõ tetracordũ redeamus. i hoc igitur genere in diatonico atq3 cromatico genere. trite bypboleon ẽ eadẽ: mutał in enarmonio: ꝛ fit paranete. Item quę trite diezeugmenõ in diatonico vel cromatico genere vocabał: paranete in enarmonio dr̄ quę trite sinẽmenõ i cromatico vel diatonico fuit: in enarmonio i paranetẽ transit. Quę vero parbypate meson i cromatico vel diatonico visebał: eadem licanos meson in enarmonio repitur. Que aũt parbipate bipatõ vel in diatonico vel in cromatico dicebał: licanos bipaton i enarmonio nũcupatur. Sũt igitur qdẽ imobiles. pslãbanomenos. bipate bipaton. bipate meson. mese nete sinẽmenon. paramese. nete diezeugmenõ. nete bipboleõ Mobiles vero: quas licanos: vel paranetas vel diatonicas. vel cromaticas. vel enarmonicas nominamus.

De consonantiarum speciebus. Capitulũ. 13.

Nunc de speciebus primarum consonantiarum tractandum ẽ. primę aũt cõsonãtię sunt diapason: diapente: diatessaron. Species autem est quedam positio propriam habens formam secundu3 vnũ quodq3 genus in vni⁹cuiusq3 proportionis consonantiam facientis terminis constituta: vt in diatono genere Nã si diezeugmenon tetracordũ inter hipboleon tetracordum: meseq3 ponam⁹ subtracto. f. sinẽmenon tetrachordo erunt. xv. nerui. At si ab his pslãbanomenos detrahał: erunt quatuordecim. hi ergo disponantur hoc modo. Sit a. bipate bipaton. b. parhipate bipaton. c. licanos bipatõ d. bipate meson. E. parhipate meson. f. lichanos meson. g. mese. h. paramese. i. trite diezeugmenõ. k. paranete diezeugmenon. l. nete diezeugmenon. M. trite hiperboleõ n. paranete hipboleon. o. nete hiperboleon. Ab hipate igitur ad paramesen diapason consonantia est. A mese vero ad hipatẽ meson diatessaron. ab eadem vero mese ad licanõ bipaton diapente. Erit igitur quidem diapason octo cordarum. Diatessaron vero quatuor. diapente autem quinq3. Ac per hoc habebit diatessaron quidem species tres. diapente autem spẽs quatuor. diapason vero species septem. Sempq3 vna minus species erit: qua3 fuerint voces: vt enim a mese ceteras ordinamus: diatessaron consonantię species tres sunt hoc modo. Una quidem species erit ab. g. ad. d. Secunda vero ab. f. ad. c. Tertia vero ab. e. ad. b. ꝛ huc vsq3 diatessaron species progrediuntur. Id circo quia huc vsq3 species binos cõtinet neruos. eiusdem diatessaron. vt. g. d. quidem eos qui sunt. e. f. continent. f. c. eos qui sunt. e. d. ꝛ. e. b. eos continet: qui sunt. c. d. Si vero his adiecero diatessaron. d. a. diuersa non erit ab ea quę est. g. d. vnum enim solum. g. d. consonantię neruum continebit. i. d. solum. Excessit igitur. g. d. consonantiam. atq3 ideo diatessaron tres species habere perhibetur. Et in cęteris quidem consonantiis idem est. Diapente autem erunt species quatuor hoc modo. Unã quidem est. h. ad. d. Alia vero ab eo ꝙ est. g. ad. c. Alia ab eo ꝙ est. f. ad. b. Alia autem ab eo ꝙ est. e. ad a. Diapason vero consonantię. vii. erunt species hoc modo. prima ab ea ꝙ est. o. ad. g. secunda ab eo ꝙ est. N. ad f. Tertia ab eo ꝙ est. M. ad. e. Quarta ab eo ꝙ est. l. ad. d. Quinta ab eo ꝙ est. k. ad. c. Sexta ab eo ꝙ est. i. ad. b. Septima ab eo ꝙ est. h. ad. a. liquet igitur ex his quę dicta sunt: diatessaron consonantiam semel tantum in imobilibus ac statutis vocibus contineri. Nam si ab hipate bipaton incipiam: erit. a. d. i. ab hipate hipaton in meson hipaten ea quę est in ordine prima. Nam ceterę non statutis vocibus terminantur vt. b. e. c. f. Nam et parhipate hipaton ꝛ parhipate meson: licanos hipaton ꝛ licanos meson mobiles esse monstratę sunt. Quod si rursus ab hipate meson diatessaron consonantiam inchoemus: erit species diatessaron statutis vocibus terminata. g. d. ea quę est prima. i. ab hipate meson in mesen. Reliquę minime. vt. e. h. ꝛ. f. i. Nẽ paripate meson ꝛ licãos mesõ ꝛ trite diezeugmenõ. nõ. pbał imobiles. rursus si eã dẽ diatessarõ pamese suscipiat ordiẽdã erit queq3 q̃ statutę coerceatur sonis diatessarõ spẽs. n. i. idest a paramese i nete diezeugmenõ: quę ẽ prima. Nã cęterę quę sunt. i. m. ꝛ k. n. mobilib⁹ terminanł sonis. Nã tritẽ diezeugmenõ ꝛ paranetẽ diezeugmenõ: ꝛ tritẽ bypboleon: ꝛ paranetẽ bypboleõ mobiles voces eẽ predixim⁹. itẽ diapente con

sonantia duas tm mõ spẽs tenet: que statutis vocibus includuntur. vna quidem est.d.h.idest ab hypate meson i paramesen: ea que ẽ prima. Altera vero.g.l.i.a mese in neten diezeugmenõ. hec vero ẽ quarta. Reliqueve ro.i.e.i.r.f.k.mime statutis vocib⁹ clause sunt. Nã par hypate r licane: r trite: r parancte istabiles approbantur Similis aũt rõ erit si a nete diezeugmenon in grauiorẽ ptẽ.i.ad mesen.ↄsonantię hui⁹ spẽs ↄsiderent.eisdẽ enim imobilib⁹ vocib⁹: q̃ superi⁹ dictę sunt: cõtinebunt. Siue aũt ab hypate meson: seu a mese: seu a paramese: siue ẽt a nete hypboleon consonãtias ad grauiorẽ ptem ducamus.duarũ quę statutis vocib⁹. Coerceant non poterit eẽ destructio. Diapason vero ↄsonãtię siue ab hypate hypatõ i paramesen: siue a nete hypboleõ i mesen ordo sumatur: tres tñi modo. Spẽs obtinebit quę imobilib⁹ vocib⁹ coerceantur. Nã ab hypate hypatõ ordientib⁹ vna ẽ a.h.ea quę ẽ pma.ab hypate hypatõ i paramesen. Altera.d.l.ea que ẽ quarta ab hypate meson i nete di zeugmenon. De hinc.g.o.hec septima ẽ.i.a mese i netẽ hypboleon Reliquarũ vo spẽrũ voces extimę nullo mõ imobilibus vocib⁹ cõstitutę sũt. Nã parhypate: r licane: r trite: r paranete(vt supra quoqꝫ dictũ ẽ)imobiles nõ sunt. Similiter aũt r p easdẽ voces si ab hipboleon nete ordiamur Spẽrũ ordo ↄtexit. Quorũ oium intelligentiã subiecta descriptio docet.

Stabiles	A	Hipate hipaton
Mobiles	B	Parhipate hipatõ
Mobiles	C	Lichanos hipaton
Stabiles	D	Hipate meson
Mobiles	E	Parhipate meson
Mobiles	F	Lichanos meson
Stabiles	G	Mese
Stabiles	H	Paramese
Mobiles	I	Trite diezeugmenõ
Mobiles	K	Parãete diezeug.
Stabiles	L	Nete diezeugmenõ
Mobiles	M	Trite hypboleon
Mobiles	N	Paranete hypboleõ
Stabiles	O	Nete hypboleon

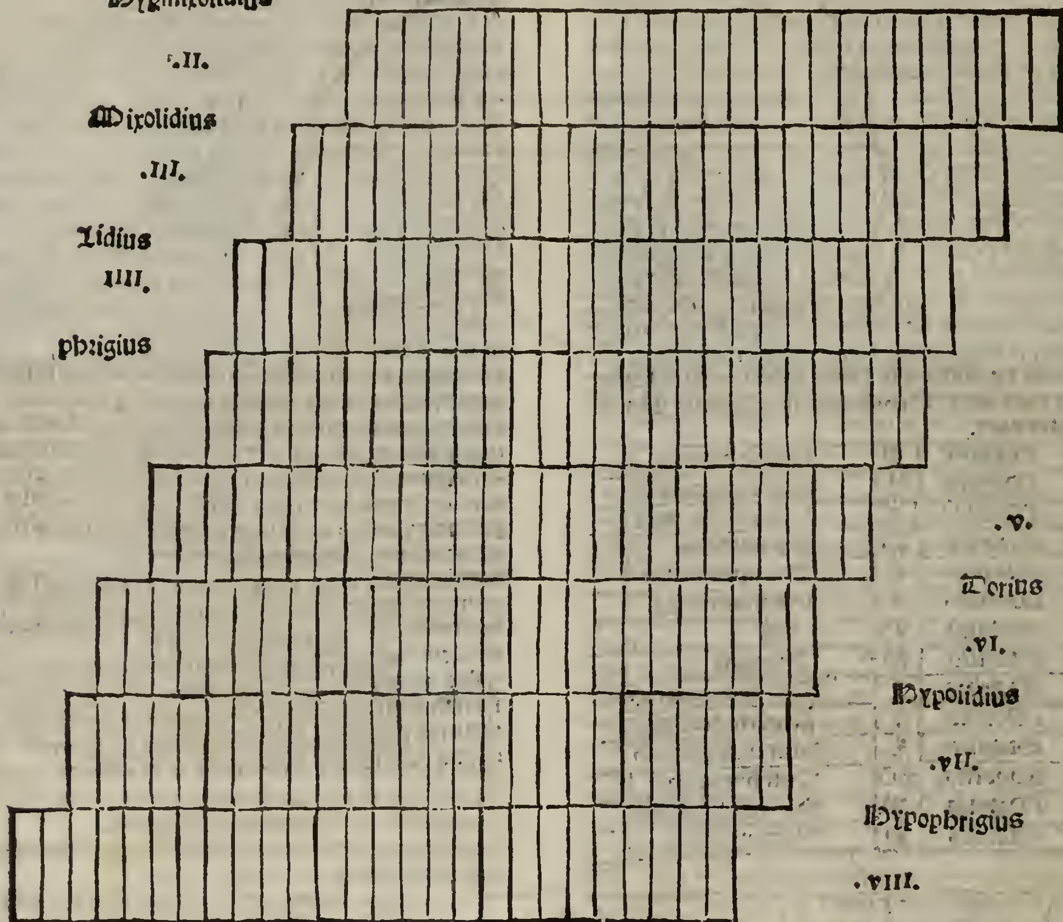
De modorũ exordijs: i quo dispositio notarũ p singulos mõs ac voces. Ca. 14.

Ex diapasõ igitur ↄsonãtię spẽb⁹ existũt q appellant modi quos eosdem tropos vel tonos nominãt. Sunt aũt tropi ↄstitutões i totis vocũ ordinib⁹ vel grauitate vel acumine differentes.cõstitutio vero ẽ plenũ veluti modulatõis corp⁹ ex cõsonãtiarũ cõiunctiõe ↄsistens: q̃le ẽ diapason vel diapente r diatessaron vel bis diapasõ. Est eni diapason ↄstitutio: a ↄslãbanomeno i meson cęteris: q̃ sũt medię: vocib⁹ annumeratis: vel a mese. Rursus i netẽ hypboleõ cũ vocib⁹ iteriectis: vel ab hypate mesõ i netẽ diezeugmenõ cũ his: quas extremę voces medias claudũt. Diapasõ r diatessarõ võ ↄstitutio ea est: quę a ↄslãbanomeno in netẽ sinẽmenõ.cũ his que medię sũt iteriectę ↄstar. Bis diapason aũt a ↄslãbanomeno i netẽ hipboleõ cũ his que in medio sũt iterpositę ↄsideraẽ. Has igiẽ ↄstitutões si qs totas faciat acutiores vel i grauı⁹ totas remittat. scdm supradictas diapason ↄsonãtię spẽs: efficiet mõs septẽ quorũ nomina sũt hec. hipodori⁹. hipofrigi⁹. hipolidi⁹ dori⁹ frigi⁹ lidi⁹. mixolidi⁹. horũ vero sic ordo pcedit. Sit i diatonico genere vocũ ordo disposit⁹ a ↄslãbanomeno in netẽ hiperboleon. atqꝫ hic sit hipodori⁹ mod⁹. Si qs ↄslãbanomenõ i acumẽ itẽdat tono: hipatẽqꝫ hipatõ eodẽ tono attenuet: ceterosqꝫ tonorũ oẽs faciat acutiores: acutior totus ordo pueniet: quã fuit pri⁹ quã toni susciperet intẽsionem. Erit igitur tota cõstitutio acutior effecta. hipofrigius modus. q si i hipofrigio toni rursus intensione voces acceperint: hypolidij modulatio nascetur. At si hipolidiũ qs semitonium intendat: dorium faciet. r in alijs quidem similis est in acumen intensionemqꝫ processus. Quorum non vt intelligentia solum rõne comprehendatur: verũ oculis quoqꝫ forma possit agnosci ab antiquis tradita musicis descriptio supponenda est. sed quoniam per singulos modos a veteribus musicis vnaqueqꝫ vox diuersis notulis insignita est: descriptio prius notularum videtur esse ponenda: vt his primum per se cognitis i modorum descriptione facilis possit eẽ despectio.

Hipmixolidius	Mixolidius	Lidius	Phrigi⁹	Dorius	Hipolidi⁹	Hipophrigius	Hipodorius	
								Proslambanomenos
								Hipate hipaton
								Parhipate hipaton
								Lichanos hipaton
								Hipate hipaton
								Parhipate meson
								Lichanos meson
								Mese
								Trite sinẽmenon
								Paranete sinẽmenon
								Nete sinẽmenon
								Paramese
								Trite diezeugmenon
								Paranete diezeugmenon
								Nete diezeugmenon
								Trite hiperboleon
								Paranete hiperboleon
								Nete hiperboleon

¶ Descriptio continens modorum ordinem ac differentias. Capitulum. 15.

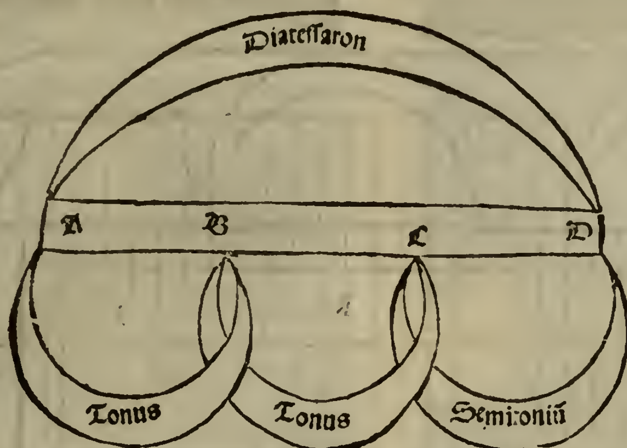
Upio: igitur descriptio cordarum noīa tenet ascripta: notulas vero iuxta positas: ꝛ que cuiusq; sit modi: siue lidij: siue phrigij: siue dorij vocabulorum signat adiectio. Sed quoniam hos modos diximus in spēbus diapason consonantię reperiri: age eosdē in diatonico tantum genere describamus: vt q eorum ordo sit: sub aspectu cadens intelligentiam nō moretur.



¶ Superiꝰ dispositę modorum descriptionis. Ca. 16.

Eptē quidē predixim⁹ esse modos: sꝫ nihil videatur incongruū: q̄ octau⁹ sup annexus ē. huius eni adiectionis rōnem paulo posteri⁹ eloquemur. Nūc illud ē considerandū: q̄ he pagi nulę: quas inter se rectus linearū ordo distinguit: alię q̄dem habēt notulas musicas: alię vero minime: velut in eo mō: qui scribitur hypmixolidius. Prima quidem panigula. ω. tertia. φ. litteris annotatur. Secūda notula vacat. in hac igitur intercapedine notularum ton⁹ inter esse mōstratur. Quod vero. φ. tertię: atq;. γ. quartę pagineę notam nō panigula diuidit. Sꝫ versus recto ordine diductus: semitoniū eas differre pronūtiat. q̄ probaꝰ hoc modo. Nam si. ω. proslambanomenos est. φ. hypate hypaton. γ. parhypate hypaton: necesse ē inter ꝓslambanomenon q̄ est. ω. ꝛ inter hypatē hypaton: q̄ ē. φ. toni esse distantiā: inter hypaten aūt hypaton q̄ ē. φ. ꝛ par hypaten hypaton: q̄ ē. γ. semitonij differentiā contineri. itaq; hoc regulariter icunctis ē ꝯsiderandū: vt si vocū notulas integra pagina disgregauerit: toni inter eas sciamus eē distantiā: Sin versus notulas: ac nō pagina distinguit: semitonij nō ignorem⁹ eē distantiaꝫ. his igitur ita p̄missis: si duo ordines in his diapason consonantia constituti sibi inuicē cōparentur. vt qui ordo sit grauior possit agnosci. si proslābanomenos ꝓslābanomeno fuerit grauior: vel quęlibet alia vox eiusdem loci voce grauior pnotetur: in eodem. s. genere constituta: totum quoq; ordinem necesse ē eē grauiorem. Tamē id melius sumetur ad mediā quę ē mese. Duorum eni ordinū his diapason ꝯsonantiū: cui⁹ mese fuerit grauior: eiusdē totus ordo quoq; grauior erit. Nā cęterę singulę singulis comparatę nihilominus grauiores inuenientur. itaq; si media ab alia media tono aut acutior videaꝰ aut grauior: omēs quoq; nerui si i eodē genere sint: singuli sibimet comparati tono acutiores aut grauiores esse videbāꝰ. Quatuor autem medijs si prima ad quartam diatessaron distantiam seruet: prima vero a secunda tono differat: secunda quoq; a ter-

tia eodem differat tono tertia ad quartam semitonij faciet differentiā hoc modo Sint.iij.medie.a.b.c.d.et.a.ei que est.d. Comparata seruet ad eam sesquitertiam proportionem: que est diatessaron. Item.a.a.b.distet tono.b.a.c.distet tono.relinquitur.ut.c.ad.d.semitonij distantiam seruet.



Et si quinque sint medie eodem modo. Si enim prima a quinta sesquialtera distet erit proportione: primaque a secunda. ac secunda a tertia: quartaque a quinta singulis distiterint tonis: tertia ad quartam semitonij faciet differētiam. Item quecunque medie aliorum modorum proslambanomenos accedunt: he grauiores modos operantur. Que netis. ille acutiores efficiunt. Quoniam igitur. In superiore pagina descriptis modis partem sinistram legentis proslambanomeni primi tenent. De tera vero legentis extremis clauditur netis: erit omnibus quidem acutior modis: qui inscribitur hypermixolidius: omnibus vero grauioris: qui hypodorius. Nos vero a grauissimo hypodorio inchoantes ceteros: quam inter se habeāt differentiam: designabimus. Namque in hypodorio modo mese que est. ω. ab ea que est in modo hypofrigio tono distabit. Quod in hoc facile perspicietur: si quis mesem hypofrigij. que est. φ. eiusdem hypofrigii. ω. Comparetur: que est hypodorij quidem mese in hypofrigio autem licanos meson. Nam. φ. atque. ω. tono differunt: quod pagina interiecta demonstrat. Item mese hypolidij ab ea que est mese hypofrigij toni differentiam facit. Namque. c. que est mese hypolidij tono distat a. φ. que est hypolidij quidem licanos meson: in hypofrigio autem mese. Item mese hypolidij que est. c. ab ea que est mese dorij semitonio distat. Quod hinc poterit agnosci quoniā ordinē sursum prodeuntem eius meses que est hypolidij: atque eum ordinem insursum prodeūtem eius meses: que est dorij: vnus versiculus: non pagina distinguit. Quo fit vt mese hypodorij ab ea mese que est dorij. integra diatessaron cōsonantia distet. idque probatur. hoc modo. Nam que est mese. ω. In hypodorio. eadem. ω. In dorio hypate meson est ab ea: que est mese: In quouis modo vel genere diatessaron consonantia differens. item mese dorij que ē ττ. ab ea mese que est phrigij. idest. M. distat tono. Nam que mese in dorio. ττ. eadem in phrigio licanos meson. Rursus mese phrigij que est. M. ab ea mese que est lidij. idest. i. distat tono. Nam que in phrigio. M. mese in lidio est licanos meson. Rursus mese lidij modi ab ea mese que est mixolidij. i. N. semitonio distat. Et enim si ordo: qui rectus lidij continet mesen: ei ordini qui rectus mixolidij mesen habet: comparatus non paginula sed versu disiungitur. Ea quoque mese que est mixolidij. N. ad eam mesen que est hypermixolidij. i. r. toni differentiā facit: idcirco quoniam. N. que in mixolidio mese est: eadem in hypmixolidio licanos meson est. Unde fit vt mese dorij ab ea mese que est mixolidij diatessaron consonātia distet. Id probatur hoc modo. Nam mese que est dorij. i. ττ. eadem ē mixolidij idest. ττ. hypate meson: que ad cuiuslibet modi mesen diatessaron consonantiam seruat. itē mese dorij. i. ττ. ad eam mesen que est hypermixolidij que est. r. diapente consonantiam seruat. Ea enim mese que ē dorij idest. ττ. In ordine hypmixolidij lichanos hypaton est. licanos aūt hypaton ad mesen in diatonico genere in quolibet modo si cōparetur: diapēte consonantia distat. cur aūt octauus modus: qui ē hypmixolidius: adiectus est: hic patet. Sit bis diapason cōsonantia hec.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P

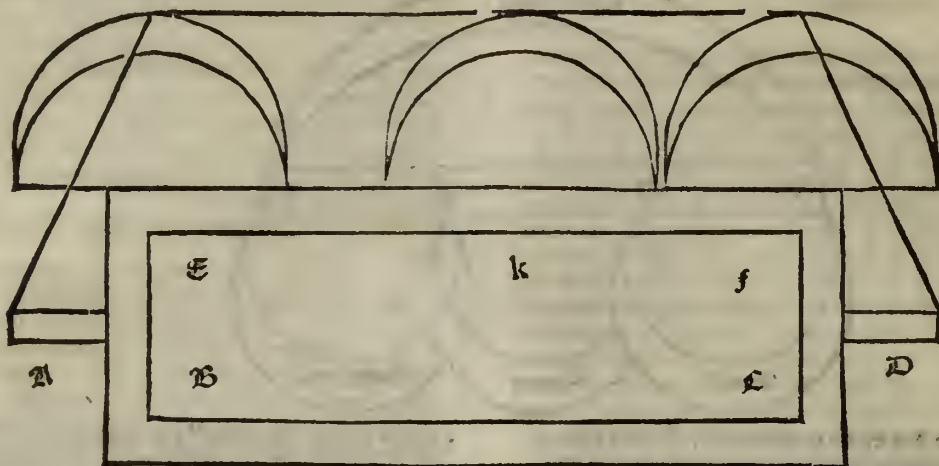
Ratio superius disposite modorum descriptionis. Capitulum. 17.

Diapason igitur consonantiam seruat. a. ad. id quod ē. h. octo enim vocibus continetur. primā igitur dicimus esse spēm diapason ea: que est. a. h. Secūdum vero. b. i. tertiam. c. k. quartam. d. l. quintā. e. m. sextā. f. n. septimā. g. o. Relinquitur igitur extra. h. p. que vt totus ordo impleatur: adiecta ē. atque hic ē octauus modus: quē ptolomeus superannexuit.

Quemadmodum indubitāter musice consonantie aure diiudicari possint. Cap. 18.

Verum indubitanter consonantiarū ratio colligatur tali breuissimo ac simplici effici poterit instrumēto. Sit igitur regula diligenter extensa. a. d. cui duo semispheria: quas magadas greci vocant: insuper apponantur: ita vt ab ea que ē. e. curuatura ad id quod est. b. deducta linea rectos circa se angulos reddat itē ab ea que est. f. curuatura ad id quod est. c. punctū deducta linea rectos circū se angulos efficiat. Sint vero he equaliter vndique perpolite: et ad eosdem vsus sint eisdem alie equales parate. Super has intendatur neruus equalis vndique is qui ē. a. e. f. d. Si igitur diatessaron consonantiā qualis sit reperire voluero: hoc modo faciā. ab. e. pūcto: quo neruus semispheriū tangit: vsque ad. f. punctū: quo rursus ab alia parte neruus semispherio iungitur: diuido spatiū quod est. e. f. septē partibus: et ad partē septimarum quartam appono punctū quod ē. k. est igitur. e. k. ad eam que ē. k. f. sesquitertia. Si igitur ad. k. equum superioribus semispherijs apposuero. atque alterutra vicissim. e. k. et. k. f. plectro adhibito pellātur: diatessaron distantia consonabit. Sin vero simul vtraque percussero: diatessaron consonantiam nosco. quod si diapēte efficere voluerimus quinque partibus totā cordam. i. spatiū. ab. e. ad. f. diuido ac tres vni portioni duas vero reliquas dabo. atque ita posito semispherio secundum superius dictū modū consonantias dissonantiasque perpēdo. item si diapasō cōsonantiā tēptare voluero: totū tribus partibus seco: atque i vnā duasque distribuēs easdē simul vel alterutrā pulsans quid consonet: vel quid dissonet vtraque cognosco

sio. Tripla vero que et permixtis consonantijs nascitur
ita redditur: vt si totam in quatuor partium diuisioni-
bus partiamus: atq; in tres ⁊ vnam tota nerui proliri-
tas diuidatur: itaq; semispherium tribus appositum tri-
ple proportionis dissonantiam ⁊ consonantiam red-
dat.



Eiusdem Boetij de Musica liber quintus.

P
Ost monocordi regularis diuisionē adijcien-
da arbitror eē ea: i quibus veteres musice do
ctores sententie diuersitate discordant: haben
dumq; de omnibus subtile iudicium: atq; id
quod proposito deest operi: mediocris doctrine disposi-
tione supplendum est. Potest enim alia quoq; esse diui-
sio: in qua non vnus tantūmodo neruus assumitur: qui
positis proportionibus diuidatur: verum octo: atq; ei⁹
modi cithara fiat: aut in pluribus: ⁊ quanti necessarij sūt
nerui: tota proportionum ratio quasi oculis subiecta cer
natur.

De vi armonice: ⁊ que sint eius instrumenta iudicij
⁊ quonam vsq; sensibus oporteat credi. Ca. I.

S
Ed de his paulo post loquemur. Nunc dicen
dum que sit vis harmonice: de qua tractare i-
stituentes .iiii. libros impleuimus. Naturam
vero eius vneq; exprimendam in huius quin-
ti voluminis seriem distulimus. Armonica est facultas
differentias acutorum ⁊ grauium sonorum sensu ac ratio
ne perpendens. Sensus enim ac ratio quasi quedam fa-
cultatis armonice instrumenta sunt. Sensus namq; con
fusum quiddam ac proxime tale: quale est illud quod sen
tit: aduertit. Ratio autem diiudicat integritatē: atq; vnas
persequitur differentias. Itaq; sensus inuenit quidē cō
fusa ac proxima veritati: Accipit vero ratione integritatē
Ratio vero ipsa quidem inuenit integritatem: accipit ve
ro sensu confusam ac proximam veri similitudinem. Nā
q; sensus nihil concipit integritatis: sed vsq; ad proxi-
mū venit. Ratio vero diudicat: velut si quis manu cir
culum scribat: fortasse eum vere circulum oculus arbitre
tur. Ratio vero nullo modo esse id q simulatur: intelli-
git: hoc vero ic circo est: quoniam sensus circa materiam
vertitur: speciesq; in ea comprehendit: que ita sunt flui
de: atq; imperfecte. neq; determinate: ⁊ vsq; ad vnguem
expolite: sicut est ipsa materia. Quare ipsum quoq; confu
sio sequitur: mentem vero atq; rationem quoniam mate
ria non moratur: Species quas peruidet: preter subiecti
cōmunionem intuetur. atq; ideo eam integritas cōmi-
tatur ac veritas. potiusq; in sensum quod peccat: aut mi
nus est: aut emendat aut complet. fortasse autē id q sen
sus non integre: sed confuse: atq; a veritate minus quasi
quidam incallidus estimator agnoscit in singulis minus
habeat errati: collecta vero multiplicantur in summam: atq;
id circo magnam faciunt differentiam. Nam si duas vo
culas tono sensus distare arbitretur: neq; distent: rursus-
q; ab vna earum tono putet distare tertiam: neq; integra
ac toni vera sit distantia. Item tertie quarteq; toni sensus
differentiam putet: atq; in eadē quoq; erret: neq; sit dif
ferentia toni. ab hac etiam quarta quintā distare semito-
niū putet: neq; vere: neq; integre estimet: in singulis for
tasse minus videatur erratum: quod vero in primo to-
no sensus reliquit: atq; id quod in secundo ⁊ tertio atq;
in quarto semitonio peccatum est: in vnum congregatū
atq; collectū efficiet: vt prima vox ad quintam vocē dia
pente non contineat consonantiam. q oportebat fieri si
tonos tres ac semitonium sensus integre iudicasset. Qd
igitur in singulis tonis min⁹ peruidebatur: id collectum
in consonantiam euidenter apparuit. atq; vt peruideat
sensum quidem confusa colligere: nullo modo autem ad
integritatem rationis ascendere: sic consideremus. Da-
te enim linee maiorem minorem ne aliam reperire nihil
est difficile sensui. proposita vero mensura: vt tanto ma
iorem: tanto ne minorem reperiat: id non faciet sensus.
Prima conceptio: sed solers rationis inuentio. vel si rur
sus datam lineam propositum sit vel duplicare: vel di-
midiam secare: id fortasse licet paulo difficilius q confu-
se maiorem minorem ne reperire: poterit tamen sensus in
uentione constitui. Si vero imperetur: vt proposite linee
tripla ponatur: vel ab ea pars tertia recidatur: vel quadru
pla constituatur: vel pars quarta resecetur: non ne impos
sibile sit sensui: nisi integritas rationis accedat: hoc ideo
quia processus quidem rationi locus accrescit: deficit
sensui. Si enim octauam partem proposite linee auferre
aliquis imperetur: vel eiusdem octuplam dare cogatur:
totius quidem sumere dimidiam compellitur: dimidie-
q; dimidiam: vt si quarta: quarteq; dimidiū: vt sit octa
ua. Rursusq; totius duplam: dupleq; duplam: vt sit q̄
drupla: quadrupleq; duplam: vt sit octupla. Itaq; in tā
ta rerum numerositate nihil efficit sensus: Cuius omne
iuditium subitum atq; in superficie positum integritatē
perfectionemq; non explicat. Idcirco non est aurium sen
sui dandum omne iudicium: sed exhibenda est etiam ra-
tio que errantem sensum regat ac temperet: qua labēs sē
sus deficiensq; veluti baculo innitatur. Nam vt singu
le artes habent instrumenta quedam: quibus partim cō
fuse aliquid informent: vt asciculum: partim vero quod
est integrum: deprehendant: vt circinum. Ita etiā armo
nica vis habet duas iudicij partes: vnam quidem huius-

modi: per quam sensus comprehendit subiectorum differentias vocum. Aliam vero: per quam ipsarum differētiarum integrum modum mensuramq; considerat.

¶ Quid sit armonica regula: vel quam intentionem armonici pythagorici: vel aristoxenus: vel ptolomeus cē dixere. Capitulum. 2.

b Uiusmodi igitur instrumentum in quo rationis adhibito modo sonorum differentię perquiruntur: vocatur armonica regula. in qua re multorum doctorum sententię discordia fuit. Quidam eni qui pythagoricis disciplinis maxime crediderunt: hanc intentionem armonice cē dicebant: vt cuncta rationi consentanea sequerentur. Sensum enim dare quedam quodam modo semina cognitionis: rationem vero perficere. Aristoxenus vero econtrario rationem q̄dē comitē ac scd̄ariam esse dicebat: cuncta vero sensus iudicio terminari: ⁊ ad eius modulationē consensumq; cē tenendum. A ptolomeo autem quodam modo alio armonice definitur intentio. ea scilicet vt nihil auribus rationiq; possit esse contrarium. Id enim secundum ptolomeum armonicus videtur intendere: vt id q̄ sensus iudicat ratio quoq; perpendat: ⁊ ita ratio proportiones inueniat vt ne sensus reclamet: duorumq; horum concordia omis armonice intentio misceatur. Atq; in eo maxime aristoxenum ac pythagoricos reprehendit: quod aristoxenus nihil rationi: Sed tantum sensibus credit: pythagoricos autem: quod minimum sensibus: plurimum tamen proportionibus rationis inuigilent.

¶ In quo aristoxenus vel pythagorici vel ptolomeum grauitatem atq; acumē constare posuerunt. Ca. 3.

q Uoniam vero sonum omnes esse consentiunt aeris percussionem: grauitatis atq; acuminis differentiam diuersa ratione ponebant aristoxenum secuti: ⁊ pythagorici. Aristoxenus q̄ppe sonorum differentias secundum grauitatem atq; acumen arbitratur in qualitate consistere pythagorici vero in quantitate ponebant. Ptolomeus autē pitagoricis propior videtur. Idcirco quoniam ipse quoq; grauitatem atq; acumen non in qualitate putat: sed in quantitate constitui. Et enim spissiora ac subtiliora corpora acumen: rariora ⁊ vastiora edere grauitatem: vt nihil nunc de intensionis relaxationisq; modo dicatur. Quamq̄ etiam cum relaxatur aliquid quasi fit rarius atq; crassius Cum vero intenditur: spissius redditur: subtiliusq; tenuatur.

¶ De sonorum differentiis ptolomei sententia. Capitulum. 4.

h Is igitur ita expeditis differentias sonorum ptolomeus diuidit hoc modo. Uocum alie sunt vnisone: alie minime. vnisone sūt: quarū vnus sonus ē vel in graui vel in acuto. Non vnisone vero: quando alia est grauior: alia acutior. Harum partim ita sunt: vt earum inter se differentia cōmuni fine iungatur. Non enim discreta est: sed a graui ī acutum ita ducitur: vt continua videatur. Alię vero sunt nō vnisone: quarum differentia silentio interueniente distinguitur: vt vero voces cōmuni fine iungātur: fit hoc modo. Sicut enim cum in nubibus arcus aspicitur: ita colores sibimet sunt proximi: vt non sit certus finis: cum alter ab altero disgregetur. Sed ita verbi gratia a rubro discedit ad pallidum: vt per continuam mutationem in sequentem vertatur colorem nullo medio certoq; interueniente: qui vtrosq; distinguat: ita etiam fieri solet in vocibus: vt si quis percutiat neruum eumq; dū percutit torqueat: euenit: vt in principio pulsus grauior sit: dū torquetur vero vox illa tenuetur: continuiq; fiant grauis vocis sonitus ⁊ acute.

¶ Que voces armonię sunt apte. Ca. 5.

c Um igitur non vnisonarum vocū alie sint cōtinue: alie disgregate: Continue quidem tales sunt: vt inter se earum differentia cōmuni fine iungatur: nec habeat locum designatū vox acuta grauisq;: quem teneant. Discrete vero habent proprios locos: veluti colores impermixti quorum differentia visitur suo quodam loco constituta. Continue quidē nō vnisone voces ab armonica facultate separantur. Sunt enim sibi ipsis dissimiles: nec vnum aliquid personantes. Discrete vero voces armonice subiiciuntur arti. Potest enim distantium sibiq; dissimilium vocū differentia deprehendi. in quibus quę iuncte efficere melos possint. ἐμμελεῖσ dicuntur. ἐκμελεῖσ. aūt quibus iunctis effici non potest.

¶ Quem numerum proportionum pythagorici statuunt. Capitulum. 6.

c Onsonę aūt vocantur: quę copulate mixtos suauesq; efficiunt sonos. Dissonę vero q̄ minime. Et hoc q̄dem est ptolomei de sonorum differentia iudicium. Nunc autem quid a cęteris musicis in consonantiarum positione distulerit: dicendum videtur: pythagorici enim consonantias diapente ac diatessaron simplices arbitrantur: atq; ex his vnā diapason consonantiam iungunt. Esse etiā diapente ac diapason: ⁊ bis diapason: Illam triplicis hanc quadrupli. Diapason vero ac diatessaron consonantiam esse nō estimant: idcirco qm̄ non in superparticulari vel multiplici cadit comparatione: Sed in multiplici supparticēte. Est enim hęc proportio vocum: vt octo ad. iij. si quis enim horum in medio quatuor ponat efficit termios hos. viij. iiij. iii. Quorum octo ad. iiii. diapason efficiunt consonātiam. iiij. ad. iij. diatessaron octo vero ad. iij. in multiplici superpartiente constituitur. Quę aūt sit multiplex superpartiens comparatio: ex arithmeticis libris cognoscēdū est: ⁊ et his que secundo huius institutionis libro digessimus. Pythagorici aūt consonantias in multiplicibus ac superparticularibus ponunt: sicut in eodem libro secūdo: quartoq; predictum est. A superpartientibus vero ac multiplicibus superpartientibus consonantiam separant. Quibus autem modis diapason quidē dupli diatessaron vero sesquitertio: ac diapente sesqualtero iungūt pythagorici: ex secundo huius institutionis musicę libro ⁊ quarto petendum est.

¶ Quod reprehendat ptolomeus pythagoricos ī numero proportionum. Capitulum. 7.

r Eprehendit autem pythagoricos ptolomeus totamq; eā quam predictis libris exposuimus demonstrationem pluribus modis. in quo totum illud etiam quod diatessaron ac diapente sesqualtero ⁊ sesquitertio coniungunt. in reliquis vero superparticularibus cum eiusdē sint generis: nullas omnino applicent consonantias.

¶ Demonstratio secūdum ptolomeum diapason ⁊ diatessaron consonantię. Ca. 8.

p Robat aūt ex diatessaron ⁊ diapason quādam fieri simphoniā hoc modo. Quoniam enim diapason consonantia talem vocis efficit coniunctionem: vt vnus atq; idē neruus esse videatur. Idq; pythagorici quoq; cōsētiunt. Quo circa si qua ei consonantia fuerit addita: integra inuiolataq; seruātur. Ita enim diapason consonantię additur tanq̄ vni neruo. Sit igitur diapason consonantia: quę contineatur inter hypaton meson ⁊ netē diezeugmenon. Utraq; hec ita sibi consentit: atq; coniungitur sono: vt vna vox quasi vnius nerui: non quasi duorum mixta pellat auditum Quācūq; igitur huic diapason consonantię consonantiam iunxerimus: seruatur integra: quia ita iūgitur tanq̄ vni voculę ac neruo. Si igitur hypate meson ⁊ nete diezeugmenon due in acutū diatessaron fuerint iuncte: si cōiungitur nete quidem diezeugmenon ea que est nete hy-

perboleon: hypate autem meson ea que est mese: vtraqȝ ad vtraqȝ consonabit. ⁊ mese ad netē diezeugmenō: ⁊ eadem mese ad hypatē meson. Item nete hyperboleon ad netē diezeugmenon ⁊ ad hypatē meson. Item si ad grauiorem partem vtriusqȝ diatessaron consonantie relaxentur: erit ad meses quidem hypaton diatessaron retinens cōsonantiā hypate hypaton: ad netē autem diezeugmenō paramese. Consonabitqȝ ⁊ hypate hypaton ad hypaten meson. ⁊ ad neten diezeugmenon. ad paramesen nete diezeugmenon: ⁊ ad hypatē meson: Sed eo modo vt grauior que est: ad sibi quidem proximam diatessaron retineat consonantiam: ad vlteriorem vero diatessaron ac diapason: vt hypate hypaton ad hypaten meson diatessarō ad netē diezeugmenon diatessaron ac diapason. Itē nete hyperboleon que est acutior: ad sibi proximam netē diezeugmenon diatessaron consonantiam: ad hypaten mesō diatessaron ac diapason.

¶ Que sit proprietas diapason consonantie. Capitulum. 9.

h oc vero id circo euenire contendit: quōd diapason pene vna vocula est: talisqȝ consonantia vt vnum quodammodo effingat sonum: ⁊ sicut denario numero qui fuerit additus intra eum posit⁹ integer inuiolatusqȝ seruatur: cum in ceteris ad ita minime eueniat: ita etiam in hac consonantia. Nam si duo tribus adijcias: quinqȝ continuo reddis: ⁊ numeri species imutata est. Si vero eosdem denario addas: duodecīȝ feceris: ⁊ binarius iunctus denario conseruatus est. Item ternarius ceteriqȝ eodem mō. Ita igitur simphonia diapason quācūqȝ aliam susceperit ꝯsonantiam: seruat nec imutat: nec ex consona dissonā reddit. Nam sicut diapente simphonia iuncta diapason consonantie in tripla. s. proportione diapason ac diapente consonantiam seruat: ita etiam diatessaron cum sit consonantia iuncta cum diapason: aliam consonantiam reddit: ⁊ fit secūdum ptolomeum alteri⁹ consonantie additio: eiusqȝ est diapason ac diatessaron in multiplici super partiente constituta. Estqȝ ea proportio dupla superbipartiens: vt octo ad tres. habent enim ternarium octo bis: duasqȝ eius partes idest duas vnitates.

¶ Quibus modis ptolomeus consonantias statuat. Capitulum. 10.

e t de pythagoricorum quidem opinione ptolomeus ita diiudicat. Quib⁹ vero modis ipse ꝯsonantiarum proportiones numerosqȝ vestiget: hinc ordiendum est. voces inquit inter se vel vnisone sunt: vel non vnisone. Non vnisonarum autem vocum alie quidem sunt equisone: alie emmelis: alie dissone: alie ecmelis. Et vnisone quidem sunt: que vnum atqȝ eundem sigillatim pulse reddunt sonuȝ. Equisone vero: que simul pulse vnum ex duobus atqȝ simplicem quodammodo efficiunt sonum: vt est diapason ea que duplicata: que est bis diapason. Consone autē sunt que compositum permixtumqȝ suauem tamen efficiunt sonum: vt diapente ac diatessaron. Emmelis autem sunt quecūqȝ quidem consone non sunt: possunt aptari tamen recte ad melos: vt sunt he que consonantias iungunt. Dissone vero sunt: que non permiscent sonos: atqȝ insuauiter feriunt sensum. Ecmelis vero que non recipiūtur in consonantiarum coniunctione: de quibus paulo posterius in diuisione tetracordorum dicemus. Quoniā igitur vnisone quidem comparationibus proxime sunt equisone: necessarie est vt equis numeris ea numerorum inequalitas adiungatur: que est proxima equis. Est aūt iuxta equalitatem numerorum ea que est dupla. Nam ⁊ prima multiplicitatis species est: ⁊ maior numerus cuȝ minorem numerum superuenit: euȝ equo ipsi minori trāscendit: vt duo vnum vno transgrediuntur: qui eidē vnitati equalis est. iure igitur duplex proportio equisonis aptatur. i. diapason. Bis diapason vero bis dupli. i. quadruplo. que autem proportiones diuidunt duplicē proportionem prime ac maxime: bis aptande sunt consonantijs que diuidunt diapason equisonantiam. vnde fit: vt diapente quidem sesqualtere: diatessaron vero sesquitertie comparationi copulentur. Iuncte vero consonantie cum equisonis alias efficiunt consonantias: vt diapente ac diapason in triplo: diatessaron ac diapason in ea proportione que est octo ad tres. Emmelis autem sunt: que diapente ac diatessaron diuidunt: vt tonus cetereqȝ proportiones: de quibus paulo posterius in diuisione tetracordorum loquemur: simplices earuȝ scilicȝ partes.

¶ Que sunt equisone: que consone: que emmelis. Capitulum. 11.

i gitur equisone quidem sunt diapason ac bis diapason: quoniam earum temperamento mixturaqȝ vnus atqȝ simplex quodammodo efficitur sonus. Consonantie autem sunt prime quidē in superparticularibus sesqualtera ⁊ sesquitertia. i. diapente ac diatessaron. Et diapason ac diapente ⁊ diapason ac diatessaron he sunt composite atqȝ coniuncte ex equisonis ⁊ consonantibus. Emmelis autem reliqui: Qui inter has poni possunt: vt inter diatessarō ac diapente differentia tonus. iunguntur qȝ quodammodo equisone quidem ex consonantibus: vt diapason ex diatessaron ⁊ diapente: consonantie autem ex his: qui emmelis soni vocantur: vt eadem diapente ⁊ diatessaron tonis ceterisqȝ dicendis posterius proportionibus. Sed quomodo quidem horum omnium proportio colligi possit: ex eo loco sumendum est: quem quarto volumine in fine descripsimus: vbi numerus super semisperia tendebatur. Ibi enīȝ deprehenditur equisonantia diapason ac bis diapason: ⁊ cōsonantie simplices diapente ac diatessaron: ⁊ consonantie composite diapason ac diapente: ⁊ diapason ac diatessarō ⁊ qui sunt emmelis soni: vt in toni differentia consistentes.

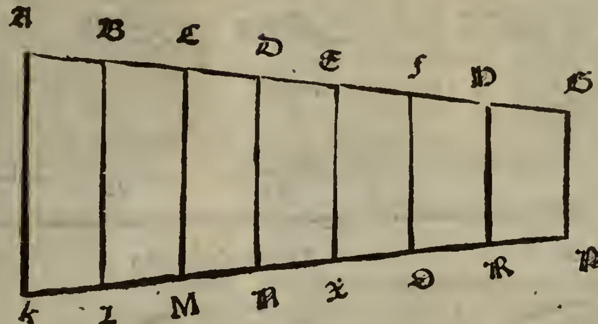
¶ Quemadmodum aristoxenus interualla consideret. Capitulum. 12.

q uid vero de his aristoxenus sentiat: breuiter aperiendum est. Ille enim quoniam minime tractatum rationi constituit. Sed aurium iudicio permittit: Idcirco voces ipsas nullis numeris notat: vt earum colligat proportiones: Sed earuȝ in medio differentiam sumit: vt speculationem nō in ipsis vocibus. Sed in eo quod inter se differunt: collocet: nimis improuide: qui differentiam se scire arbitretur earuȝ vocum: quarum magnitudinem nullam: mensuram ve constituat. hic igitur ⁊ diatessaron ꝯsonantiam duorum tonorum ac semitonij esse proponit: ⁊ diapente trium tonorum ac semitonij: ⁊ diapason sex tonorum: quod fieri non posse superioribus voluminibus demonstratum est.

¶ Descriptio octocordi: qua ostenditur diapason ꝯsonantiā minorē eē sex tonis. Capitulum. 13.

d ocet autem ptolomeus per cuiusdam octocordi diuisionem diapason intra sex tonos cadere hoc modo. Intendantur enim octocorde. .i.a.b.c.d.e.f.g.h. fiatqȝ sesquioctaua. a.k. ei⁹ que est. b.l. ⁊. b.l. eius que est. c.m. ⁊. c.m. eius que est. d.n. ⁊. d.n. eius que est. e.x. ⁊. e.x. eius: que est. f.o. ⁊. f.o. eius que est. g.p. Erunt igitur sex toni. Rursus inter f.o. ⁊. g.p. h. ducatur medius neruus ad. R. Erit igitur a.k. dupla ab eo quod est. h. R. pulse igitur simul. a. k. h. R. diapason equisonantiam consonabunt. Si vero aliquis. g.p. percutiat: semper erit paulo acutior: quam

est.h.R. Ne per hoc transcendunt sex toni diapason consonantiam. Si enim.a.k.&.g.p. diapason pulsati resonarent: tonorum sex esset diapason consonantia: Si vero his non consonantibus.a.k.&.h.R. diapason consonarent: &.h.R.acutior esset quam.g.p. diapason consonantia sex tonos excederet. Nunc vero quia consonantibus.a.k.&.h.r.ab ea que est.g.p.grauior inuenit: non potest dubitari:quin sex toni diapason consonantiam excedant. Atq; ita sensu quoq; potest colligi diapason consonantiam inter sex tonos cadere. Sic igitur aristoxeni error sine dubitatione conuincitur.

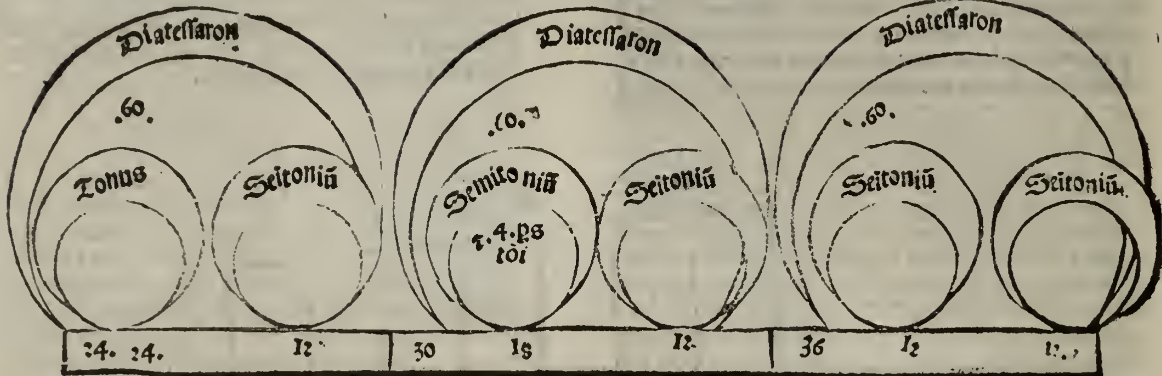


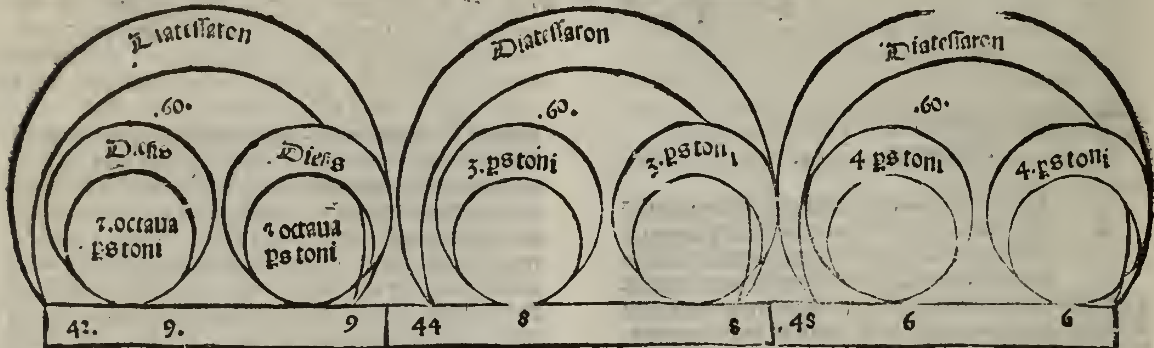
C Diatessaron consonantiam tetracordo contineri. Capitulum. 14.

n Unc de tetracordorum diuisione dicendum est. Et enim diatessaron consonantia quatuor efficitur neruis. Idcirco etiam diatessaron nuncupatur: vt igitur duobus neruis altrinsecus positis ad diatessaron simphoniam consonantibus tetracordum fiat: duos necessarie est statui in medio neruos: qui ad se inuicem: atq; ad extremos tres proportiones efficiant.

C Quomodo aristoxenus vel tonum diuidat: vel genera: eiusq; diuisionis dispositio. Ca. 15.

h Oc igitur diatessaron aristoxenus per genera tali ratione partitur. Diuidit enim tonum in duas partes: atq; id semitonium vocat. Diuidit in tres: cuius tertiam diesin vocat cromatis mollis Diuidit in.iiij.cuius quartam cum propria medietate.i.cum octaua totius toni appellat diesin cromatis hemiolij. Rursus solam quartam eius vocat diesin enarmonios: Cum igitur hec ita sint: cumq; generum diuisio secundum eum sit duplex: vnum quidem genus est mollius. Aliud vero incitatus. Et mollius quidem est enarmonium. incitatius vero diatonicum. Inter hec vero consistit cromaticum incitatione mollitieq; participans. fiunt igitur secundum hunc ordinem differentie permixtorum generum sex. Una quidem enarmonij.iij.autem cromatici.i. cromatici mollis. & cromatici hemiolij: & chromatici toniaci. Due vero reliquae diatonici mollis atq; incitati. Quorum omnium talis secundum aristoxenum diuisio est. Quoniam enim quarta pars toni diesis enarmonios nuncupari predicta est: quoniamq; aristoxenus non voces ipsas inter se comparat: sed differentiam vocum interuallumq; metitur: & secundum eum tonus est duodecim vnitatum: huius erit igitur pars quarta diesis enarmonios tres. Quoniam vero ex duobus tonis ac semitonio diatessaron consonantia iungitur: erit tota diatessaron ex bis duodecim ac sex vnitatibus constituta. Sed quoniam sepe fit: vt si vsq; ad octauas velimus deducere partes: non in integros numeros. Sed in aliquas particulas incurramus: iccirco quidem facienda est tota diatessaron consonantia.lx. At vero.xxiiii.tonus. Semitonium duodecim. pars quarta: que diesis enarmonios dicitur: sex. octaua autem tres. iuncta vero octaua cum quarta. sex scilicet cum tribus: vt faciat diesin cromatis emiolij: erunt nouem. His igitur ita constitutis tria genera enarmonicum: cromaticum: diatonicum: has aristoxeno videntur habere proprietates: vt alia eorum dicantur spissa: alia minime. Spissa sunt: quorum due grauiores proportiones. Unam eam: que ad acutum apposita est magnitudine non vincunt. Non spissa vero: quorum due proportiones vnam reliquam poterunt superare. est autem enarmonium & cromaticum spissum: diatonicum vero non spissum. Itaq; enarmonium secundum aristoxenum diuiditur.vi.vi.xlviii.vt inter grauem neruum: ac prope grauem sit quarta pars toni: que dicitur diesis enarmonios. cum sit tonus.xxiiii.vnitatibus constitutus. Item secundum interuallum a graui neruo ad tertium sit eadem quarta pars toni. Reliqui vero qui restant ex sexaginta qui totius proportionis sunt inter tertium a graui neruo atq; acutissimum quartum ponuntur.xlviii.& due proportiones ad grauem posite.i.vi.ac.vi. vnam reliquam ad acutum locatam.i.xlviii.non vincunt. Cromatis vero mollis hanc facit diuisionem.viii.viii.xliiii. vt octo atq; octo sint tertie partes tonorum: est enim tonus (vt dictum est).xxiiii.vnitatum: & dicitur toni pars tertia diesis cromatis mollis. Item cromatis hemiolij diatessaron ita partitur.viiii.viiij.xlii. Est autem diesis cromatis hemiolij pars octaua toni cum. Quarta.i.ex.xxiiij: sex cum tribus. Item cromatis toniaci. Talis secundum aristoxenum partitio est.xii.xii.xxxvi. Scilicet vt in duobus interuallis singula semitonia constituat: & quod reliquum est in vltimo. Atq; in his omnibus due proportiones: que grauiori neruo sunt proxime: reliquam: que ad acutum posita est: magnitudine minime superant. Sunt enim (vt dictum est) spissorum generum. Spissa quippe genera sunt enarmonium atq; cromaticum. Diatonica vero diuisio ipsa quoq; est duplex. Et mollis quidem diatonici diuisio est hoc modo.xii.xviii.xxx. vt duodecim semitonium sit: decem & octo semitonium & quarta pars toni.xxxii. vero quod reliquum est. Quorum decem & octo & duodecim efficiunt triginta: nec superantur ab ea parte que reliqua est. Item diatonici incitati talis partitio est. vt semitonium ac duos habeat integros tonos.i.xii.xxiiii.xxiiii.ex quibus.xxiiii.&.xii.i.xxxvi. non superantur a reliqua parte que ad acutum est. Sed potius vincunt. Est igitur secundum aristoxenum tetracordorum predicta partitio: que subiecta descriptione monstrabitur.

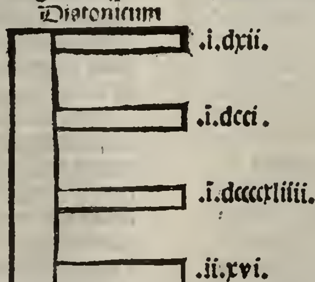


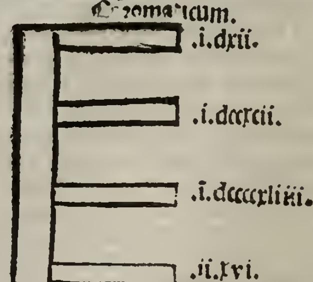


℃ Quomodo archítas tetracorda diuidat eorumqꝫ descriptio. Capitulum. 16.

a Rchitas vero cuncta in rõne constituens nõ mõ sensum auriū i primis consonantijs obseruare neglexit: verum ēt maxime in tetracordorum diuisione rõnem secutus est. Sed ita: vt neqꝫ eā quam querebat efficaciter expediret: neqꝫ sēsui proposita ab eo rõ consentiret. Ille enim tria esse genera arbitrat: enarmonium. diatonicum. cromaticum. In quibus eosdē grauissimos statuit atqꝫ acutissimos sonos. in oib⁹ qdē generibus grauissimos sonos faciens .ij.xvi acutissimos vo. M .dxij. inter hos in trib⁹ generib⁹ neruum grauissimo proximū collocat eū. s. q fit .i.dccccxliiij. vt ad eum .ii.xvi. sesquiuicesimam septimam obtineant proportionem. Post hec vero infra acutū neruuꝫ. Tertium vero a grauissimo eū collocat in enarmonio genere: q fit .i.dcccxc. ad quem .i.dccccxliiij. sesquitricesimaquinta proportione iungantur. Idemqꝫ .i.dcccxc. ad acutissimū .i.M .dxij. In sesquiquarta proportione sit constitut⁹ Item in diatonico genere tertium quidē a grauissimo neruo: scōm vero ab acutissimo eum ponit: qui fit .i.dcci. ad quos .i.dccccxliiij. sesquiseptima proportione coniuncti sunt. Ipsi autem .i.dcci. ad acutissimū .i.dxii. sesquioctaua. in cromatico vero genere tertium a grauissimo: ⁊ secūdum ab acutissimo enim ponit: qui ad .i.dcci. qui est tertius a grauissimo in diatonico genere: eā obtineat pportionem: quā obtinet .cclvi. ad .ccxliii. hic autem ē .i.dccxcii. q est secundus ab acutissimo appositus: habetqꝫ pportionem. Secundus ab acutissimo in diatonico genere .i.i.dcci. ad secundum ab acutissimo in chromatico genere idest .i.dccxcii. eam quā habent .ccxliii. ad .cclvi. eorūqꝫ tetracordorum secūdum archite sententiam diuisorū formam monstrat subiecta descriptio.







℃ Quemadmodum ptolomeus ⁊ aristoxeni ⁊ archite tetracordorum diuisiones reprehendat. Ca. 17.

s Ed vtrasqꝫ tetracordorum diuisiones ptolomeus ita reprehendit. Architam quidem primo: quoniam secundus ab acutissimo neru⁹ in cromatico genere idest .i.dccxcii. ita est collocatus: vt nec ad acutissimum .i.dxii. nec ad proximum grauiori .i.dccccxliiii. vllam superparticularem efficiat proportionē cum architas tantam superparticularibus comparationibus habuit dignitatem: vt eas etiam inconsonantiaruꝫ ratione susceperit. De hinc q primam a grauissimo pro

portionem in cromatico quidem maiorem sensus deprehendat: quam fecit archytas. hic nanque in cromatico genere. i. d cccclxiiii. ad. ii. xvi. distare fecit sesquiuicesimam se primam proportionem: cum secundum consuetam cromatici generis modulationem sesquiuicesima prima esse debuerit. Item enarmonium genus ea proportio: quam primam a grauissimo secundum archite retinet diuisionem talis est: vt longe minor esse debeat: quam in ceteris generibus inuenitur. hic autem equam eam ceteris generibus statuit: dum primas a graui proportiones in trib⁹ generibus sesquiuicesimas septimas ponit. Aristoxenum vero culpat: quoniam in cromate molli et cromate hemiolio tales posuerit primas secundasque a graui neruo proportiones: que a se a minimo et quantum sensus non possit internoscere: distarent. Est quippe proportio prima in cromatis mollis diuisione secundum aristoxenum octo. at in cromate hemiolio nouem. Sed octo ad nouem vnitatis differentia distant. Est autem tonus totus. xxiiii. vnitatibus secundum positionem: quorum vnitas. xxiiii. est. Prime igitur a graui inter se proportiones cromatis mollis: et cromatis hemiolij. xxiiij. parte toni distant: quod propter breuitatem differentie nullo modo sentit audit⁹. Idem etiam aristoxenum reprehendit: cur diatonici generis duas tantum fecerit diuisiones. vt in molle incitatumque diuideret: cum possint alie quoque diatonici generis species inueniri.

¶ Quemadmodum ptolomeus tetracordorum diuisionem fieri dicat oportere. Ca. 18.

Ptolomeus tetracorda diuersa ratione partit illud in principio statuens: vt inter duos altrinsecus sonos tales vocule aptentur: que se superparticularibus proportionibus excedant inequalibus: tamen: quoniam superparticularis proportio non potest inequa diuidi. Dehinc vt omnis comparatio: que fit ad eum neruum qui est grauissimus in tribus: minor sit ceteris: que acutis vocibus coniungunt. Sed in his ea que spissa nominamus talia esse debent: vt due proportiones: que grauitati sunt proxime: minores sint ea proportione: que relinquitur ad acutum. in non spissis vero vt in diatonicis generibus nusquam vna.

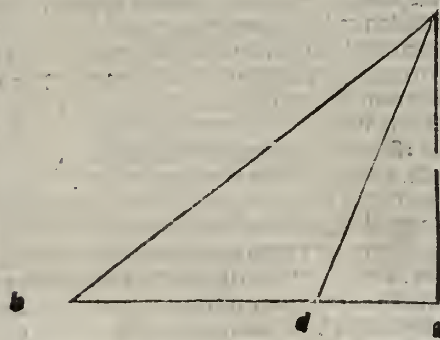
¶ Nicolaus Judecus Venetus: Donato Ciualdello viro Rectorio. S.

Recognoscens superiorib⁹ diebus Donate Musarum cultor elegantissime quosdam diui Boetij de Geometria libros consulto Euclidis greco exemplari: Cui⁹ ille complusculа Theoremata ad verbum latina fecit: animaduerti eminentissimum geometram euclidem a nostris et mendose ad modum legi: et (vt mea quidem fert opinio) non satis recte exponi. Sed prius illud fere traductoris culpa accidisse videtur. Is enim: quicunque tandem fuerit: e barbara lingua greca volumina transferens semilatina reddidit. Nam vocabula quedam ita: vt iacent: barbara dimittit: cum tamen latini sua habeant et quidem optima ac probatissima. Quam enim quadrilateram figuram. Rhombum et greci et nostri appellant: ille verbo quodam (vt ita dicam) exotico helmuaim vocat: et huic affinem: quam greci Rhomboiden dicunt: Similem helmuaim. Sunt et alie quedam quadrilatere figure: quas greci trapezia: nostri Mensulas nominant. Has noster hic interpres latini atque greci vocabuli pereque ignarus Helmuarifas dicere non veretur. Sed sint sane hec leuia et non multa animaduersione digna. Illud certe (ni fallor) defendi nulla excusatione potest: quod rerum definitiones: quibus vt principijs totius scientie vtimur: et confundendo falsas facit: et quas Euclides minime somniauit in earum locum: que illius erant: temerario quodam ausu supponit. Nam statim in initio operis lineam huiusce modi definitionis termino claudit. Linea est longitudo sine latitudine: cuius quidem extremitates sunt duo puncta. Hec vero finitio ei linee accomodari minime potest: quam peripheriam greci nominant: cum illa extremis nullis finiatur. Quanquam quidam ex recentioribus falsa translatione decepti hanc tanquam Euclidis veram definitionem defendere conantur: dicentes peripheriam quidem extremis et finibus actu carere: aptitudine vero (vt eorum vtar vocabulo) fines et terminos agnoscere. Quod ridiculum est: Siquidem eodem exemplo lineam ipse definiam longitudinem citra latitudinem: que quidem extremis careat. quod si reclamabis: et lineam obijcies rectam finitam: Respondebo eam finibus habilitate potentiaque vocare: quamuis actu non vacet. Quamobrem aut vtraque definitio recipienda est: quo nihil potest esse absurdius: aut vtraque reijcienda. Quod rectissim a ratione fieri constabit: si quis animaduertat: quam incuriose egregius iste interpres duas rerum longe aliarum definitiones in vnam quasi formam coniunxerit: atque ad vnam tantum rem definiendam assumpserit. Nam Euclides cum lineam definiuisset longitudinem citra latitudinem: essent quod et lineis quedam finite et terminate: Mox declarauit: qui essent linee fines et termini inquiens. Linee vero extrema puncta sunt. At hic noster tam lepide traductionis auctor ex duarum definitionum permixtione confusioneque vnum quasi corpus definitionis collegit: ac soli linee congruere aptarique posse putauit. Ad plenam igitur linee definitionem nihil aliud corrogandum est preter id: quod dictum est lineam longitudinem esse citra latitudinem. Sic enim circumcurrentes lineas rectas: et flexuosas complectitur: item finitas pariter atque infinitas. Ex quibus quidem infinitas lineas prior nobis iam infirmata definitio manifestissime non recipiebat. Age ostendamus nunc: etiam Euclidis definitiones ab hoc nostro interprete (vt est in omnibus eque diligentissimus) pretermitti quandoque: et alias quasdam pro illis adhiberi. in quo quidem non multum inquirendo laborabimus. Nam statim post dictas

descriptiones lineam rectam bis verbis definit. Linea recta est ab vno puncto ad alium breuissima extensio in extremitates suas vtrūq; eorum recipiens. Non ita Euclides: Sed definitionem vniuersam breuissime colligit in hunc modum. Recta linea est: quę ex ęquo sua puncta interiacet. Non secus in definitione planę superficiei aberrat. Nam cum Euclides sic definiat. Plana superficies est: quę ex ęquo suas lineas interiacet. Ille quādam longe aliam cōmentus est definitionem hoc modo. Plana superficies ē ab vna linea ad aliam extensio in extremitates suas recipiens. Sed hęc atq; alia huiuscemodi plura partim inscite & indocte translata: partim etiam immutata & inuersa: Si vtrūq; diligenter legere aliquando tibi contigerit: per te ipse facillime deprehendes. Nūc quę in expositore Campano in primum elementorum librum notaui: explicare tibi aggredior. In qua quidem re ab oībus viris doctis: quibus hęc nostra legere ocium erit: petitum impetratumq; esse velim: ne eos viri auctoritas magis moueat: q̄ ratio ipsa & veritas. Leguntur itaq; (vt ad rem ipsam iam veniam) apud Euclidē in primo elemētorum libro duo Theoremata: quorum alterum reciprocat: atq; recurrit ad alterum. Ambo vero deductione ad incōmodum a Campano demonstrata sunt. Sed vt qd ordiar: planius intelligas: accipe primum Theoremata ipsa cum eorum deductionibus ita: vt illa legit: atq; astruit Campanus: Deīde quid fortasse peccauerit ille: quid q; nos sentiamus: breuiter audies. Theoremata igitur hęc sunt.

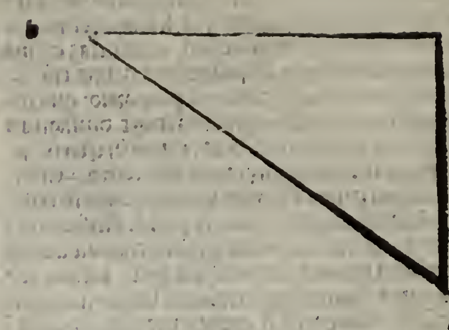
Omnis trianguli longius latus maiori angulo oppositum est.

It vt triāgulo.a.b.c.angulus.a. sit maior angulo.c. Dico: q latus.c.b.maius erit latere.a.b. Si enim sit ęquale: erit per.5. angulus.a. ęqualis angulo.c. Quod est contra hypothesim. Si autem.a.b. sit maius: resecetur ad ęqualitatem.c.b.per.3. Sit q;.d.b.ęquale.c.b.erit ergo per.5.angulus.d.c.b.ęqualis angulo.b.d.c. Sed.b.d.c.est maior angulo.b.a.c.per 16. Ergo.b.c.d.est maior.b.a.c. Quare multo fortius maior.a.c.b.pars toto. Quod est impossibile.



Omnis Trianguli: maiori angulo longius latus oppositum est.

It vt in triangulo.a.b.c.latus.b.c.sit maius latere.a.b. Dico: q angulus.a.erit maior angulo.c. & est conuersa pręcedentis. Si enim sit ęqualis: tunc per.6.latus.a.b. est ęquale lateri.b.c. Quod est contra hypothesim. Si autem.c.sit maior: tunc per pręcedentem latus.a.b.est maius latere.b.c. Quod est contra hypothesim. Quare astruitur propositum.

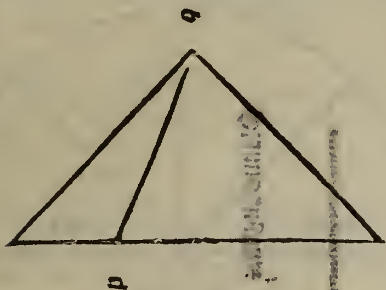


Sic campanus. Sed vt in quo nobis minus recte se habuisse videat: facilius percipias: pauca quędā ex dialectica facultate partim pręnotare: partim intermiscere oportet. Sūt igitur in oī quęstione (vt philopono in postremis Analyticis placet) duo: quorum alterū datū est: quęsitum alterum: vt si positū in quęstione fuerit: An cęlum rotundū sit: cęlum datum est: sed an rotundum sit quęritur. At campanus proposita Theoremata in datū atq; quęsitum nequaq̄ recte soluisse videtur. Nā in priore Theoremate maiorem angulum sibi dari postulat: & subinde quęrit: an illi maius latus sit e regione constitutum: Contra q; in posteriore maius quidem latus dari vult: an vero sit maiori angulo obuersum: quęrit. Quod contra faciendum ē Nam quiuis in dialectica mea quidem sententia vel mediocriter eruditus facile videre potest in eo Theoremate: quo omnis Trianguli longius latus maiori angulo cōtra respondere proponitur: longius quidem latus trianguli dari subijci q; oportere: an vero maiori angulo sit e regione positum: quęri ac prędicari: Contraq; in cōuerso Theoremate maiorem quidem angulum concedi: longius vero latus inquiri. Ob hoc vero peccatum consecutum est & aliud longe maius. Nullum enim ex propositis theorematis assertoria demonstratiōe campanus astruxit: sed vtrūq; ad incōmodum ducente ostendit. Quod in geometria: vbi fieri potest: vel maxime vitandum est: ī qua solent demonstrationes afferri ex prioribus notioribusq; naturę: nō nobis modo: Quales sunt: quę assertorię: rectęq; appellantur. Huius vero errati origo atq; initium huiuscemodi fuit. Nam campanus priori theoremati prędicationem pręter naturam dedit. Maiorē enī angulum trianguli subijcit: & prędicat longius latus: si quidem in oī quęstione subiectus terminus est: quod dat: prędicatus: quod quęritur. Est autem prius per naturam Triangulum latera hēre: q; angulos. Nā ex laterū coitōe anguli pficiūt: percreariq; intelligūtur. Qui igitur subijcit angulū trianguli: & latus prędicat: is illud quod alteri accidit: eius prędicationi subijcit: cui accidit: ac ob id prędicationem pręposteram: & naturę contrariam facit: Quā aristoteles aut modo prędicationem censet appellandam: aut prędicationem quidem non simpliciter: sed per accidens. Vbi igit̄ pdicatio pręter naturā hētur: aut difficile: aut certe ipossibile ē assertoriā demōstrationē accommodare. In huiuscemodi nāq; dmōstratōe necesse ē & maioris extremitatis: q̄ i pclusione prędicat̄: & minori extremitati: q̄ i eadē subijcit̄ cām eē mediū. At fieri nullo mō pōt: vt ei qd accidit: eius cui accidit: qppiā cā eē statuatur. Hic coactus ē cāpanus i priore theoremate: qd i datū atq; qsitū ipite secuisset: demōstratōe vti ad incōmodū ducēte. & q; illud putabat principale: posterius: quod ad ipsū cōmearet: nō alia collectōe: q̄ ad incōmodū ducente astruxit. Atq; ita nullā demōstrationē rectā assertoriāq; ad ea: quę diximus theoremata colligēda cāpanus adhibuit: qd tn̄ oportuit: cū ipa sit ad icōmodū ducēte potior. Hęc sūt mi do

nate:q̄ cōtrū ad ꝓposita theoremata attinet: in cāpano rep̄hēdēda cēsuim⁹: ſʒ hec: q̄ ſtricti diſputauim⁹: illos nō exacte ſubtiliterq̄ītellecturos certo ſcio: q poſtreos Analyticos ariſtotel' nō diligētiſſime legerit. Reliquū igit̄ ē: vt illa ipſa theoremata (quēadmōʒ polliciti ſum⁹) dēmōſtrem⁹ traducta tn̄ p̄i⁹: vt traducēda erāt. Soluem⁹ igit̄ ⁊ ſepabim⁹ theorema p̄icipale ī datū: atq̄ quēſitū: vt oʒ: ⁊ ad ipʒ aſtruēdū aſſertoria demōſtratōē vtemur: Poſteri⁹ vō theorema: qd̄ ad p̄icipale recurrit: cū ꝑdicationē p̄ter nāʒ ſortiat̄ demōſtratione ad īcōmodū ꝑducēte breuiter colligemus. Demōſtrationes igitur ipſas aggredimur: itēde.

℃ Oīs triāguli mai⁹ lat⁹ ſub maiore angulo ꝓtenditur.

s Jt eni triāgulū. a. b. c. hn̄s lat⁹: qd̄ ē. a. c. mai⁹ eo late qd̄ ē. a. b. aio āgulū quoq̄. a. b. c. ſub quo latus. a. c. ꝓtēdit̄: maiorē eē angulo. b. c. a. cui ꝯ rn̄det lat⁹. a. b. nā q: mai⁹ ē lat⁹. a. c. q̄ʒ. a. b. ꝯſtituat̄ ipſi. a b. ēq̄le ipſū. a. d. ⁊ ꝓtrahat̄ ipſū. b. d. lat⁹ ⁊ qm̄ triāguli: qd̄ ē. b. d. c. extior angul⁹ ē is: q ē. a. d. b. maior vtiq̄ erit iterio re ⁊ ex aduerſo ꝯſtituto āgulo. d. c. b. ēq̄lis vō ē āgulus. a. d. b. ipi. a. b. d. āgulo. nā lat⁹ qʒ. a. b. lati. a. d. ēquū erat. Maior itaq̄ ē āgul⁹. a. b. d. ipſo. a. c. b. āgulo. multo igit̄ maior erit angul⁹. a. b. c. angulo. a. c. b. Omnis igitur triāguli mai⁹ lat⁹ ſub maiore angulo protenditur. Quod oportebat demonſtrare.

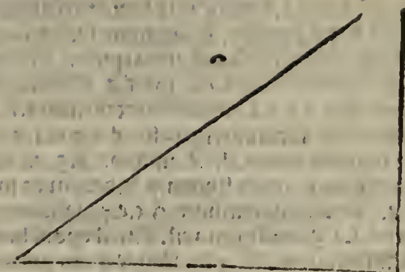


℃ Oīs triāguli ſub maiore angulo mai⁹ lat⁹ ꝓtēdit̄.

s Jt triāgulū. a. b. c. maiorē hn̄s. a. b. c. āgulū eo: q ē. b. c. a. Aio lat⁹ qʒ. a. c. ipſo. a. b. late mai⁹ eē. nā ſi mai⁹ n̄ ſit: aut ēq̄le erit ipſū. a. c. ipſi. a. b. aut min⁹. ēq̄le ſane n̄ ē ipſū. a. c. ipſi. a. b. ēq̄lis eni foret ēt angulus. a. b. c. āgulo. a. c. b. atq nō erat. Nō igit̄ ēq̄le ē ipʒ. a. c. lat⁹ ipſi. a. b. lati. Neq̄ vō min⁹ ē ipſū. a. c. ipo. a. b. minor eni foret angul⁹. a. b. c. āgulo. a. c. b. atq n̄ erat. nō igr̄ min⁹ ē ipſū. a. c. lat⁹ ipo. a. b. late. dēmōſtratū āt ē neq̄ ēq̄le illi eē. mai⁹ itaq̄ erit ipʒ. a. c. lat⁹ ipo. a. b. late. Oīs igit̄ triāguli ſub maiore āgulo mai⁹ lat⁹ ꝓtēdit̄. quod oportebat demonſtrare.

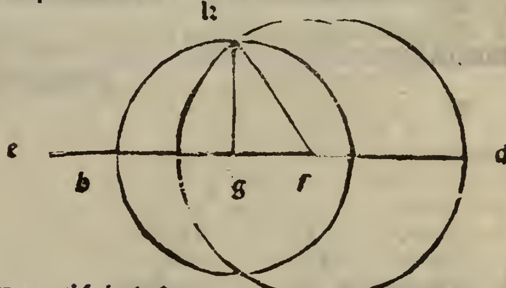


℃ Hē ſūt igit̄ huiuſcemodi theorematū demōſtratiōes cū faciles: tū verissime ⁊ q̄ mexie q̄drēt. Sʒ an̄q̄ʒ te dimittā: volo audias ⁊ aliud qd̄dā hui⁹ hoīs erratū leuiuſculū fortaſſe: turpe tn̄: ⁊ viro philoſopho n̄ negligēdū. Hr̄ eni ī eodē elemētorū p̄io ꝓblema iſtiuſmodi. ad dataʒ rectā lineā: datūq̄ ī ea pūctū: dato angulo rectilineo ēquū angulū rectilineū ꝯſtituere. hoc vero ſic legit: ⁊ dduci campan⁹

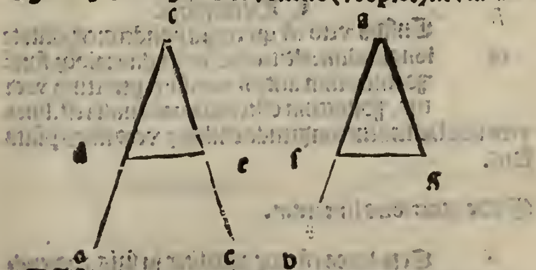


℃ Data recta liea ſup terminū ei⁹ cuiuilibet agulo ꝓpoſito ēquum angulum deſignare.

s Jt data linea. f. e. ⁊ ſint linee. b. a. ꝯtinētes angulū datū cui ſubtēdā baſiʒ. c. Sup pūctū. f. linee. e f. iuberē facere ēq̄lē āgulū āgulo dato. ad lineā. e. f. adiūgo. f. d. ēq̄lē linee. a. ⁊ ex. f. e. ſumo. f. g. ēq̄lē. b. ⁊ ex g. e. ſūo. g. h. ēq̄lē. c. ⁊ ſup pūcta. f. ⁊. g. dſcribo duos circulos. d. h. ⁊. h. b. ſʒ quātitatē duarū linearū. f. d. ⁊. g. h. ⁊ interſecātes ſe ī pūcto. h. ſic docuit ꝑcedēs. ductiſq̄ lineis. h. f. ⁊. h. g. erūt ēq̄lia duo lata. h. f. ⁊. h. g. triāguli. h. f. g. duob⁹ laterib⁹. a. ⁊. b. triāguli. a. b. c. ⁊ baſis. g. h. equalis baſi. c. ergo ꝑ octauaʒ angulus. h. f. g. equalis erit angulo ꝯtento ab. a. ⁊. b. quod eſt propoſitum.



℃ Hec dſcriptio ꝑmore aſpectu ſat̄ ſcite ſatiſq̄ ſollicite facta vr̄. ſʒ ſi curioſe attēteq̄ lectites: iuenies eā a ſeria doctrina pho ꝓbari n̄ dcere. nā cū artē nāe emulā eē oporteat ipāq̄ nā ſupuacaneis n̄ abūdet: n̄ artificioſe dſcribere iudicādus ē: q plura ī dſcribēdo ꝯgerit q̄ʒ qb⁹ ad dmōſtratōēʒ vti necēiū ſit. qd̄ cāpan⁹ neſcio quō n̄ duitat: ſʒ aptiſſime icurrit. qd eni ſibi vult illa duorū circulorū dſignatio? qd illa tot eadē q̄ʒtitate linearū tā ſollicita ductio? Nōne poterat: ac maxie dbebat: dato angulo: q. a. ⁊. b. lineis ꝯtieret: ⁊ baſi. c. adiecta: anxietate illa: ⁊ q̄ſi moroſitate dſcriptionis ꝑtermiſſa: ſtati aſſūptis trib⁹ lineis: q̄ eēnt deſignatis equales: triangulū ꝯſtituere? Qd̄ fieri licere ex ſuperiore ꝓblemate abūde ꝯſtabat. Quare q iſtiuſmodi ꝓblema diligenti⁹ preſſiuſq̄ oñdere volet: is (vt opīor) ſic dmr̄abit.



℃ Ad datam rectam lineam: datumq̄ in ea punctū: dato angulo rectilineo equū angulū rectilineū ꝯſtituere.

s Jt data recta linea. a. b. datūq̄ in ea pūctū. a. Datus vero angul⁹ rectiline⁹. d. c. e. oʒ igitur ad datā rectā lineā. a. b. ⁊ ad datū ī ea pūctū. a. dato āgulo rectilico. d. c. e. ēq̄lē āgulū rectilineū ꝯſtituer̄ ſumāt̄ ī lieis c. d. ⁊. c. e. pūcta (ſi lubʒ). d. ⁊. e. ⁊ ꝓtrahat̄. d. e. ⁊ ex trib⁹ rēq̄

lineis.a.f.et.a.g.et.f.g.que sunt datis rectis lineis trib' c.d.et.c.e.et.d.e.equales. Triangulum constituatur.a.f.g.ita: vt equalis sit ipsa.c.d.linea ipsi.a.f.ipsa vero. c. e.ipsi.a.g.postremo ipsa.d.e.ipsi.f.g. Quoniam igitur due linee recte.d.c.et.c.e.duabus rectis lineis.f. a. et.a. g.equales sunt altera alteri: et basis.d.e.basi.f.g.equa habetur: angulus quoque.d.c.e.angulo.f.a.g. equalis erit. Ad datam itaque rectam lineam.a.b.datum que in ea punctum.a.dato angulo rectilineo.d.c.e.equalis angulus rectilineus.f.a.g.constitutus est. Quod oportebat facere. Addidissem quoque alia plura longe etiam graviora errata: nisi me epistolam scribere meminissem. Sed euclidem ipsum aliquando fortasse vna perlegemus: annotabim' que omnia: in quibus nostri a recta ratione discedere videbuntur. Interim hec pauca tibi mi Donate scripsimus: vt essent apud te eius beniuolentie atque obseruantie pignus: qua te prosequebar (et nunc quoque prosequor) cum nostre Patauine philosophorum academie Rector, hic ageres. Uale ex Patauina philosophorum palestra.

C Incipit liber primus Geometrice Euclidis a Boetio in latinum translate.

Q Uia vero mi patrici Geometrarum exercitatissime Euclidis de artis geometrice figuris obscure prolata te adhortante exponenda et lucidiore aditu expolienda suscepi. Imprimis quid sit mensura definiendum opinor.

C De mensura.

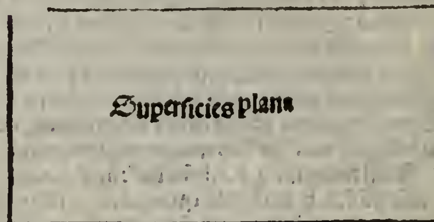
m Ensura vero est quicquid pondere: capacitate longitudine: altitudine: latitudine: animoque finit. Principium autem mensure punctum vocatur. Punctum est: cuius pars nulla est. linea vero sine latitudine longitudo est: linee vero fines puncta sunt.

C De generibus linearum.

r Ecta linea est: que equaliter in suis protenditur punctis. Superficies vero est: quod longitudine: latitudineque censetur. Superficiei autem fines linee sunt.

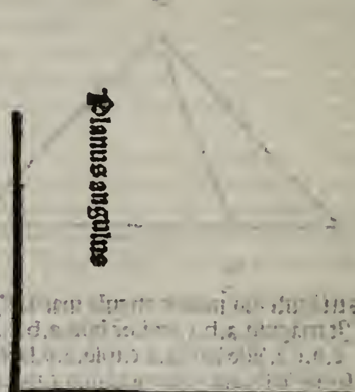
Recta linea

C Plana superficies: dicitur que equaliter in rectis suis lineis continetur.

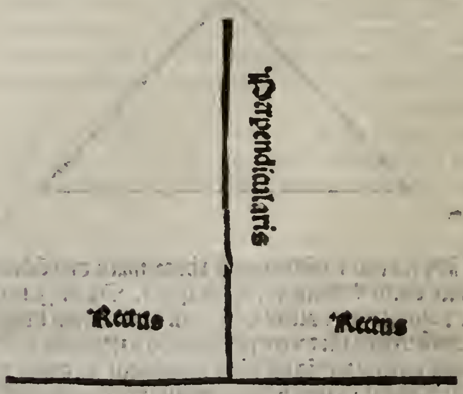


C De generibus angulorum.

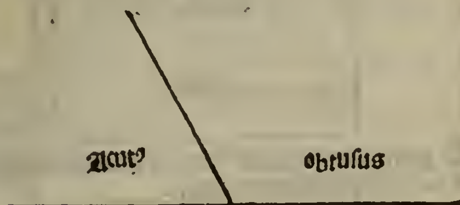
p Lanus angulus est duarum linearum in plano inuicem se se tangentium: et non in directo iacentium ad alterutram conclusio.



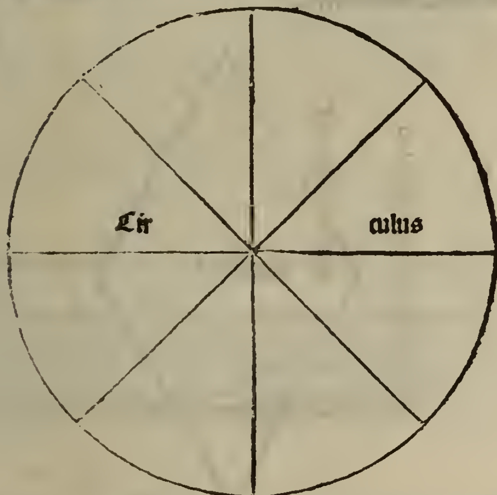
C Quando autem que angulum continent: linee recte fuerunt, rectilineus angulus nominatur.



¶ Cum vero recta linea super rectam lineam stans circũ se equos sibi inuicem fecerit angulos: rectus est vterqꝫ equalium angulorum. Et linea super rectã lineam stãs perpendicularis dicitur. Obtusus angulus maior recto est.
¶ Acutus autem angulus recto minor est.

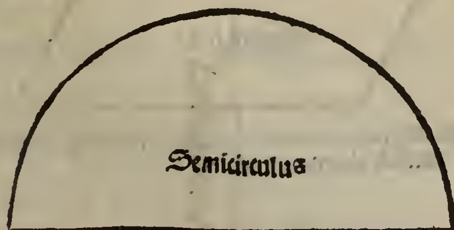


¶ De modis figurarum.
Figura est: quod sub aliquo vel aliquibus terminis continetur.
¶ Terminus vero quod cuiusqꝫ est finis.
¶ Circulus vero est figura quedam plana ⁊ circũducta: Et sub vna linea: contenta: que circũferentia vocatur ad quam a puncto: quod intra figuram positum est: omnes que incidunt. Recte linee sibi inuicem sunt equales. hoc vero punctum centrũ circuli nominatur.



¶ Diametrus autem circuli est recta quedam linea per centrum ducta: ⁊ ab vtraqꝫ parte in circũferentia circuli terminata: que in duas equas partes circulum diuidit.

¶ Semicirculus vero est plana figura. que sub diametro: Et ea quam diametrus apprehendit: circunferentia continetur.

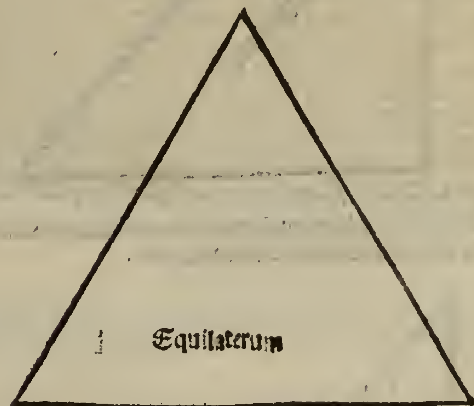


¶ Recti linee figure sunt: que sub rectis lineis continẽtur.
¶ Trilatera quidem figura est: que sub tribus rectis lineis continetur.

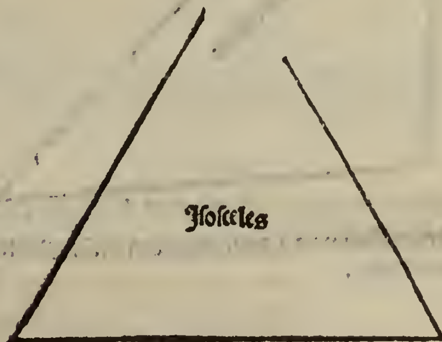
¶ Quadrilatera autem: que sub quatuor.
¶ Finitima vero mensuralis est linea. que aut pro aliquis obseruationum: aut aliquo terminorum obseruatur.
¶ Multi latera itaqꝫ figura est: que sub pluribus quã quatuor lateribus continetur.

¶ De triangulis.

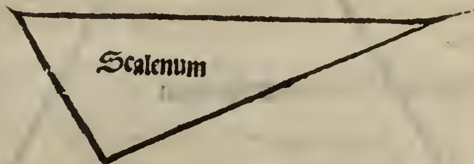
Equilaterum igitur triangulum est: quod tribus equis lateribus continetur.



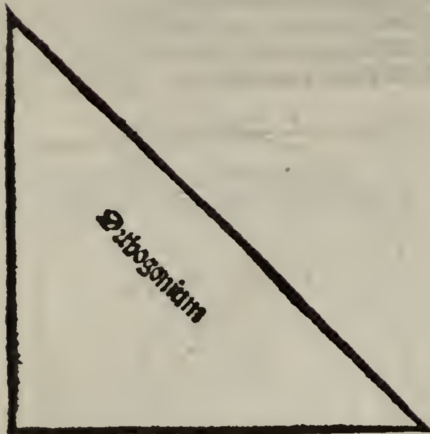
¶ Isosceles autem est: quod duo tantummodo latera habeat equalia.



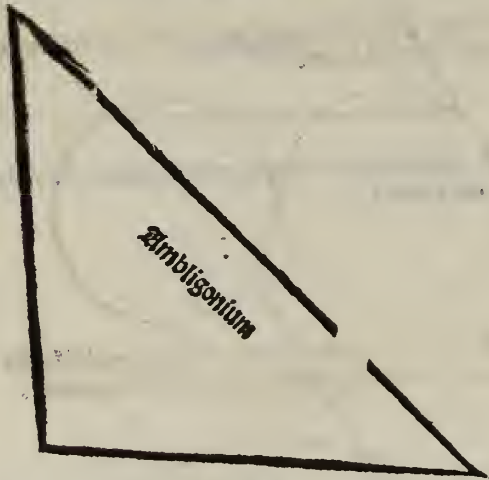
¶ Scalenum vero quod tria latera habet inequalia



¶ Amplius trilaterarum figurarum orthogonium. i. rectiangulum. quidem triangulum est: quod habet angulũ vnum rectum.



¶ Ambligonium. autẽ quod latine obtusiangulum dici tur est: quod obtusum habet angulum.

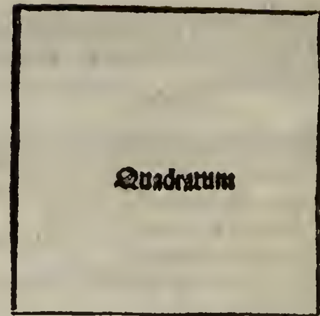


¶ Oxigonium vero. i. acuti angulum est: in quo tres an guli sunt acuti.

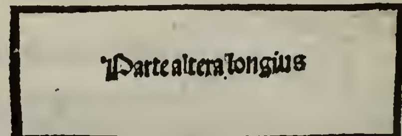


¶ De quadratis.

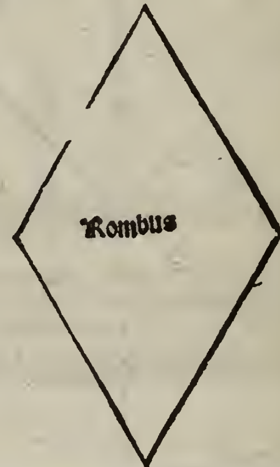
q Uadri laterarũ vero figurarum quadratuꝫ vo catur: quod ẽ ęqlaterum atqꝫ rectiangulum.



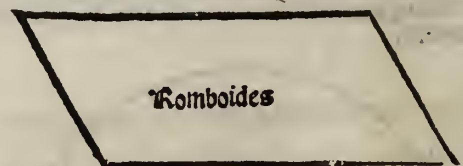
¶ Parte altera longius vero est: quod rectiangulũ q̃dem est: sed ęquilaterum non est.



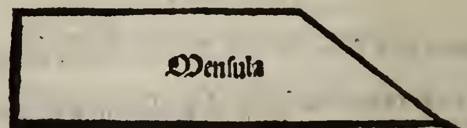
¶ Rombus vero est: quod ęquilaterum quidem est: sed rectiangulum non est.



¶ Romboides autem est: quod incontrarium collocatas lineas atqꝫ angulos habet ęquales: non autem rectis an gulis: nec ęquis lateribus continetur.



¶ Preter hęc autem oẽs quadrilaterę figurę trapezia. idest mensulę nominantur.



¶ Paralele idest alternę rectę lineę nũcupantur: quę in eadem plana superficie collocatę a tq; vtriq; productę in neutra parte concurrunt.

Paralelę.

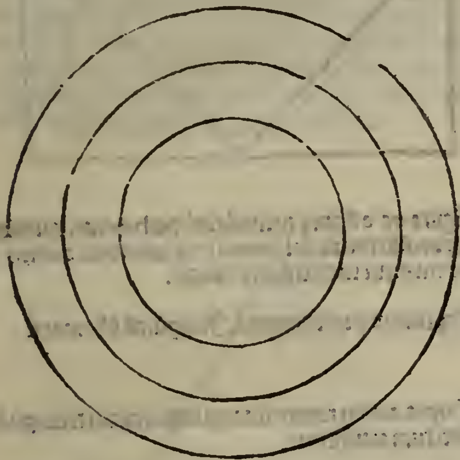
¶ De petitionibus quę sunt in geometrica.

p Etitiones vero siue postulata (vt veteribus placuit) dicuntur: quinq; sunt.

¶ Prima vt ab omni puncto in omne punctum recta linea ducatur postulat.

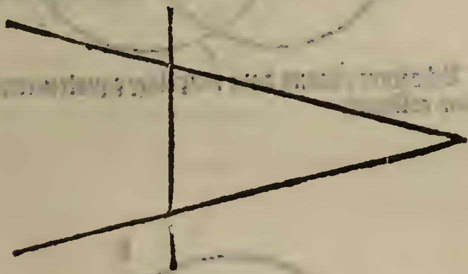
¶ Secunda: vt definita recta linea in continuum rectũ q; producatur: admonet.

¶ Tertia omni centro & omni spatio circulum designare pręcipit.



¶ Quarta omnes rectos angulos sibi inuicem ęquos esse vult.

¶ Quinta autem: si in duas rectas lineas linea; recta incidens interiores duos angulos & in eadem parte duob' rectis fecerit minores: rectas lineas in infinitum pro ductas ad eas partes in quibus duo interiores anguli duobus rectis minores sunt: concurrere iubet.



¶ De cõmunibus animi conceptionibus: que sunt ĩ geometrica.

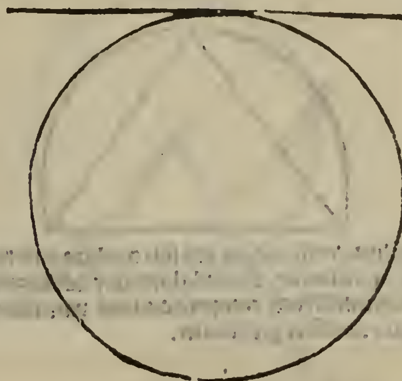
c Ommunes igitur animi cõceptiones sunt: q a grecis. κοιραιέννοιαι. vocantur. cũ spatia & interualla eidem sunt ęqualia. Et sibi inuicem sunt ęqualia. Et si ab ęqualibus ęqualia auferantur: que relinquuntur: ęqualia sunt. Et si ęqlibus equalia ad dantur: tota quoq; ęq ualia sunt. Et que sibi inuicem ipsis cõueniunt ęqualia sunt.

¶ Omne paralello graminum rectiangulum sub iis duabus rectis lineis: que rectum ambiunt angulum dicitur contineri.

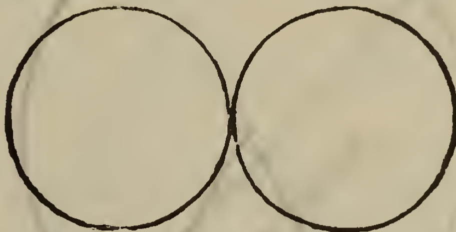
¶ Omnis vero paralello grãmi spatij vnum quodq; eorum quę circa eandem diametrum sunt: paralello grãmorum cum duobus supplementis gnomon nuncupatur.

¶ Circuli sunt ęquales: quorum diametri sunt ęquales inęquales vero sunt: q sic se non habent.

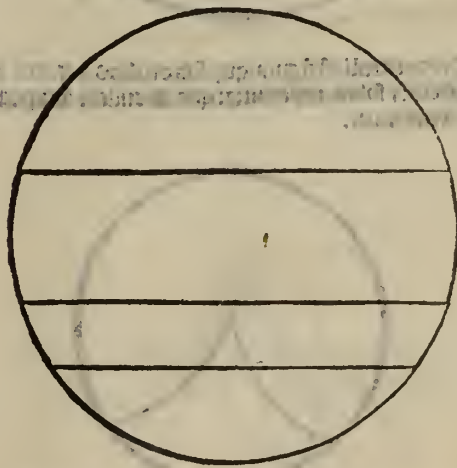
¶ Recta linea circulum contingere dicitur: quę cum circulum tangat: in vtraq; eiecta parte non secat circulum.



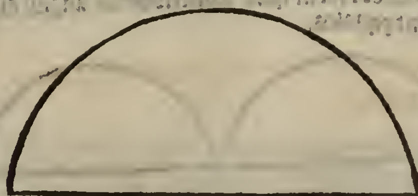
¶ Circuli se inuicem contingere dicuntur: q tangentes se se inuicem non secant.



¶ Rectę lineę ĩ circulo a cẽtro distare ęqliter dicũt: qñ a cẽtro ĩ ipsas ductę ppẽdiculares iuicẽ sibi sũt ęquales.



¶ Plus vero a cẽtro distare dicitur linea: inquã ppendicularis longior cadit.

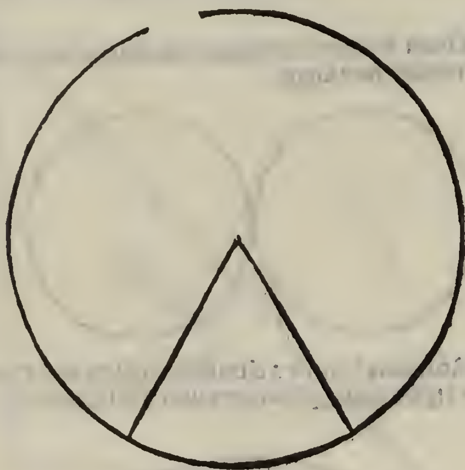


¶ Portio circuli est figura: que sub recta et circuli circũferentia continetur.

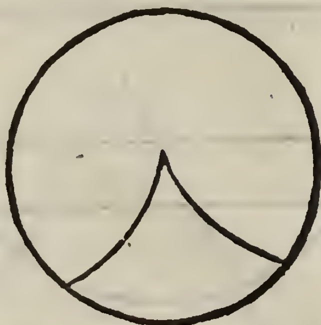
¶ In portione circuli angulus esse dicitur: quando in circũferentia portionis sumitur aliquod punctum: et ab eodem puncto ad linee terminos due recte linee subiunguntur.



¶ Angulus circuli dicitur qui sub duobus a cẽtro ductis lineis continetur. Quando linee que adiunguntur: aliquam circunferentie comprehendunt particulam in ea angulus consistere perhibetur.



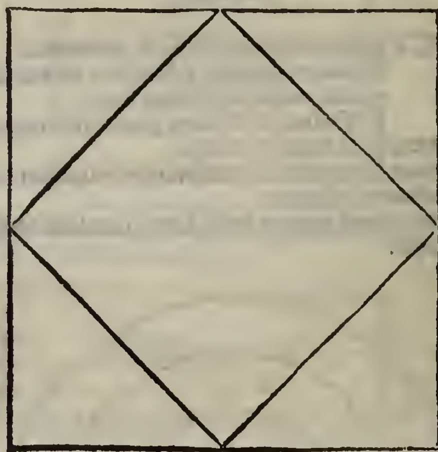
¶ Sector circuli est figura: que sub duabus a centro ductis lineis: et subcircumferentia: que ab eisdem comprehẽditur: continetur.



¶ Similes circulorũ portiones dicũt: que ęqles suscipiunt angulos. vel in quib9 inscribuntur: anguli sibi invicem sunt ęquales.



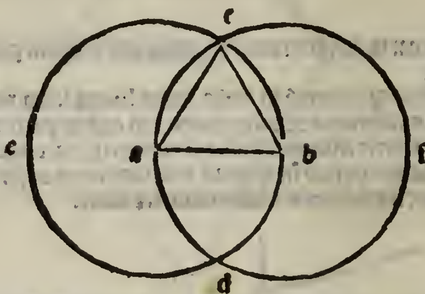
¶ Figura intra figurã dicitur inscribi quando ea que inscribitur: eius in quam inscribitur: latera vno quoq3 suo angulo ab interiore parte contingit.



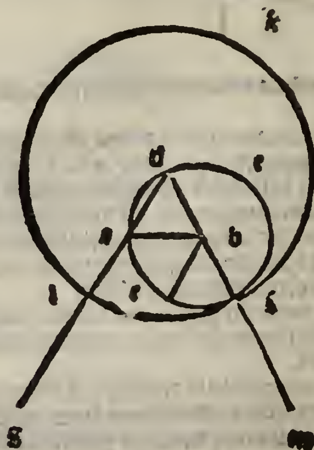
¶ Figura vero figurę circumscribi perhibetur: quotiens ea que circũscribitur suis omnibus lateribus omnes angulos eius: cui circũscribitur tangit.

¶ Expliciunt prolegomena. Incipiunt schemata.

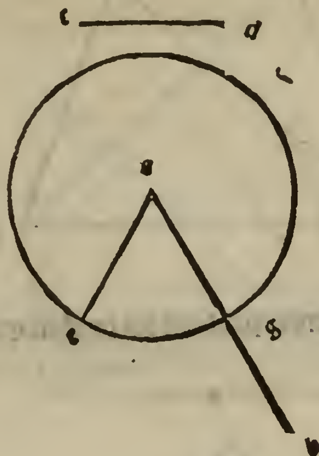
¶ Supra datam rectam lineam terminatam triangulũ ęquilaterum constituere.



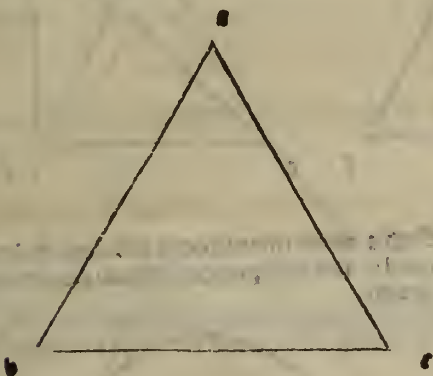
¶ Ad datum pũctum datę rectę linee ęqualem rectam lineam collocare.



¶ Duobus lineis rectis inequalib' datis a maiore minori equam rectam lineam abscindere oportet.

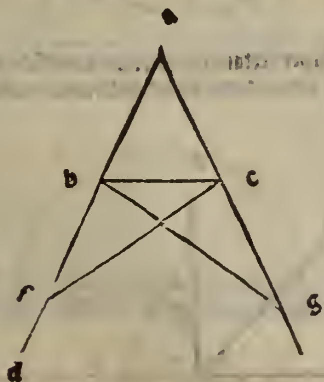


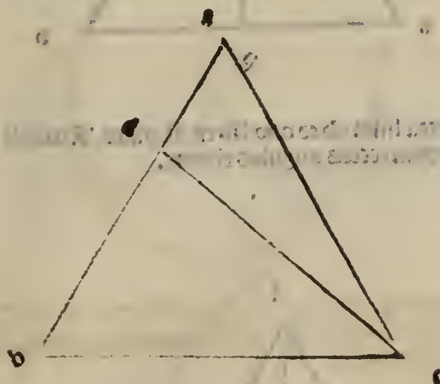
¶ Si duo triangula duo latera duobus lateribus habent equa alterum alteri & angulum angulo equum eius qui sub equalibus rectis lineis continetur: & basim basi: equam habebunt: & triangulum triangulo equum erit: & reliqui anguli reliquis angulis erunt equales alter alteri: sub quibus equalia latera subtenditur.





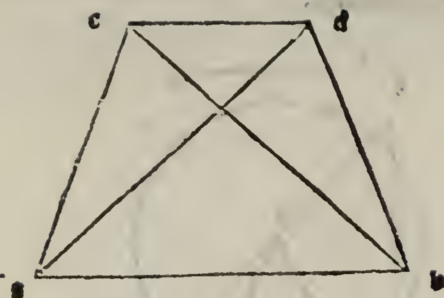
¶ Triangulorum isoscelium anguli: q ad basim sūt: equales sibi innicem sunt.



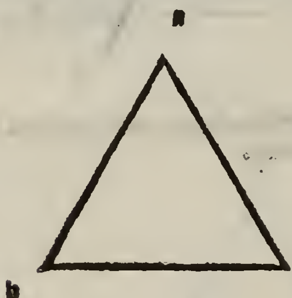


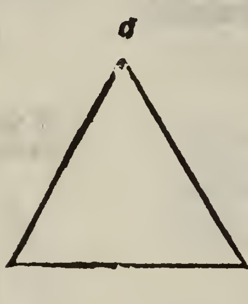
¶ Si trianguli duo anguli equi sibi invicem sint: & que equalibus angulis subtenduntur latera: sibi invicem erūt equalia.

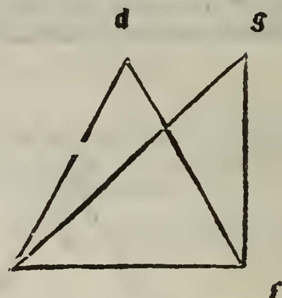
¶ Super eandem rectam lineam duabus eisdem rectis lineis alie due recte linee equales altera alteri nullo modo constituentur. ad aliud atq; aliud punctum ad easdē partes eosdem fines primis rectis lineis possidentes.



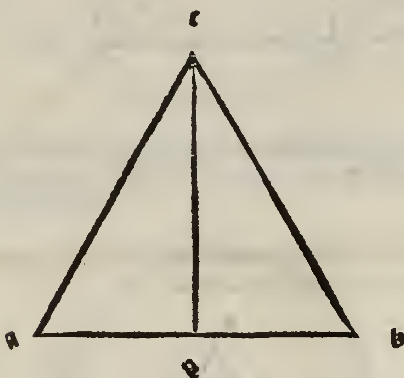
℄ Si duo trianguli duo latera duobus lateribus ęqua possideant alterum alteri. & basim basi habeant ęquam. angulum angulo habebunt ęqualem: qui sub ęqualibus rectis lineis continetur.



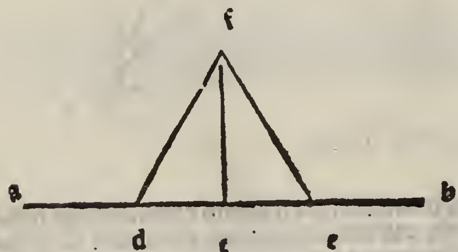




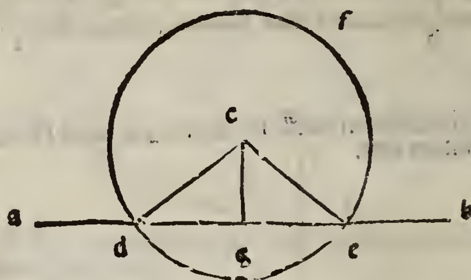
℄ Datam rectam lineam terminatam in duas ęquales dividere partes.



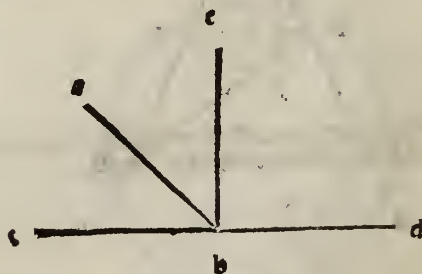
℄ Data recta linea ab eo quod in ea est pũcto. Rectã lineam secundum rectos angulos elevare.



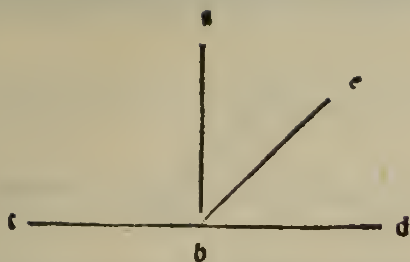
℄ Supra datam rectam lineam infinitam ab date puncto: quod ei non inest: perpendicularem rectam lineã ducere oportet.



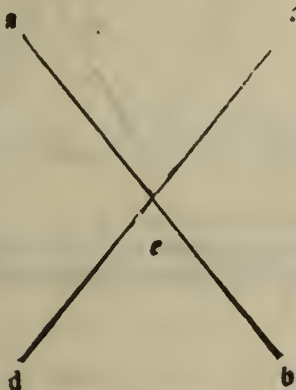
℄ Quecũq; super rectam lineam recta consistens angulos fecerit: aut duos rectos faciet: aut duobus rectis reddet ęquales.



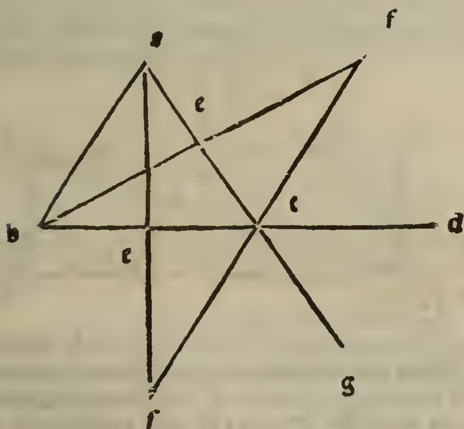
℄ Si ad aliquam rectam lineam atq; ad eius punctum duę rectę lineę non in eandem partem ducantur: & circũ e angulos duobus rectis fecerint ęquos: in directum sibi eas lineas iacere necesse est.



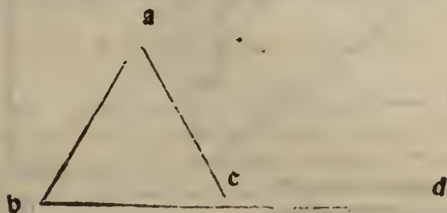
¶ Si due recte linee sese diuidant: aduerticē angulos sibi inuicem facient equos.



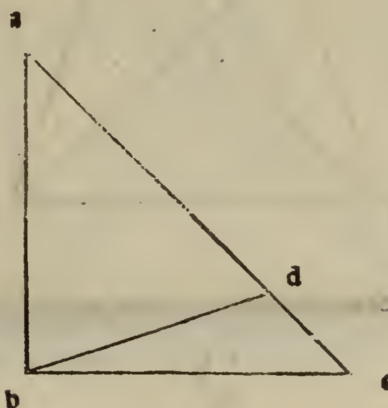
¶ Oium triangulorū vno latere pducto exterior āgul⁹ vtrisq3 iterioribꝰ ꝛ ex ad ꝟso āgul' ꝯstitutis maior existit.



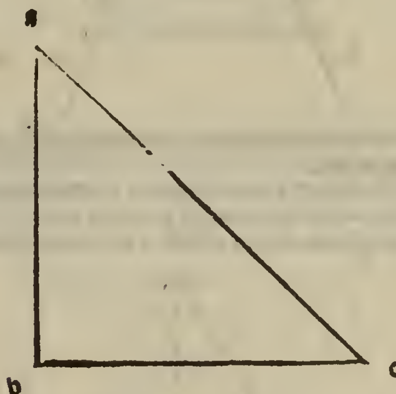
¶ Oium triangulorum duo anguli duobus rectis angulis sunt minores omnifariam sumpti.



¶ Omnium triangulorum maius latꝰ sub angulo maiore subtenditur.



¶ Omnium triangulorum maior angulus sub latere maiore protenditur.

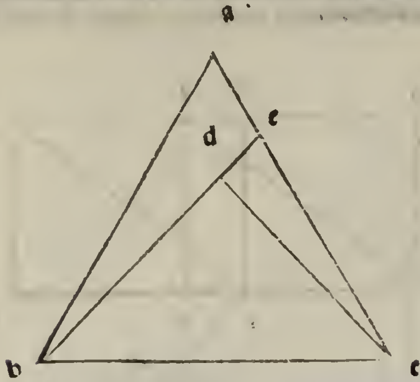


¶ Omnium triangulorum duo latera cetero maiora sūt in omnem partem suscepta.

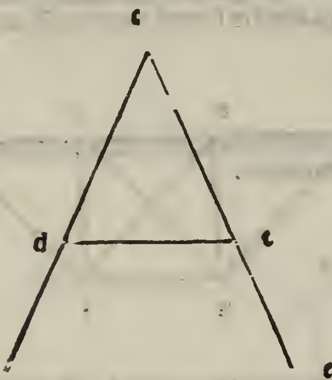


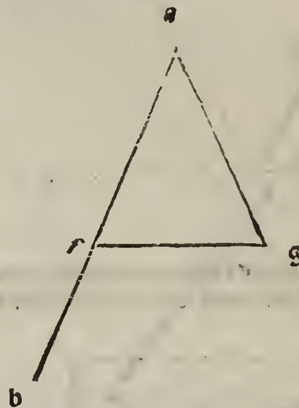
¶ Si in vno quolibet trianguli latere a finibus lateris

due recte linee interius constituantur angulum facientes: que constituuntur reliquis quidem trianguli duobus laterib⁹ minores erunt: Maiorem vero angulum continebunt.

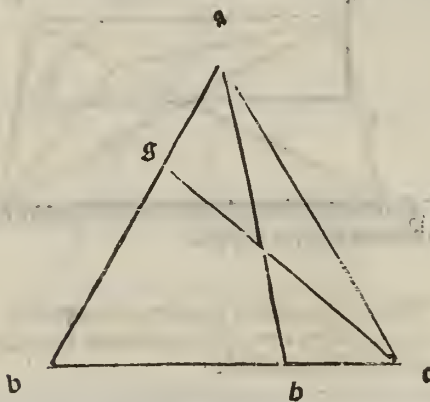


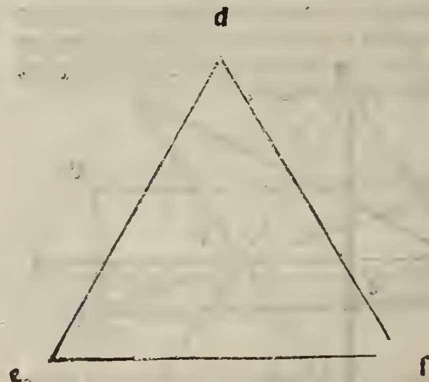
℄ Ad datam rectam lineam: Et datum in ea punctum dato rectilineo angulo equalem rectilineum angulum collocare necesse est.





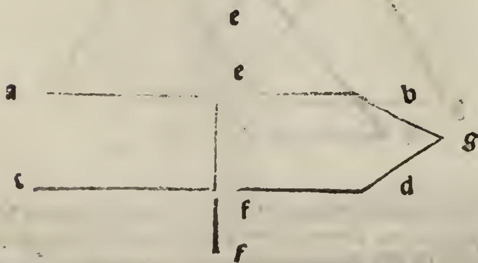
℄ Si duo trianguli duos angulos duobus angulis habuerint equos alterum alteri: vnũq₃ lat⁹ vni lateri sit eq̃le: aut quod equis adiacet angulis: aut quod suo vno equalium subtenditur angulorum: ⁊ reliqua latera reliquis laterib⁹ habebunt equa alteram alteri: ⁊ reliquũ angulum equalem reliquo angulo possidebunt.

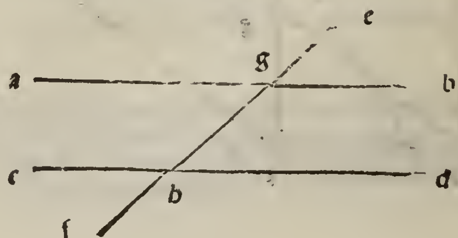




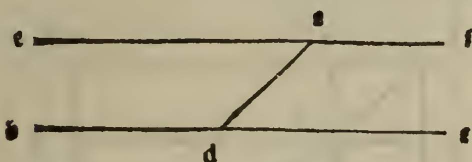
℄ Si in duas rectas lineas linea incidẽs recta alternati angulos fecerit equos: rectas lineas alternas esse necesse est.

℄ Si in duas rectas lineas linea incidens recta exteriorem angulum interiori: Et ex ad ꝟso angulo constituto reddat equalem: aut iteriores ⁊ ad easdẽ ptes angulos duobus rectis equales faciat: rectas lineas sibi alternas eẽ conuenit.

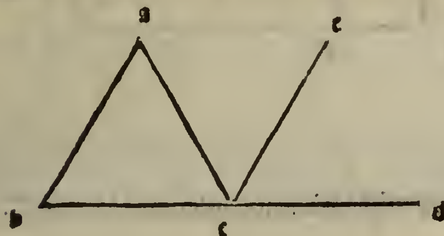




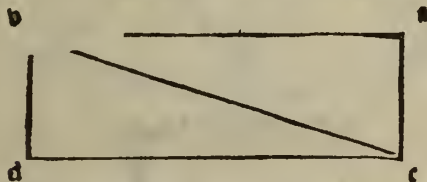
℄ Per datum punctum date recte linee alternam rectam lineam designare necesse est.



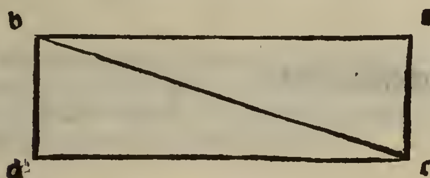
℄ Omnium triangulorum exterior angulus duobus interius et ex adverso cōstitutis angulis ē equalis: interiores vero trianguli tres anguli duob⁹ rectis angulis sunt equales.



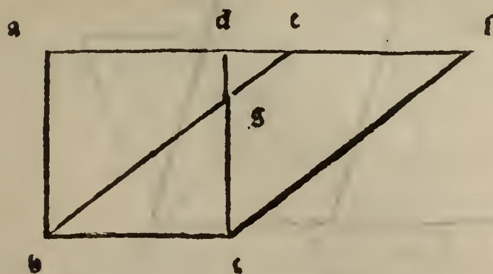
℄ Que equas et alternas rectas lineas ad easdē partes recte linee coniungunt: ipse quoqꝫ alterne sunt et eq̄les.



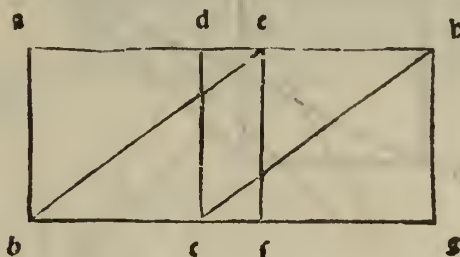
℄ Eorum spatiorum: que alterius lateribus continent que paralello grāma nominantur: et ex adverso latera: atqꝫ anguli constituti sibi invicem equales sunt: ea quoqꝫ diametrus in duo equa partitur.



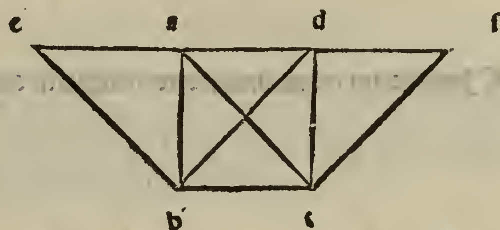
℄ Omnia paralello grāma: que in eisdem basib⁹: Et in eisdem alternis lineis fuerint constituta: sibi invicē probantur equalia.



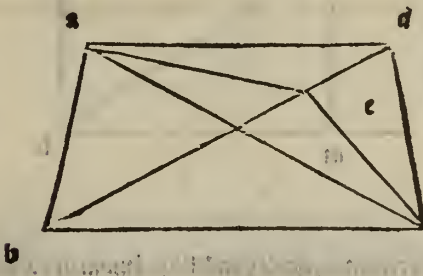
℄ Omnia paralello grāma in basibus equalibus et in eisdem alternis lineis constituta equalia esse necesse est.



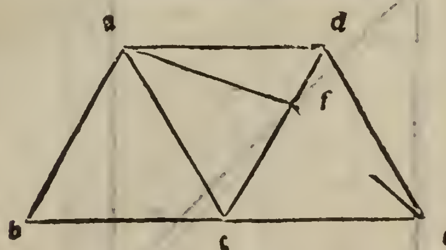
℄ Equa sibi sunt cuncta triangula: que in equis basib⁹ et in eisdem alternis fuerint lineis constituta.



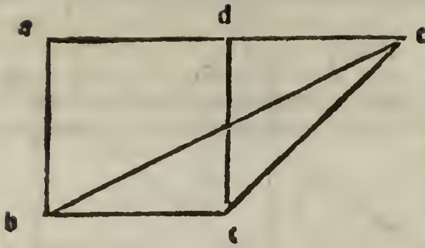
℄ Equa triangula: que in eadem basi et in eadem parte fuerint constituta: in eisdem quoqꝫ alternis lineis ee pronuntianda sunt.



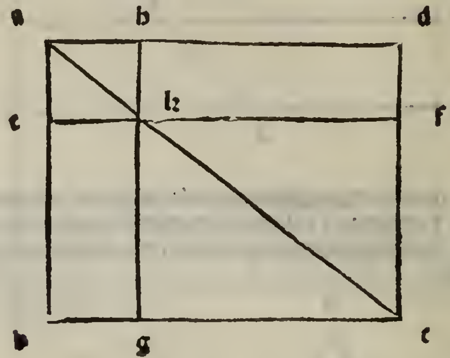
℄ Aequa triangula in equis atqꝫ in directum positis basibus constituta. et in eisdem partibus: et in eisdem quoqꝫ alternis esse necesse est.



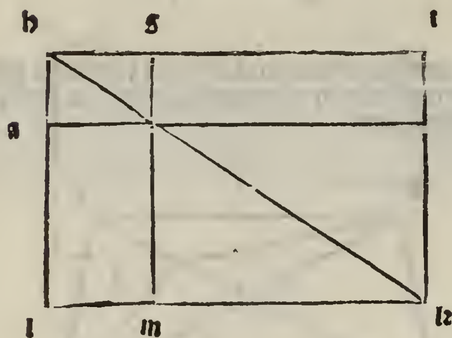
℄ Si paralello grāmum: triangulumqꝫ in eadem basi: atqꝫ in eisdem alternis lineis fuerint constituta: paralello grāmum triangulo duplex esse conveniet.

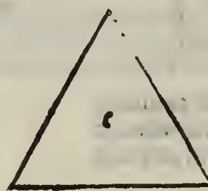


¶ Omnis paralello grammi spatij eorum quę circa eandem diametrum sunt: paralello grāmorum supplementa ęqua sibi inuicem esse necesse est.



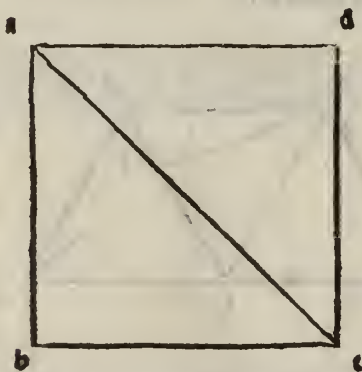
¶ Juxta datam rectam lineam dato triangulo in dato rectilineo angulo paralello grāmum ęquale pretendendum est.

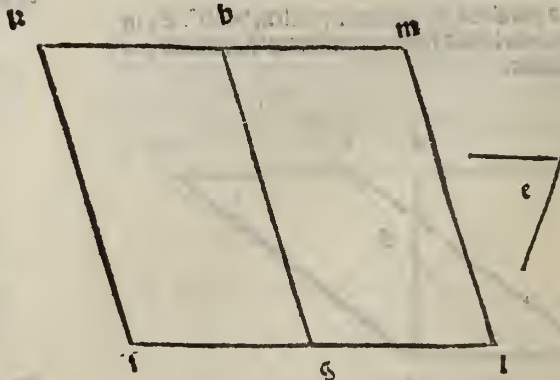






¶ Dato rectilineo ęquale paralello grāmum in dato rectilineo angulo collocare oportet.

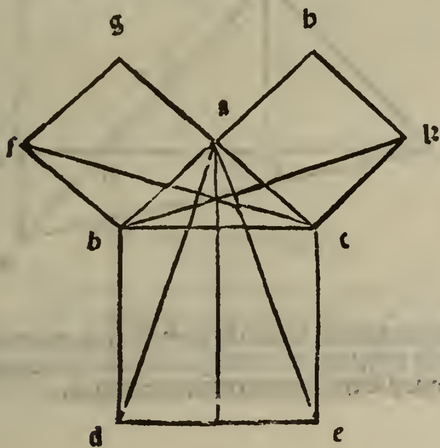




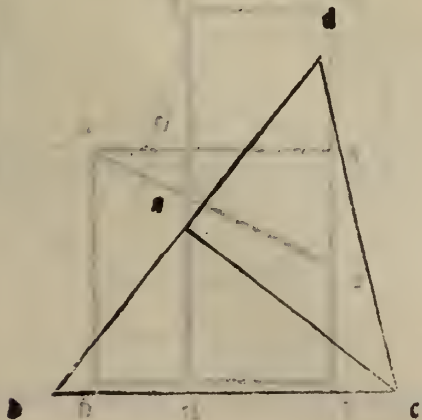
¶ Quadratum ad datam rectam lineam terminatam describendum est.



℃ In his triãgulis: in quib⁹ vn⁹ rect⁹ ẽ angulus: q̃ recti angula noiam⁹: quadratũ quod a latere rectũ angulũ subtendente describit: ęquũ ẽ his q̃dratis: q̃ a ptinẽtibus rectum angulũ lateribus conscribuntur.



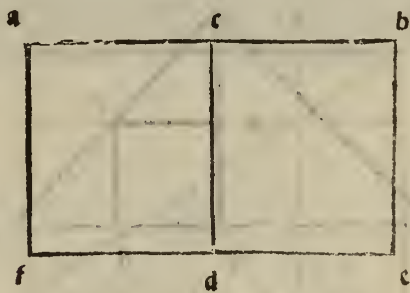
℃ Si ab vno trianguli latere quadratum quod describitur: ęquum fuerit his quadratis: quę ab reliquis duobus lateribus describuntur: rectus est angulus: qui sub duobus reliquis lateribus continetur.



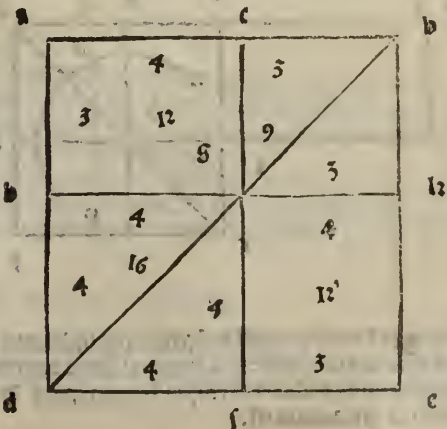
Ex secundo libro Euclidis.

Si sunt due recte linee: quarum vna quidem ẽ indiuisa: altera vero quotlibet diuisionibus secta: quod sub duabus rectis lineis rectiangulum continetur: ęquum erit his: que sub ea que indiuisa est: Et vnaquaq; diuisione rectiangula cõtinetur.

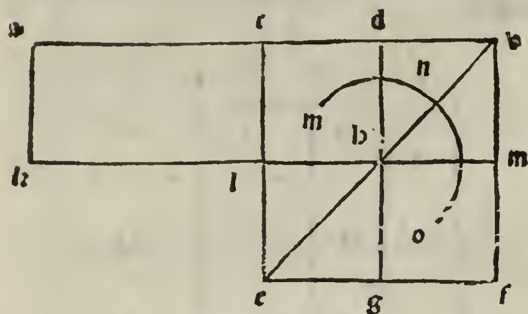
℃ Si recta linea secetur: quod sub tota & vna portione rectiangulum continetur: ęquum est ei quod sub vtraq; portione rectiangulum clauditur: & ei quadrato quod a predictam portionem describitur.



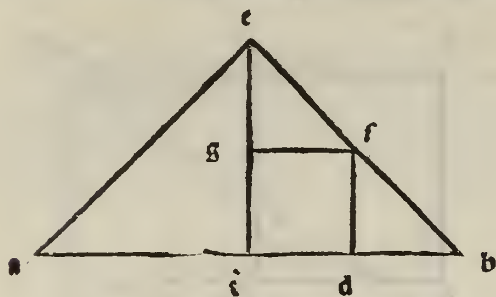
℃ Si recta linea secet: vt libet: quod scribitur a tota quadratum ęquũ est his: quę describũtur ab vnaquaq; portione quadratis: & eidem bis rectiangulo quod sub eisdẽ est portionibus conuenit.



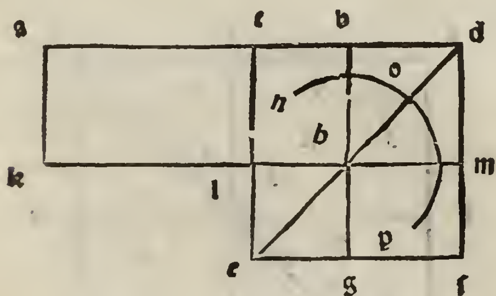
¶ Si recta linea per ęqualia ac per inęqualia secet: quod sub inęqualibus totius sectionibus rectiangulum continetur: cum eo quadrato: quod ab ea describitur: quę inter vtrasqꝫ est sectiones: ęquum est ei quadrato: quod describitur ab dimidia.



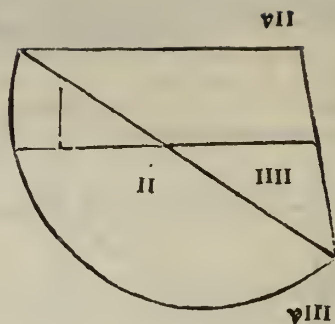
¶ Si recta linea per ęqualia ac per inęqualia secet: quadrata: quę ab inęqualibus totius portionibus describūtur: dupla sunt bis quadratis: quę fiunt ab dimidia: et ab ea que inter vtrasqꝫ est sectiones.



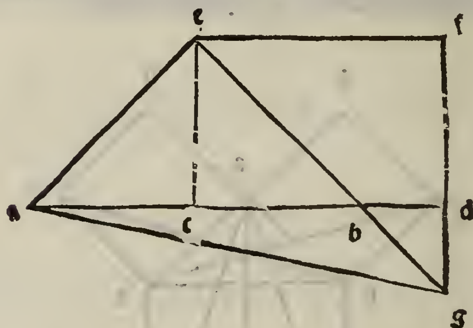
¶ Si recta linea per ęqualia diuidatur: alia vero ei in directum linea recta iungatur: quod sub tota cum adiecta. Et ea quę adiecta est: rectiangulum continetur: cuꝫ eo qđ describitur a dimidia quadrato ęquum est ei quadrato: quod describitur ab ea que constat ex adiecta atqꝫ dimidia.



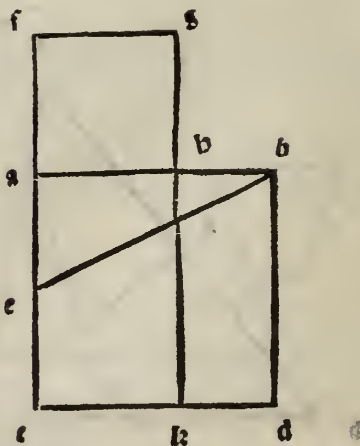
¶ Si recta linea per ęqualia secetur: eiqꝫ indirectuꝫ quędam linea recta iungatur: quadratum: quod describitur a tota cum ea: quę adiecta est: ⁊ quadratum quod describitur ab ea que adiecta est.



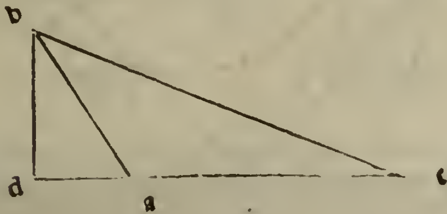
Utraqꝫ quadrata pariter accepta: quadrato quod describitur a dimidia: ac eo quadrato: quod ab ea describitur: quę ex dimidia adiectaqꝫ consistit: vtrisqꝫ quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.



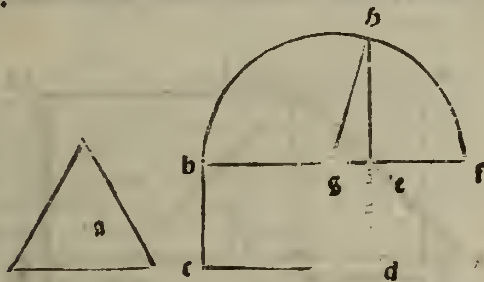
¶ Datam rectam lineam sic secare cōuenit: vt quod sub tota: Et vna portione rectiangulum continetur: ęquum sit ei quod sit ex reliqua sectione quadratum.



In hac trianguli figura: quę obtusum habet angulum tanto amplius ea quę obtusos obtendunt angulos latera possunt: Quam ea quę obtusum obtinent angulum: quantum est: quod continetur bis sub vno eorum: quę circa obtusum angulum sunt: in quod protractum ppendicularis cadit: atq3 ea: quę ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.

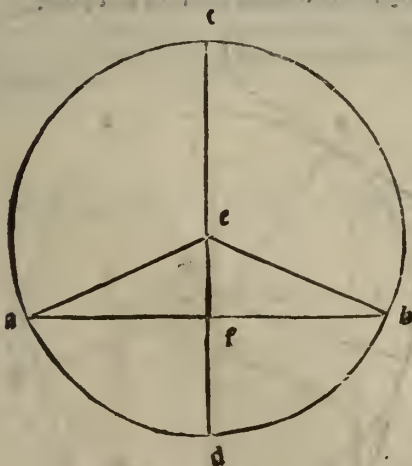


Dato rectilineo ęquum necesse est collocare quadratum.

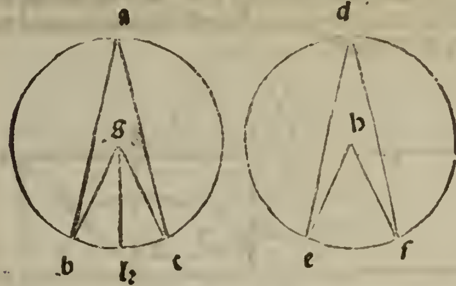


Ex tertio libro Euclidis.

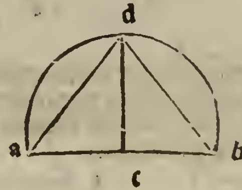
Si in circulo p centrum linea quedam dirigatur: ac quandam lineam rectam non in centro positam in duas ęquas partes secet: per rectos eam angulos secat: Et si per rectos eam angulos secat: in duas eam ęquas diuidet partes.



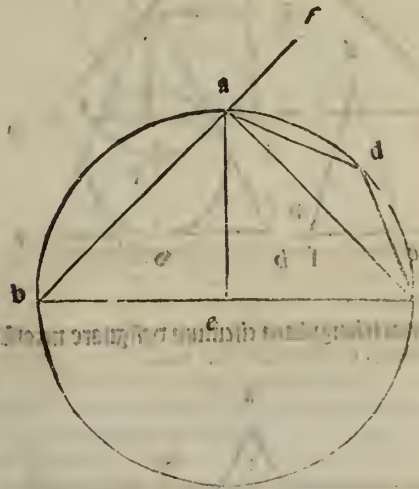
In ęquis circulis: qui in circunferentiis ęqualibus anguli consistunt: sibi inuicem sunt ęquales: seu ad centra: siue ad circunferentias constituantur.



Datam circumferentiam in duo ęqua diuidere potis est.



In circulo quidem angulus q in semicirculo est: rectus erit: qui vero in maiore portione est angulus: minor est recto: Quiaut in minore portione est angulus maior est recto: & maioris quidem portionis angulus: Recto maior existit: minoris vero angulus recto minor.

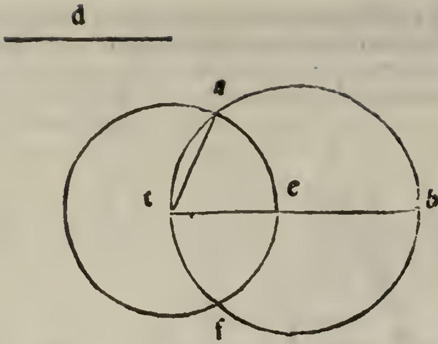


Si circulum linea recta ptingat a contactu vero in circunferentia quedam circulum secans linea recta ducatur: quoscunq3 angulos facit: duo anguli qui sunt in alternis circuli portionibus: sunt equales.

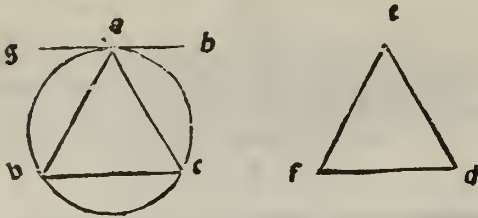
Ex hoc igitur manifestum est: quin si a puncto circuli due linee recte se se contingant: Et sibi inuicem sint ęquales: super datas rectas lineas circuli describere partes conuenit.

Ex quarto libro Euclidis.

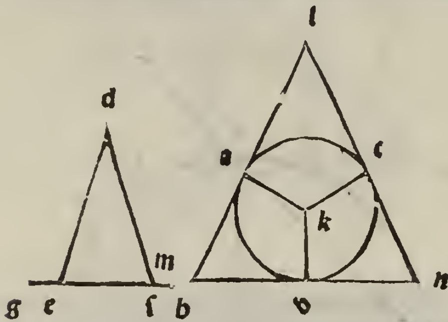
Intra datum circulum date recte linee: q diametro minime maior existat: ęquam rectam lineam coaptare oportet.



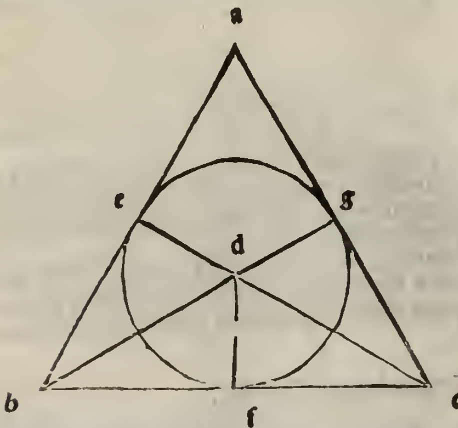
ℭ Intra datum circulum dato triangulo equorũ angulorum triangulum collocare conuenit.



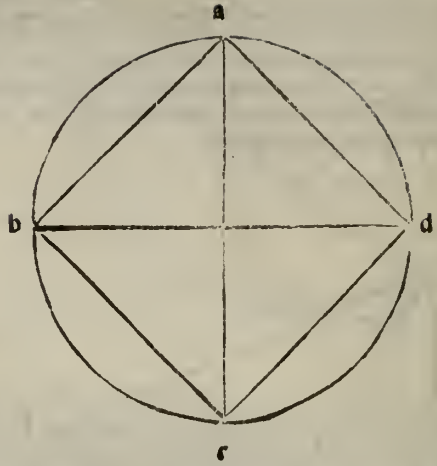
ℭ Circa datum circulum dato triangulo equalium angulorum triangulum designandum est.



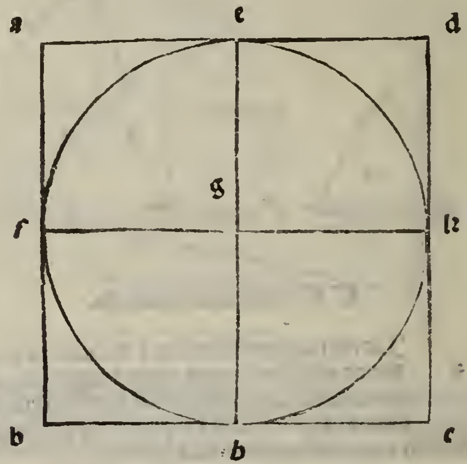
Intra datum triangulum circulum designare necesse ẽ.



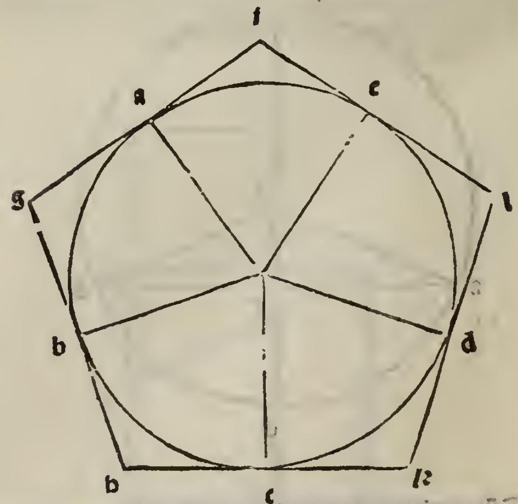
ℭ Intra datum circulum quadratum aliquod describere vtile est.



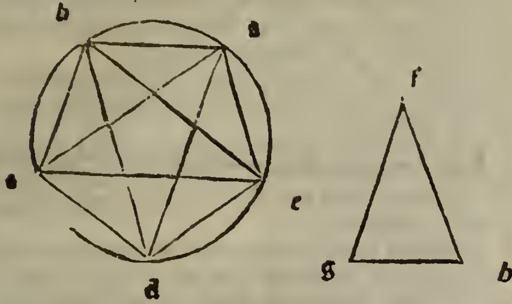
ℭ Intra propositum quadratum circulum designare.



ℭ Circa datum circulum quinquãgulum equilaterũ et equiangulum designare geometre precipiunt.



❡ Intra datum circulum quinquāgulum: quod est ęquilaterum atq; ęquiangulum: designare non disconuenit.

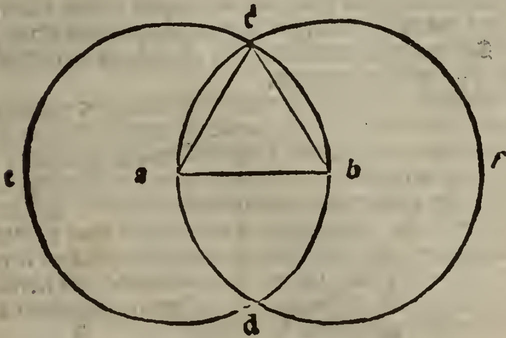


❡ Nam oīa quecūq; sunt: numerorū ratione sua cōstant Et proportionabiliter alij ex alijs ꝯstituuntur circūferētie ęqualitate multiplicationibus suis quidem excedentes: atq; alternatim portionibus suis terminum facientes.

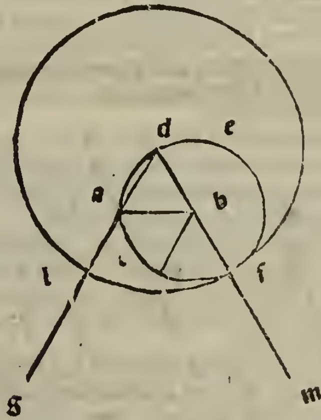
❡ De figuris geometricis.

Supra positarum igitur speculationib⁹ figurarum ab euclide succincte obscureq; prolatis: et a nobis verbum videlicet de verbo exprimentibus strictim translatis quędam iteranda repetendaq;: vt anim⁹ lectoris non obscuritate deterreatur: Sed a nobis poti⁹ alicuius exempli luce infusa delectet̃: videntur. Sunt enim a nobis quedam huic operi inserenda huic arti valde necessaria: ⁊ supradictis respondentia: Et subsequentibus conuenientia. ad quę intelligenda quicūq; in nostrorum arithmeticorum theorematib⁹ instructus accesserit: expeditiori intelligentia ducitur.

❡ Supradictum igitur est: supra datā rectam lineā terminatam triangulum ęquilaterum constituere oportere Sed nimis iuolute. Quadere huius exempli notā subiecimus. Sit data recta linea terminata .a.b. oportet igit̃ super eam quę est .a.b. triangulum ęquilaterum constituere ⁊ centro quidem .a. spacio vero .a.b. circulus scribatur .b.c.e.d. Et rursus centro .b. spatio autem .a.b. circulus scribatur .a.c.f.d. ⁊ ab eo puncto quod est .c. quo se circuli diuidunt: ab ea puncta quę sunt .a.b. adiungantur. Rectę linęę .c.a.c.b. Qm̄ igitur .a. punctum centrum est b.c.e.d. circuli: ęqua est .a.b. ei que est .a.c. rursus quoniam .b. punctum est centrum .a.c.f.d. circuli: ęqua est .a.b ei quę est .b.c. Sed ⁊ .a.b. ei quę est .c.a. ęqua esse mōstrata est: ⁊ .a.c. Igitur ei quę est .b.c. erit ęqualis. Tres igit̃ quę sunt .c.a.a.b.b.c. ęquę sibi inuicem sunt. ęquilaterum igitur ē .c.a.b. triangulum. Et constitutum est supra datam rectam lineam terminatam eam quę est .a.b. quod oportebat facere.

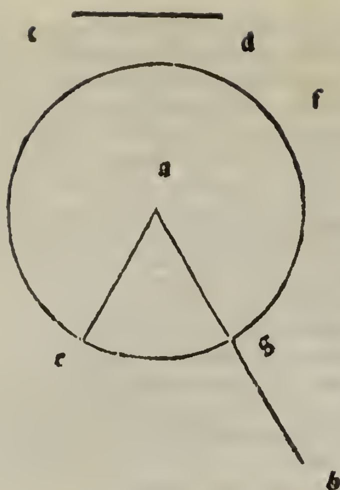


❡ In superioribus vero dictum est ad datum punctū datę rectę linęę ęqualem rectam lineam collocare oportere Sed huius artis expertib⁹ obscure difficulterq;. Sz nos animum lectoris quasi introducendo oblectantes huius subsequentis figurę explanationem positis litterarum linearumq; notulis patefacimus. Sit quidem datū pūctum .a. data vero recta linea .b.c. oportet igitur ad punctum .a. Recte linęę .b.c. ęquam rectam lineam collocare adiungatur enim ab .a. puncto ad .b. punctum recta linea ea quę est .a.b. Et constituatur super .a.b. Rectam lineam triangulum ęquilaterum quod est .d.a.b. Et eijciantur in rectum .d.a.d.b. recte linee ad .a.a.g.⁊.b.m. ⁊ cētro quidem .b. spatio autem .b.c. circulus describatur .c.f.e. ⁊ rursus centro quidem .d. spatio autem .d.f. circulus describatur .f.h.l. Quoniam igitur .b. punctum centrū est .c.f.e. circuli ęqua est .c.b. ei: quę est .b.f. Rursus qm̄ .d. punctum centrum est .f.l.h. Circuli: ęqua est .d.l. ei q̄ est .d.f. Quarum ęqua est .d.a. ei que est .d.b. ⁊ ęquilaterum enim triangulum est id quod est .d.a.b. Reliq̄ igit̃ .a.l. reliquę .b.f. existit ęqualis. Sed ⁊ .b.f. ei que est .b.c. ęqua esse monstrata est. Et .b.c. ei que est .a.l. erit ęqualis Ad datum igitur punctum id quod est .a. datę rectę linęę ei quę est .b.c. ęqua locata est ea quę est .a.l. quod oportebat facere: vt subiecta descriptio monet.



❡ Tertio igitur loco superius ab euclide prolatum est: duabus rectis lineis inęqualib⁹ propositis a maiore minori ęquam rectam lineam abscindere conuenire. Sed nimis strictim: Et ob id confuse inuoluteq;. Nos vero vt animus lectoris ad enodatioris intelligentię accessum: quasi quibusdam gradibus ducatur: huius descriptionē formulę subiecimus. Sint datę duę rectę linęę.

❡ Inęquales .a.b.c.d. ⁊ sit maior .a.b. oportet igit̃ a maiore .a.b. minori .c.d. ęquam lineam abscindere. collocetur enim ad .a. punctum ei quę est .c.d. ęqua ea que est .a.e. Et centro .a. spatio vero .a.e. circulis describatur .e.d.f. quoniam igitur .a. punctum centrum est .e.g.f. circuli: ęq̄ est .a.e. ei: quę est .a.g. Sed ⁊ .c.d. ei quę est .a.e. erat ęqualis. ⁊ .c.d. ei quę est .a.g. erit ęqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inęqualibus eis quę sunt .a.b.c.d. a maiore que est .a.b. minori quę est .c.d. ęqualis abscisa ē ea quę est .a.g. quod oportebat facere.



¶ His etiam compendiosis: & tamen huius artis rudibus per necessariis introductionibus lector initiatus: si in aliquibus superius propositis vacillando abhorreat: per se similes figurarum descriptiones sine omnis impedimenti reclamatione adinuenire potest & componere.

¶ Sed iam ipsus est ad geometricalis mensę traditionem ab archita non sordido huius disciplinę auctore latio accōmodatam venire: si prius pręmisero: quot sint genera angulorum: Et linearum. Et pauca dixero de summitatibus & extremitatibus.

¶ Rationabilium Ergo angulorū genera sunt tria hoc est Rectum. hebes. acutum & habens species Nouem: Tres rectarum linearum: tres autem rectarum & circūferentium. Et tres hebetis & circūferentium.

¶ Rectus angulus est orthigrāmos. idest rectis lineis comprehensus: latine normalis appellatus. Quotiens vero recta linea super rectam lineam stans. pares angulos fecerit: & linea perpēdicularis iuncta fuerit: efficiet rectiangulum triāgulum.

¶ Hebes angulus est plus normalis hoc est rectianguli positionem excedens. qui & si triangulus secundum hanc positionē constitutus fuerit: perpendicularis extra finitimas lineas habebitur.

¶ Acutus autem angulus est compressior Rectior: qui si a recta linea: quę sedis loco fuerit: Rectam lineam secūdū suam inclinationem emiserit: similiqꝫ cohibitione Rectam lineam in occursum exceperit: efficiet triangulum: qui perpendicularem intra tres lineas habebit.

¶ Linearum vero genera sunt tria rectum: circūferens: flexuosum.

Recta linea itaqꝫ est que ęqualiter in suis signis posita est: que ęqualiter īplanitie posita non concurrit.

¶ Circūferens vero linea est: cuius signa ex vtraqꝫ parte curuata. & a se inuicem distantia non concurrunt: quę signa si conuenerint: circulus non circūferens linea debꝫ appellari. Flexuosa autem linea est. multiformis velut arborum aut fluminum: cęterumqꝫ signorum: in quorū similitudine & arcifiniorum agrorum finitur extremitas Et multorum que similiter in ęqua linea sunt formata naturaliter.

¶ Sūmitatium igitur genera sunt duo. summitas et plana summitas. Sūmitas est secundum geometricaꝫ appellationem: quę longitudine latitudineqꝫ protenditur.

¶ Summitatis autem fines lineę sunt.

¶ Plana vero summitas est. que ęqualiter. Rectis lineis vndiqꝫ versum finitur.

¶ Omnium autem summitatuꝫ in vintiundo due sūt obseruationes & enormis. Et liquis. enormis vero ē: quę per omne latus rectis lineis continetur.

¶ Liquis autem est quę muniendi laboris causa & salua rectorum angulorum rationū secundum ipsas extremitates subtenditur.

¶ Extremitatum quippe genera sunt duo: vnum quod pro rigore. Et alterum quod seruatur pro flexuoso. Rigor est quicquid inter duo signa. veluti in modum lineę directum prospicitur.

¶ Flexuosum vero est. quicquid secundum naturam locorum curuatur. Nam quod in agro a mensore operis causa ad finem directum fuerit. rigor appellatur: quicqd ad horum imitationem in forma scribitur: linea appellatur.

¶ Bini rigores sunt quando singulis spaciis interuenientibus tendunt: vt itinera plerumqꝫ pergunt.

¶ Nosse autem huius artis despicientem: quid sint digiti quid articuli. quid compositi quid incompositi numeri. Quid multiplicatores. quid vel diuisores: ad huius forme speculationem: quaꝫ sumus traditurī: oportet.

¶ Digitos vero quoscunqꝫ infra primum limitem id ē omnes quos ab vnitate vsqꝫ ad denariam summam numeramus: veteres appellare consueuerunt.

¶ Articuli autem omnes a deceno in ordine positi. Et in infinitum progressi nuncupantur compositi quippe numeri sunt: omnes a primo limite idest. a decem vsqꝫ ad secundum limitem. i. xx. cęteriqꝫ se se in ordine sequentes exceptis limitibus. incompositi autem sunt digiti omēs annumeratis & omnibus limitibus.

¶ Multiplicatores igitur numeri mutua in se met Replicatione voluuntur. idest interdū maior minoris: interdum autem minor maioris multiplicator existit. Interdum vero numerus in se excrescens multiplicatōis augmenta suscepit. Diuisores autem maiorum semper minores constituuntur numeri.

¶ De ratione abaci.

P Risce igitur prudentie viri pythagorici dogma secuti: Platonicęqꝫ auctoritatis inuestigatores: Speculatoresqꝫ curiosi totum philosophie culmē in numerorum vi constituerunt: Quis enim Musicarum modulamina symphoniarum numerorum expertia censendo pernoscat: Quis ipsius firmamenti sydera corpora stellis compacta naturę numerorum ignarus deprehendat: ortusqꝫ signorum. Et occasus colligat.

¶ De arithmetica vero geometrica quid attinet dicere: cum si vis numerorum pereat: nec in nominando appareat. De qua quia in arithmeticis & in musicis sat dictum est: ad dicenda reuertamur.

¶ Pythagorici vero ne in multiplicationibus & partitionibus & in podismis. aliquando fallerentur: vt in omnibus erant ingeniosissimi & subtilissimi descripserunt sibi quandam formulam: quam ob honorem sui preceptoris mensam pythagoream nominabant: Quia hoc quod depinxerant magistro premonstrante cognouerant. a posterioribus appellabatur Abacus. vt quod alta mente conceperant: melius si quasi videndo ostenderent in notitiam omnium transfundere possent: Eamqꝫ subterius habita sat mira descriptione formabant.

¶ Superius vero digeste descriptionis formula hoc mõ vtebant. Habebãt eni diuerse formatos apices: vel caracteres. Quidã eni huiuscemodi apicũ notas sibi cõscripserant: vt hec notula respõderet vnitati. I. Ista vt binario. . tertia vero tribus. Quarta autẽ quaternario. Hec ãt quinque ascribe/retur. Ista vo senario. Septima ãt septenario cõueniret. Hec vero octonario. 8. Ista vero nouenario iungeretur. Quidã vero in huiꝰ forme depictõe ceu lrãs alfabeti assumebant sibi hoc pacto: vt littera: que esset prima vnitati. Secũda binario. Tertia ternario: ceteraeqꝫ i ordine naturali numero insignitas ⁊ inscriptas. tñ mõ sortiti sũt. Hos ⁊ enl apices. ita varie ceu puluerem dispergere in multiplicando: et indiuidendo consuerunt: vt si sub vnitate naturalis numeri ordinẽ iam dictos caracteres adiũgendo locarent. Nõ alij qꝫ digiti nascerentur. Primuz aũt numerũ. i. binariũ. Unitas eni (vt in arithmeticis ẽ dictũ) numerus non est: Sz fons ⁊ origo numerorum x. in scripta ponentes. xx. ⁊ ternariũ. xxx. ⁊ quaternariũ xl. ceterosqꝫ in ordine sese sequentes proprias secũdũ denominationes assignare constituerunt. Sub linea vero centeno insignita numero eosdẽ apices ponẽtes binariũ. cc. ternarium. ccc. quaternarium. cccc. Ceterosqꝫ certis denominationibꝰ respondere decreuerunt. In sequentibꝰ vero paginularũ lineis idẽ facientes nullo erroris nubilo obtenebrantur.

¶ Scire aũt opz ⁊ diligenti examinatõe discutere i multiplicãdo ⁊ partiendo cui paginule digiti: ⁊ cui articuli sint adiũgendi. Nã singularis multiplicator decẽ digitos in decenis: articulos. in centenis. Idem vero singularis multiplicator centũ digitos in centenis: articulos in millenis. Et multiplicator milleni digitos in millenis: ⁊ articulos in decennis millenis. ⁊ multiplicator centeni milleni digitos in centenis Mill. articulos autem in Mill. millibꝰ habebunt.

¶ Decenus aũt sũmet ipsius multiplicator digitos in pagina. C. inscripta: articulos in millenis. Et multiplicator centũ digitos in Mill. ⁊ articulos i. x. ⁊ multipl. Mill. digitos i. x. ⁊ articulis in. c. ⁊ multipl. Centũ milleni. Millia habeb. Centenꝰ vero eque sumet ipsiꝰ multiplicator digitos i. x. ⁊ articul in. c. ⁊ milleni multiplicans digitos i. c. ⁊ articul i. x. c. ⁊ centenũ millenũ multiplicans digitos i. x. M. i. ⁊ articulis. m. c. M. i. ⁊ decenũ. Millenũ multiplicans digitos i. M. i. ⁊ articulis i x. M. i. subtendet. Millenꝰ itidẽ se ipsum multiplicãs digitos i. x. c. ⁊ articulis i. c. ⁊ centeni milleni multiplicator digitos in. c. M. i. ⁊ articulis i. M. i. ⁊ decenum millenũ excrescere faciens digitos i. x. M. milia. Et articul. i. c. M. i. habere dinoscet. Decenus aũt millenus multiplicator centum milleni: digitos i. M. M. milia: ⁊ articul i. x. M. i. seqꝫ ipsũ ad augens digitos i. c. M. i. ⁊ articulis i. M. M. i. habere dep̄rehẽdet. Centenus aũt millenꝰ se ipsũ multiplicãs digitos i. x. M. i. Et articul. c. M. i. supponit.

¶ De diuisionibꝰ rubrica.

D Iuisiones igit quãtalibz iã expte lectoris animus itroductus facile valet dinoscere. Breuiter. ⁊ eni de his ⁊ sũmotenus dicturi: siquę obscura interuenerint: diligenti lectorũ exercitio ad inuestiganda cõmittunꝰ. Si decenus ꝑ se vel centenus ꝑ se: vel vlteriores ꝑ semetipsos diuidendi proponant: Minores a maioribus quo ad vsqꝫ diuidant: sũt subtrahẽdi: singularẽ aũt diuisorẽ decẽ ⁊ centeni: aut milleni aut vlteriorũ: vel decenũ diuisorez se sequentiũ sumpta differentia eos diuidere opz. Cõpositꝰ aũt decenꝰ cum singulari ꝑ secundas vel tertias. Et deinceps secũdũ denominationem partiũ decenũ vel simplicẽ: vel compositũ diuisurus est. Centenũ vero millenũ vel vlteriores ꝑ decenum cõpositum: si diligens inuestigator accesserit: sum

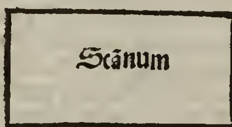
pta differentia ⁊ primis articulis diuidendo: vel secun datis appositis auctis aūt diuidendo suppositis diuidi posse pnoscet: Centenus aūt. M. singulis cōposit⁹ cētenū, vel millenū hoc pacto diuidere cognoscit. Sūpto igitur vno diuiden torū qđ residuū fuerit: diuisori ē coęquādū: ⁊ qđ supabundauerit: sepositis reseruandū. Singularis aūt vel vt alij volunt munitū p coequationē maiorū ē multiplicandū. Et digitis qdē profecta differētia supponenda: articulis aūt iperfecta ē preponēda: ⁊ pri⁹ se moto integra adiūgēda. Et hec differentia ⁊ si forte aliquis seclusus sit: significauit qđ residuū fit ex diuidēdis.

C Hec vo breui itroductione plibantes: siqua obscure sunt dicta: ne tedio forent pretermissa: diligentis exercitio lectoris cōmittim⁹ terminū hui⁹ libri facientes: Et q̄si ad ulteriora sequentiū nos cōuertentes.

C Explicit liber primus.

Incipit liber secūdus geometrice. Rubrica.

s Uperioris vero tractatu voluminis oīa geometrice artis theoremata quāuis succīte tamen sunt dicta. Sʒ podismorū noticiā hic liber q̄ si q̄stionari⁹ oium podismaliū questionū scrupulositates incūtanter absoluet enodando veteres ⁊ eni agrimēsores oēm mēsure quadraturā dimidio lōgiorēʒ latiorē ve facere consuerūt. Et quod i latitudine lōgi⁹ fuerit: scānū. Et qđ in lōgitudine lōgi⁹ appellare voluerūt vt subiecta docet formula.



C De mensuris rubrica.

p Risci igitur podismatici cautissimi dispectores duodeci mensurarū genera ɔstituerūt: quibus cū vellent: formarū agrorūq̄ʒ emetirētur areas: Quorū hec sunt nomina miliariū stadiū: act⁹ decē peda: que eadē ⁊ pertica passus: gradus: cubitus: pes: semipes: palm⁹ vncia: digitus. miliariū vero v. milia pedū protēsiones habere sancitū ē. Stadiū aūt de. xxv. pedes habere ɔstat. act⁹ trifariā diuidit iminimū in q̄dratū. in duplicatū act⁹ minim⁹ quatuor tm̄ pedib⁹ in latitudine. ⁊ c. xx. pedib⁹ i longitudine protēdit act⁹ vero q̄drat⁹ ex oi latere. c. xx. pedib⁹ ɔcludi t: act⁹ aūt duplicat⁹. cc. xl. pedes explicat.

C Decēpeda pedes decē colligit. passus. v. gradus. ij. s. cubit⁹. i. s. pedes habere dinoscit. Pes aūt palmos habet q̄tuor semipes. ij. palm⁹ vero q̄tuor digitorum protēsione cōpletur. De vnciali vero ⁊ digitali mēsura melius: cū de vncialib⁹ ⁊ notis ⁊ noib⁹ in sequentib⁹ disputauerim⁹: dicem⁹: Enodatiusq̄ʒ cū dempnētor minutorūq̄ʒ subtilitatib⁹ pmiserim⁹: eloquemur. Nūc ad sequētis tractat⁹ en arrationē redire nos ɔuenit. Si pri⁹ quid pes porrect⁹: qd ɔtractus: quidq̄ʒ sit q̄d ratus: demōstrauerim⁹. Pes aūt porrect⁹ dr. Ubi tm̄ pedalis mensura i longo pnoscit. Cōtract⁹ aūt pes ille diiudicat: i quo lōgitudo latitudoq̄ʒ cōsiderat. Quadrat⁹ vo pes habet Ubi trinę dimēsionis ɔsideratio ięqualitate censet. Sʒ iā tps est ad id quod instituim⁹ accedere.

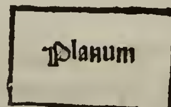
C De mensura ⁊ trib⁹ dimēsionib⁹ rubrica.

q Uāuis et in supioris libri pricipio: qd sit mēsura designarem⁹: libet tm̄ spāliter hui⁹ artis speculatoribus satisfaciendo scdm iuliū frontinuʒ geometrice artis ispectorē prouidissimū quid sit mensura definire.

m Ensura qppe est cōpluriū: ⁊ inter seęqualiuʒ interuallorum longitudo finita. geometrice āt artis mensuralis speculatio trinę dimensiōis. idest longitudinis. latitudinis crassitudinis consideratione colligitur. Et vt enucleati⁹ Resoluatur: Recto plano solidoq̄ʒ dinoscitur. Rectū est quod lōgitudine solū mensurando cēsetur: vt lineę portic⁹. stadia miliaria. Fluminū latitudines. ⁊ alia quaʒ plura longa protensione directa: vt lineę infra depictę descriptio notat.

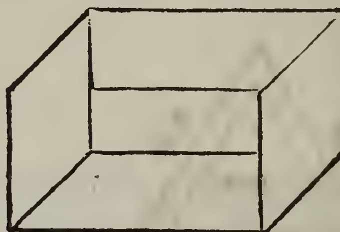
Rectum

C Plenū est quod a grecis dr epipedon: a nobis auteʒ ɔstracti pedes: quod p longitudinē latitudinēq̄ʒ considera tur: vt agrorū planities: ⁊ ędificiorū areę absq̄ʒ tectorijs operibus ⁊ laquearib⁹ ac tabulatis ⁊ his similibus: vt subiecta formula docet.



C Solidum ēt ē: quod greci stereon vocāt nos aūt quadratos pedes: quod ⁊ longitudinē ⁊ latitudinē crassitudinēq̄ʒ habere cōprobatur: Ut edificiorū: pilarū: piramidūq̄ʒ: nec nō ēt macerię lapidū: aliaq̄ʒ multa: vt subiectę notant formulę.

Solidum



C De podismis rubrica.

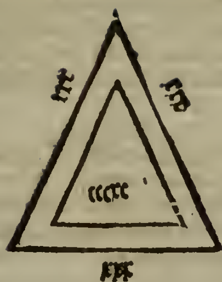
s Ed iā tēpus ē prodismaliū notitiā questionū vt promisim⁹: narrādo attigere: ⁊ de inuestigāda pedature speculatione. protin⁹ dicere. De trigonis vero q sicut ternari⁹ naturaliter p̄cedit quaternariuʒ: ita sunt preponendi tetragonis: ⁊ pētagonis ceterisq̄ʒ imprimis dicendū eē censeo.

C De trigonis rubrica.

s Unt aūt trigonorum genera principalia sex. isopleurum. Isosceles scalenū orthogoniū. ambligoniū. oxigoniū: quorū oīum in seq̄ntibus formas ⁊ pedaturas explanabimus.

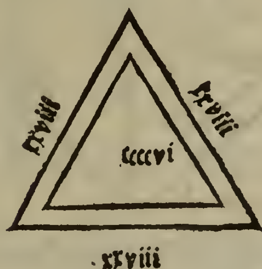
C De Isopleuro rubrica.

t Rigon⁹ igitur isopleurus: qui pręcedentis libri pene pricipio ęquilaterus triangulus dictus ē: paria latera habere cōprobat. Ponat ergo isopleurus in singulis habēs laterib⁹ pedes. xxx. huius embadum idest area tali modo ē inuestigāda. Sūma ⁊ enim vni⁹ lateris p se multiplicata. dcccc. numerum complet. ex ijs. Si qngenta ⁊. x. subtrahantur. relinquūtur. cccxc. tot pedes hui⁹ trigoni isopleuri embadum colligit. Nā cathetum pedibus. xxvi. constat protendi: Qui si p vni⁹ lateris dimidiū. i. p. xv. multiplicati excreuerint: embadū complent. aut si vni⁹ lateris ps tertia p ternarium: ⁊ denarium augebitur. ccc. nascētur. Si vero summā lateris vnius p eundem ternarium multiplicabunt nonaginta reddent. qui superioribus. ccc. iuncti. cccxc. facient. idest aream supradci trigoni. sit aūt predcōr infra facta depictio.





Est sunt lector i huiusmodi investigatoib⁹ aliquo erroris z liciti e nubilo ppediat. Eiusde igitur trigoni Isopleuri. i. parib⁹ laterib⁹ solidi manifestatois exéplar subijciem⁹. esto age isopleur⁹ Cuius latera singula. xxviii. pedes colligant: Quorum si vnu per se augmentatu excreuerit. D. cc. lxxxiiii. summa ɔsurget. Cui si vni⁹ lateris numerum aggregaueris. D. cccxii. nascent. horu supra scripta. Medietate aream supradci isopleuri per notabis: vt subiectę descriptois formula docet.

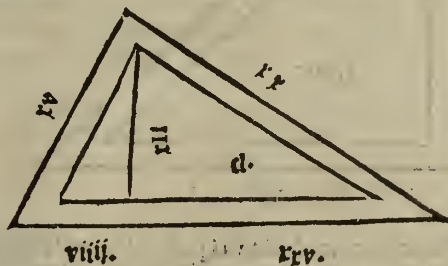


Ui⁹ aut iā sępe dicti trigoni: vt lateris vniuscuiusq mēsurā ingsit⁹ qs inuestigare valeat: z dicere: apertissimū dabim⁹ rōnis experimētū. Proponat itaq si areā. cccvi. pedib⁹ ptendi ɔsiterit: quot pedū planitudines lat⁹ vnūquodq colligere pernoscat. Ducat ergo supra scripta area octies: et in. iii. ccxlviii. numerū ɔsurgit. Huic si vnū addat fiūt. iii. ccxlviiii. hui⁹ sūme latus si sūpsero: erit quiquaginta. vii. Cui si vnitas subducta fuerit. lvi. Relinquunt: Quorū si mediū ad inuestigauero. xxviii. fiūt. Tot itaq latus quodq Isopleuri pedibus ptenditur.

Isosceles autē: qui ab euclide geometrice peritissimo duo tm latera hñs ęqualia est determinatus: secundus i ordine trigonorū constituit. Cuius si latera bina imparibus numeris. i. xxv. ptendant pedib⁹: q̄tuordeci pedalia spatia basis habere pernotat. Restat igitur vt quot pedes arealis cathet⁹ colligat: requiramus. si vero medietas basis. hoc ē. vii. per se multipliceſ. xlviiii. nascent. Mēsuram autem vnius later is si per se idest. xxv. multiplicaueris. D. c. xxv. Reddes: ex quibus si. xlviiii. seposueris. D. lxxvi. relinquuntur. Quorum si latus acceperis xxiiii. erunt tot pedibus cathetum huius trigoni constat protendi. Area autem quot pedes habeat: sic est faciēdū vt inueniatur. Medietas rursum basis sumenda ē idest vii. quos. vii. si per cathetum idest per. xxiiii. multiplices. clxviii. efficies: tot pedum est supradicti trigoni area.

De scaleno. Rubrica.

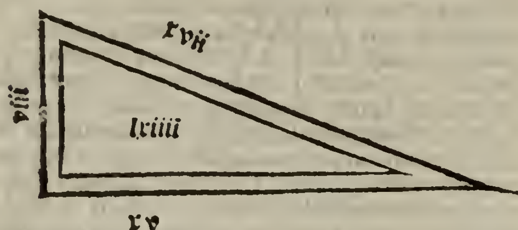
Scalen⁹ igit ab euclide tria hñs latera inęqualia determinat⁹ ē. Sed nos numero ei⁹ figure apta dabim⁹ exēplaria. pponat itaq scalenon trigonus: q a latinis cune⁹ appellat: cui⁹ minoris lateris declive. xv. pedes colligat. basis aūt. xxv. pedalia pnoteſ habere lineamēta. Quot vero pedib⁹ hui⁹ trigoni cathetus. Et embadū ptendaſ: Restat: vt queratur. Ducatur ergo minoris lateris sūma multiplicando i se fiunt. ccxxv. Itē basis si p se multipliceſ. dcxxv. excrescūt quib⁹ in vnū cōpactis. dcccl. nascenſ. Hāc igiſ se mouendo seclusā maioris lateris sūmaz i se multiplicari condecet. Quę multiplicatio. cccc. numerū adducit. Quē videlz cccc. numerū si de pri⁹ se posita sūma. i. de. dcccl. abstuleris cccl. relinquūtur. Horū si mediuz sumpseris. ccxxv. Explicabis: quib⁹ si summa basis vel. xxv. mata ps auferat: Nouenari⁹ erit. tot pedib⁹ hui⁹ trigoni contineſ pcisura: vel eiectura minor. Restat vt cathet⁹. quot habeat pedes reqraſ. Multiplicetur ergo min⁹ lat⁹ p se sicut supra. ccxxv. pdeūt. Rursus z augumētata minoris pcisurę p se sūmula. lxxxi. pducit. Hos si aufers ex in se ducto latere. cxliiii. supersunt. Quor duodenari⁹ eē dinoscitur latus tot pedes hui⁹ trigoni cathet⁹ colligere phibeſ. Areę vero podism⁹ tali mō repitur. Mediaſ ergo cathet⁹ basim vel. xii. xxv. ccc. consurgent. Quorū medietate sępe dicti trigoni scaleni embadum podismatur: vt in subiecta: figura notatur.



De orthogonio Rubrica.

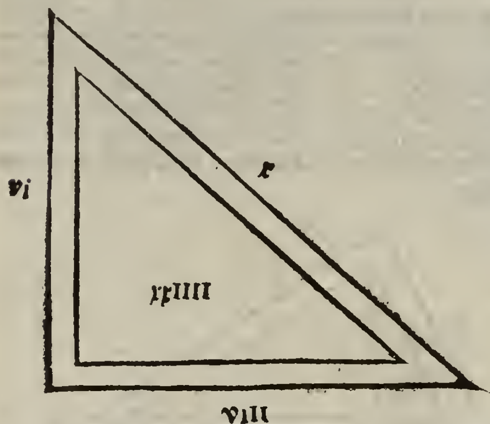
Uarro nimirū loco trigon⁹ orthogoni⁹ ab Euclide iseritur: z vnū rectū hñs angulū ɔsignaſ inęqualia ɔtinēs latera: quem nos ipso auditu difficiliorē cęteris obscuriorē q̄ esse arbitramur Et iō pliriorē i ei⁹ explanatione morā faciem⁹. Esto modo trigon⁹ orthogoni⁹: cui⁹ cathetus pari numero isignit⁹ vel. viii. pedib⁹ mēsuratus ptendiſ. Cui⁹ si latera ignorant: hoc mō inuestigari ab arcbita pcipiunſ. Sumaſ ergo su pradicti catheti medietas. i. iiii. z p se multipliceſ. Et. xvi. excrescent. Quib⁹ si vnitas subtrahatur. xv. apparēt. Tot pedū hui⁹ trigoni basis eē cognoscitur. Predicte aūt p medietate in cathetis sūmę adauctę. si vnum addaſ: erūt pedes ypotemisę. xvii. Per eādē itē sūmam idest p. xvi. embadū est inueniendū. ducaſ ergo huius

finitę medius per catbetum τ.lxiiij.consurgent: q areę cō plent supputationem. quod patenter in subiecta forma declaratur.

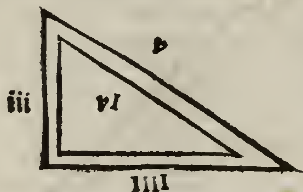


Ꞓ De eodem rubrica.

Onemur itaqꝫ huius orthogoni apertaꝫ τ rationem τ per paris τ imparis numeri quantitatē instituere dscriptionē ascribatur ergo in primis par numerꝰ catheto.i.vi.cuiꝰ medietate in se augumētata.viiij. puenīūt. Cui si fm nostri precepti normulaꝫ supiꝰ dsignataꝫ vnū auferatꝰ. octonarius erit basis huius trigoni.cuiꝰ medietas.s.q̄ternariꝰ p cathetū multiplicata fm q̄ supradictū est: aream cōplet. p cathetum τ basis ē hypotēmise pedaturaꝫ sine vlliꝰ reclamatione inquisitus dicere facillimum τ apertum nostre auctoritatis exēplum dabimus. multiplicetur τ enim per suam quantitatem medietas huiꝰ trigoni catheti. τ sūmę quę ex hac multiplicatione prouenerit: vnitas aggregetꝰ erit ypothemisse pedatura: eidē aūt si auferatur vnū: erit basis sitqꝫ huius rei hęc facta descriptio.



Ꞓ Instituamus ergo huius trigoni orthogonij per iparem numerum probabilem explanationem. Annotetur Cathetus impari numero idest.iii.quem si in se duxeris viiij.explicabis.quibus vnitate subducta octo supsunt quorum medium si summatur: basis orthogonij huiꝰ pedatura fore comprobatur.

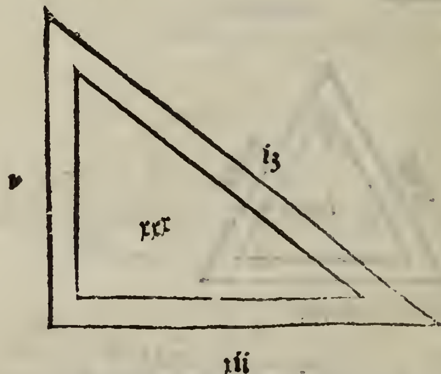


Ꞓ Huic vero basi vel medietati vel.iiii.si vnū aggregaueris ypothemisam trigoni cōprobabis.embadum vt supra dictū est: repiatur.i.cathetus p medietatē huiꝰ basis excrescat: vt infra cernit pictura.

Ꞓ Ne aūt huiꝰ disciplinę curiosū idagatores aliq̄ fallat obscuritas: de hoc eodē orthogonio iterato disputare non piget. Est enim alia ueniendi cathetū τ basim τ ypotemisam ratio. Ponatꝰ ergo cathetus.v.pedibꝰ ptensus quē si multiplices p sui quātitatē.xxv.notabis.basis au tē.xii.habeas pedes inscribatꝰ.que si sicut cathetus in se creuerit.c.xliiii.nascentur.

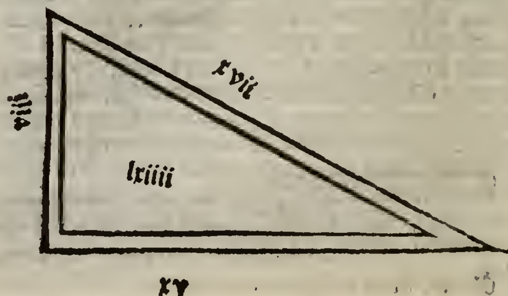
Ꞓ Illę sūme.i.xxv.τ.cxliiii.copulate.clxviiii.restituēt. Hor latꝰ.xiii.eē manifestum.i.ypotemisaꝫ supra dicti trigoni. Deniqꝫ si ypotemisaꝫ p se augendo duxeris: par supra copulatę quātitati.i.clxviiij.reddes. De qbꝰ si cathet ū in se ductū subduxeris.cxliiii.residui sunt.quorū latꝰ.i.xii.basim restituit. Ex ypotemisa vero p se multiplicata: Si qs basiꝫ in se ductaꝫ hocē ex.clxviiii.cxliiii. subtraxerit: Nō plusq̄.xxv.Remanēt. Horū latus .i. v.cathetum constituit: areaꝫ aūt basis medietas τ cathetus cōmultiplicati metiuntur.

Ꞓ Itē per cathetū basis edicere pedaturaꝫ in hoc trigono ꝯdecet. Sit mō supra cathetus.v.hic vero ī se ductꝰ. xxv.ꝯstituit. Huic si assē abstulero.xxiiii.pgredietꝰ.quorū mediū basiꝫ efficit. Rursuꝫ aūt si basis q̄titati eandē adiecero vnitatē: ypotemisaꝫ explicabo. si aūt p cathetum basis multiplicetꝰ.lx.pgreditꝰ sūma. Hor medietas embadō cōplet.



Ꞓ Itē de eodem Rubrica.

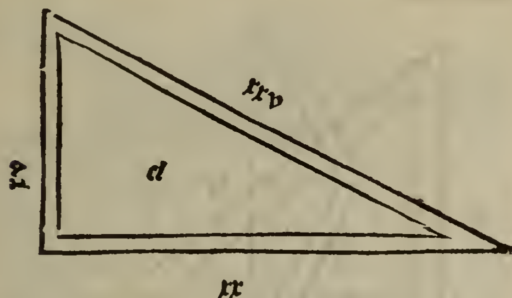
Liā insup hāc vestigia gradiēti normā huius trigōi obiꝫ ciēdo ꝑpōere curamꝰ: q̄tinus hāc caute idagātes cautissi ma ad id ad quod desiderāt accedere. ueritatis linea absqꝫ dubio pducat. pponatur igitꝰ eiusdē orthogonij descriptio hisdē quātitatibus: qbus ē circūsignata.s. cathetꝰ viii.ypotemisa.xvii.basis āt.xv.pedibꝰ dsignetꝰ. Nūc vero q̄ rōne p ypotemise podismuꝫ catheti: Et basis sūma pedalꝰ repiri valeat: dmōstrare studeamꝰ. multiplicemꝰ ergo sūmā ypotemise p se.τ.cclxxxviii.numerꝰ redundat. Cui si q̄ter ēbalidis q̄titas sbtrahatꝰ.xlviiii.reliquūtur. hor tetragōicū latus si igneris.vii.eē experieris. qō.s. vii.si copulāti catheto.τ basi aggreges.xxx.efficies. quor dimidiū basis ꝯstituit spatiū qndeci āt si ō aggregatꝰ.i.d. xxiii.abstuleris.viii.sup eē cathetū sine dubio cōprobabꝰ.



ℭ Item de eodem rubrica.

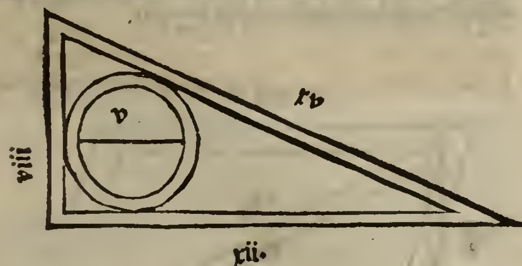
Esignemus iteꝝ iam dicti orthogonii formaz
o ⁊ aliis numeroꝝ q̃titatibus: vt cum aliquis vel p maiorē vel per minorē numeꝝ huius trigoni apertā tradere disciplinam cogatur: nullo errore labať. Esto age trigonus orthogonius: quē circunstant par vnus ⁊ duo ipares numeri par basi. uel. xx. impar vnus catheto hoc est. xv. alter uero ypotemise. i. xxv ascribatur. Embadalis āt ↄclusio fm supradicti nostri p̄cepti regulā ingrenda est hoc ē per multiplicationē dimidie basis ⁊ totius summe catheti ↄtinet. n. areę septuz. cl. ↄstractos pedes. Cathetus āt ⁊ basis tali sunt indigandi rōne ducať ergo ypotemisal summa in se. ⁊ in. dcxxv. Redundat. c ii si q̃tuor adijcianť embada. M. ccxxv. nascētur. quoꝝ tetragonale latus. i. xxxv. si excepis: summas. Utrasq; basis ⁊ catheti cōprobabis. Scire āt opꝫ ⁊ inuestigare: quo numero a se inuicē cathetus ⁊ basis distent Hic vero quis sit: manifestemus. Si igitur ypotemise nise multiplicate q̃tuor: quę adieci supius embada: subtrahā in. xxv. summā regrediť. Hoꝝ qnta ps differentiā tenet. i. v. quā si rursus duabus iunctis sūmis vl'. xx. ⁊. xv xl. per notabo' Horum medium cōplet basim.

ℭ Si autē eādem differentiā hoc ē. v. basi auferā: cathetum ↄstituam vt cerni pōt in subiecta figura'



ℭ De orthogonio circulo inscripto rubrica.

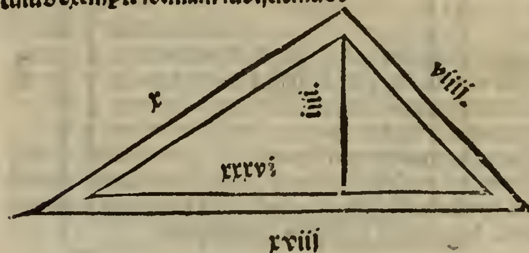
Num ēt qd arbitę iudicio in hoc eodē ortho
n gonio approbatuz ē: ⁊ euclidis diligentissima perscrutatōe prius ē rōnabiliter adinuentum: operęptium duximus nō eē pretermittenduz Est ēt sępe. vt disputator in geometrica: circulus si hoc orthogonio inscribať: quot pedes diametrus colligat: regrat qd ne victus ignorātia refutet aliqs se dicere: breuiter insinuamus rē huiusmodi. inscribať itaq; circulus orthogonio oēs lineas eius tāgens. hoc nimiꝝ facto cathetus ⁊ basis aggregenť in vnum ex cuius summę copulatione si ypotemise exceperis quātitatez: diametꝝ efficies iuncti. n. xii. ⁊. viii. i. cathetus ⁊ basis. xx. reddunt. Ex qbus si ypotemisā abstulero. hoc est. xv. diametrum. v. obtinere constituam quod subtus facta designat figura.



ℭ De ambligonio rubrica.

Uintus in ordine triāguloꝝ ambligonius ab
q euclide insertus obtusuz anguluz hñs dictus est: quē nos succinte apteq; explicando aggredimur. Nā si diligens lector superioris nostri documēti preceptis ⁊ formulis istructus accesserit: minime in hoc lababit. Constituať mō ambligonius: cuius basis. xviii numero ypotemisa āt maior. x. minor uero. ix. inscribantur. cathetus autē. iiij. summa insigniatur.

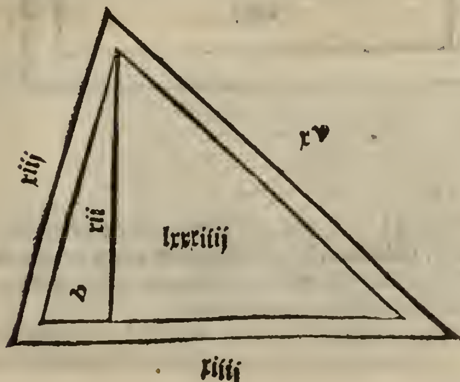
ℭ Ducatur ergo basis per catheti dimidiuz. hoc ē. xviij per binariuz ⁊. xxxvi. prodeunt. quę summa embadalis spacii planitudinē adimplet. Sz archbitas i cunctis vtēs rōne alio mō huius ambligonij areā repiri ↄstituit ñ hāc quę sumpta ē summā in hac aree planitudine. Sz minorē posse contineri existimās astruxit. n. cathetum per se ⁊ per binarium: vel per se ⁊ octonarium duplo se superantes multiplicari oportere. Et quātitatē: que hac ex multiplicatione proueniret areā ↄstituere: non vt. xxxvi. Sed. xxxii. in se colligeret arealis illa ↄtēplatio. quis qs autem huius iā dicti trigonij formas in plano designare disponat: a basis quātitate huiusmodi rē ingrediať. tali rōne: vt terminus minoris ac maioris ypotemise copulatus partio vincat terminum basis. hoc ē si basis. xx. mensureť pedibus. maior ypotemisa. xi. minor autē. x. insigniatur. Sz melius hoc qd numeris duximus: ostēdemus. si alicuius exempli formam subijciemus.



ℭ De oxigonio rubrica.

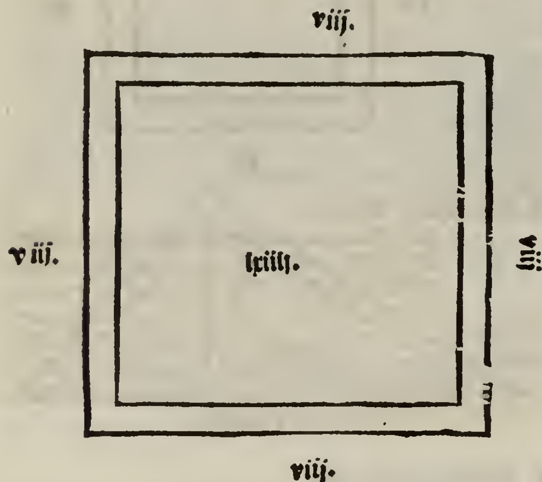
Estat vt dicamus de oxigoni speculatione qui
r sextus in trigonoꝝ descriptione ab euclide nō segni geometra ponitur acuti angulus decimi natus. esto igitur oxigonius: cuius minoris lateris terminus. i. minor ypotenusa. xiij. pedibus terminetur. maior autē. xv. ⁊ basis. xiiii. mensureť: cuius catheti: ⁊ embadi summa si ignorať tali rōne colligetur.

ℭ Ducať ergo lateris minoris q̃titas per se. clxix. redūdat. basis itē terminus si p se exerceat it. cxcvi. nascenť: q̃s vz summas si iunxeris. ccclxv. efficies. quo fcō multiplicet ēt termius ypotemisal' per se: ⁊ exurget. ccxxv. numerus. quē si de superius copulata summa secreuero: fiunt residui. cxl. hoꝝ medietas. lxx. eē pernotať. qd per basim dispersum qnqes ipsā in se retinet. Dñationis vero huius summā minor obtinet precisura: que per se adaucta. xxv. ↄstituit. Hos si de minoris lateris summa p se multipicata abstuleris. cxliiij. supersunt. quoꝝ tetragōale latus: quod. xii. ē catheti summā explebit. Aree ↄclusionem hoc mō iuestigare curato basis mediuz ducito per cathetum. i. vii. per. xii. ⁊ prouenient. lxxxiiij. Hanc summā cōplere areale huius trigoni pauimentum nō ignora describatur ergo huiusmodi de hoc figura.

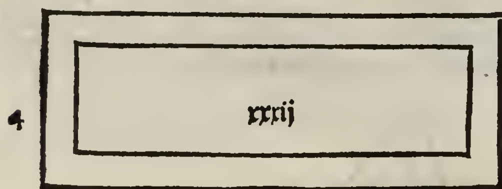


¶ Sed quia de trigonorum podismali consideratione i superioribus diligentium lectorū indagini explanauimus: superest. Ut ad tetragonorum speculationem transitum faciamus succe intum de his habituri tractatum.
¶ Quadratorū.n.ceteris facilior est collectio. Et primo quidem de normali tetragono tali modo ordiamur. Omnis igitur tetragonus normaliter constitutus latitudinem longitudine multiplicante arealem constituit planitudinem: Et podismū sine dubio absoluit. Ponatur modo tetragonus pari numero consignatus idest. viii. quos per se latitudinem per longitudinem multiplicans. lxiiij. efficiaz embadum videlicet subtus descripti tetragoni.

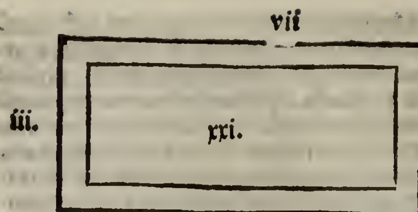
a



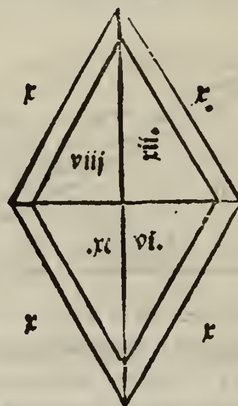
¶ Idem vero si per imparem numerū feceris: attente obstaculo eadem rō constabit. q normal' tetragonus ab euclide equilaterus atq3 rectiangulus nominatur a. Nichomacho autem in arithmeticis similiter appellatur.
¶ De parte altera longiori. rubrica.
c Tetragonus autem parte altera longior ab euclide quidem rectiangulum. Sed non equilaterum definitur a nichomacho autem eteromeres dicitur. Cuius quidem longitudo latitudinē multiplicans embadal' summe pedaturam: siue sint pares seu impares termini: demonstrat. sit modo parte altera longior tetragonus: cuius longitudo pedes. viii. Latitudo autem. iiij. vel longitudo. ix. latitudo autem. vi. vel. v. vel. iiij. colligat.



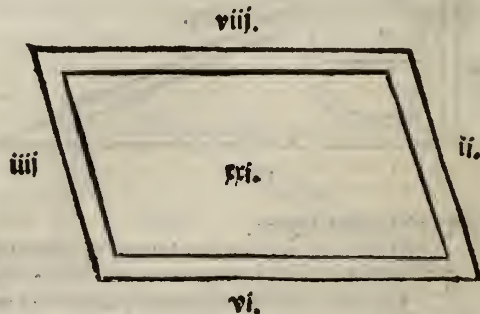
¶ Multiplicet ergo latitudo longitudinem idest. iiij. viii. xxxii. nascentur. hoc est area parte altera longioris tetragoni prouenient que he figurarum deformationes pari numero atq3 impari consignate.



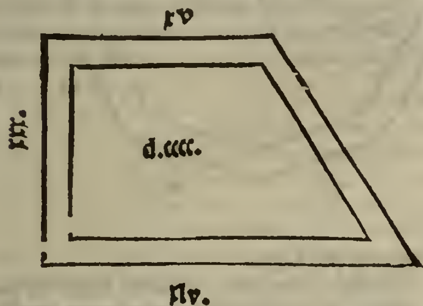
¶ De rombo rubrica.
b His vero iā dictis paralellogrāmis adiiciēdos rumbos. Et romboides tetragonos arbitramur. quāvis eniz aut angulariter: aut lateraliter a supradictis paralellogrāmis dissideant: tn̄ his sunt ad numerandi. Esto age rombus quadrilaterus singulis lateribus decene pedature summa conscriptus. diagoni aūt hoc est angularis linee directio bis sena numerice quātitate: cuius. vi. si p se augumentabitur. xxxvi. exurgēt. quos si ex basis termino p se multiplicato subtraxeris. lxiiij. Remanet. Horū tetragonale latus. i. viii. huius rombi cathetum constituit. Diagonus aūt per cathetū ductus embadalis sūme spatium ostendit. Hic aūt ab euclide equa habens latera: Sed non angulos equos nec rectos definitur. fit vero de hoc huius forme processio.



¶ De rombon rubrica.
c Euclides vero nec angulos equos: neq3 lata eq̄ hēns romboides determinādo pposuit: Quē nos quoq3 patentiori aditu formando numerosq3 ascribēdo rebabimus. Esto age romboides cuius vnū latus. viij. pedes scōm aūt q̄tuor. Tertiū vero. vi quartū vero. ii. harū vero summarū maximos terminos longitudinem optinentes si cōiungas. xiiij. efficies. quorum medietatem septenarius constituit. Minores autem sūmule in vnū redacte senariam quantitatē pficiūt: Cuius mediū ternarius adiplet. que videlicet medietates. vii. et iij. si p se multiplicabuntur: i. xxi. cōsurgent idest pedes areales tetragoni huius: vt infra apparet.

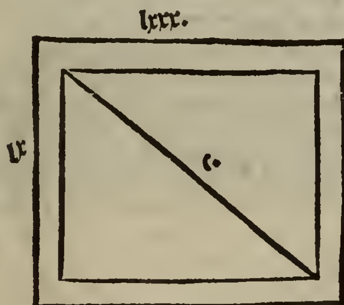


¶ Quis enim adiiciendum fore trapezium orthogonium non incongruum ducimus dupla et sesqualtera numerorum proportione lateraliter consignatum. ascribatur vertici summa quindenaria. catheto autem tricenaria duplo etiam transcendens: basi vero ad hanc sesqualteram servans habitudinem terminus contradatur. per has ergo summas area huius trapezii tali ratione constituenda est. adiungatur vertex basi. i. xv. xlv. et lx. terminus exuberat. Cuius pars dimidia si per cathetum multiplicabitur: aree pandit protensionem ut in medio scripta patet figura.



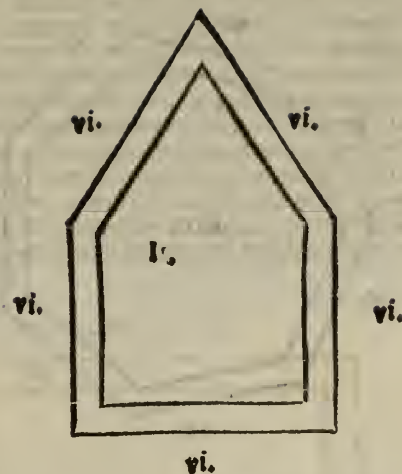
¶ De diagono adinveniendo rubrica.

s Epe autem evenire solet: ut in huius artis speculatione: quot angularis linee protensio horum. s. tetragonorum pedes obtineat: Requiratur. quod ne ignoret: facillimum aptissimumque huiusce rationis dabimus exemplar. Ponatur enim parallelogrammus. lx. orthogonius in longitudine. lxxx. Et in altitudine habens pedes. lx. longitudo vero per se augumentata. vi.cccc. explicat latitudo autem per se multiplicata. iii. d. c. efficit. que videlicet. vi.cccc. et. iii. dc. in unum summe redacte. x. restituunt. horum. s. x. tetragonale latus si sumpsero. c. pernotabo. hoc est diagonum huius parallelogrammi, orthogonii: ut infrascripta perspici potest forma.



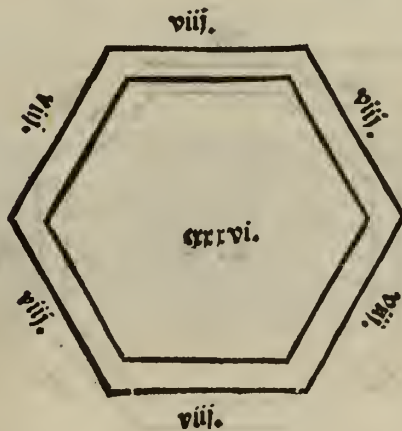
¶ De multiangulis figuris rubrica.

s Ed quia sufficienter breviterque de tetragonorum diximus rationibus: Restat ut de pentagonis. et exagonis: Ceterisque disseramus. Quis itaque pentagonus equis habitis lateribus lateris unius in se summa excrescente ac ter ducta: Rursusque eadem subducta: medietateque huius summe sumpta embaidalis spatii pandit superficiem. Esto modo pentagonus singulis habens lateribus pedes senos: Quos videlicet. vi. si per se duxero. xxxvi. Restituam. hos ter ductos in. cviii. numerum perstringam cui si abstulero lateris unius summam idest senarium. c. ii. explicabo quorum dimidium si accepero: aream istius descripti pentagoni adimplebo.



¶ De exagono Rubrica.

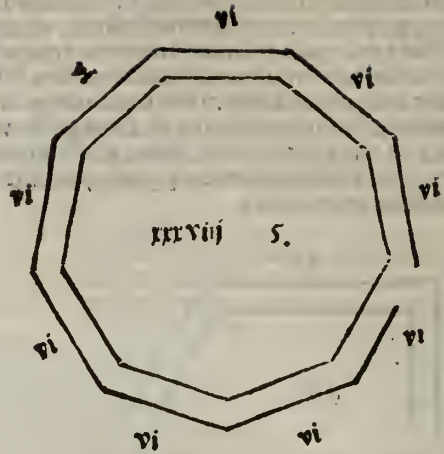
e Xagonus autem ordine in subsequenti dicendus inseratur. describatur enim exagonus. viii. lateraliter insignitus: Quem videlicet octonarium per se multiplicans. lxiiii. efficiam. hec summa S. lxiiii. quaterducta in. cclvi. redundat. bis videlicet. cclvi. si lateris unius quantitas idest. viii. bis ducta adiiciatur. cclxxii. apparent. Quorum medium Si sumpseris aream huius exagoni explicabis.



¶ De eptagono Rubrica.

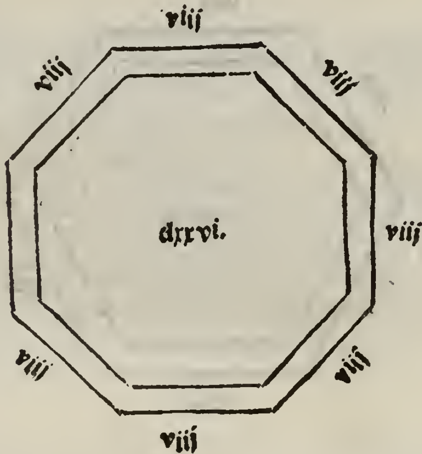
p Ost hec ut expediamus de eptagoni subsequentis ratione oportet. Qui videlicet eptagonus tertio hic inseritur loco septenarius quemadmodum in imparium numerorum tertius naturaliter ordine apparet. collocetur. et enim eptagonus senaria quantitate circumscriptus: cui si lateris unius summam per se multiplicaveris. xxxvi. pernotabis. que scilicet quantitas hoc est. xxxvi. quinquies ducta. clxxx. ad esse conducit. Quibus si senarie quantitatis summam ter ductam subduxeris. clxii. Relinquuntur. horum medietas sumpta. lxxxi. pede embadum huius eptagoni habere conducit.





¶ De octogono. Rubrica.

o Ctogon⁹ vero in naturali parium numero rũ ordine quart⁹ constitutus in hoc disserendus loco naturaliter quartus assumatur. Esto age octogonus. vii. per singula latera pedib⁹ mensurat⁹. Hanc nimirum naturalem quãtitatez idest. viii. in se si duxeris. lxiiij. efficies. quos si per. vi. multiplicaris. ccclxxxiiij. explicabis. Ex his si quater lateris vni⁹ summã deduxeris: non ampli⁹ quam. ccc. lij. Residui sũt Quorũ medietas si excipitur: area huius octogonij pernotatur.

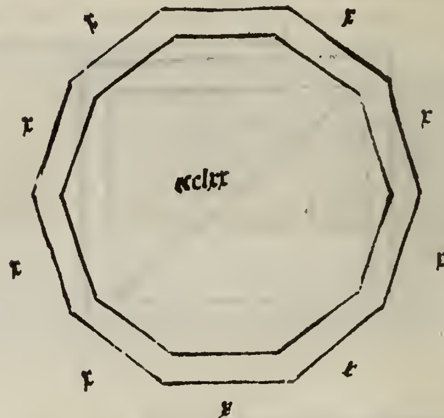


¶ De ennagono Rubrica.

e Nnagon⁹ autem singula per latera. vi. circũscribatur: quem videlicet senarium si secũduz superi⁹ dictam nostre institutionis regulam p se multiplicaveris. xxxvi. efficies: qui septies ducti. c. viiij. summam producent. His si lateris vni⁹ quantitatem quinquies subtraxeris. lxxviiij. Reddes horum mediet. s excepta si fuerit: hui⁹ ennagoni embadũ xxxviij. semispedibus contineri manifestat.

¶ De decagono Rubrica.

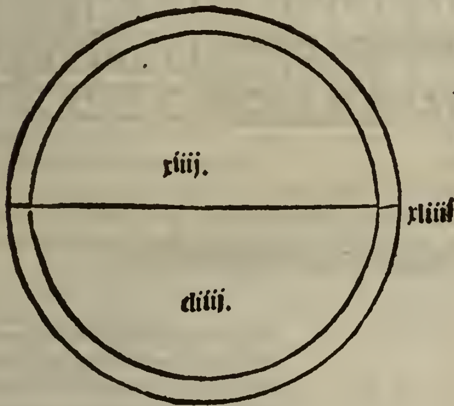
r Estat vt de decagoni embadali dicamus podismo. describatur itaqз decagonus denario numero lateraliter limitatus. Cuius si lateris vnius quantitas secundum iam sepe dictam nostre preceptionis institutionem se multiplicando excreuerit. C. efficiet. Hij vero octies ducti. d. ccc. adducũt Horum vero medium si sumpseris: aream huius decagoni. cclxx. pedibus contineri absqз dubio pernotabis



¶ Idem vero de endecagono ceterisqз plurilateris figurarum descriptionibus si feceris: nullius erroris obstaculo lababis: hoc pacto vt in naturali ordine in multiplicãda vnius lateris summa: ⁊ in hac quantitate: que ex hac laterali multiplicatione nascitur: naturaliter augmentanda: Eademqз laterali naturaliter subducenda, pcedas embadumqз tali ratione ex medietatibus scilicet adiuenias.

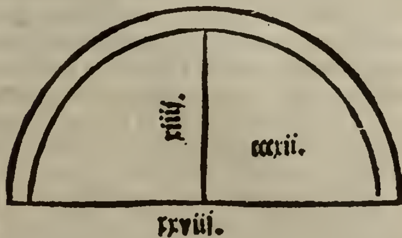
¶ De circulo Rubrica.

Sed quia de angularib⁹ figuris studioso lectori sufficienter disputauimus. Restat vt breuiter de circūductiōe spere vel circuli explicem⁹. Ponatur circulus itaq3.xliiij.pedibus i circūductione designatus. Diametras autem.xiiij.pedum protensionibus describatur. Cujus summa si per se extreuerit.cxcvi.nascentur.hos per.xi.multiplicans.ij.dlvi.efficies.quorum quartadecima pars.idest.cliiii.aream huius cicli pandit: vt infra potest cerni: Est alia hui⁹cicli inueniendi embadalis spatij ratio sumatur ꝛ enim circūductiue quātitatis medietas.vel.xxij.que est medietas Et per medietatē diametri idest per.vij.multiplicetur:ꝛ quod ex hac multiplicatione prouenerit: embadum pandit.



¶ De emiciclo.rubrica.

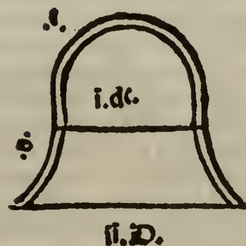
Is vero breuib⁹initiamentis de circularibus theorematibus dicendum eē censuimus d emiciclo protin⁹dicturi. Conscribatur age emiciclus.xxviii.in basi ꝛ in semidiametro.xiiii.pedes habeas:cuius si aree podism⁹ignoretur:tali ratione ad inuestigetur. Multiplicetur ergo summa basis per emediametri summam.ꝛ i.cccxcij.peruenitur.ꝛ hoc summa in deciens.iiij.cxi.producit:quorum sumpta quartadecima parte idest.cccxii.arealis completur superficies:vt propter apparet.



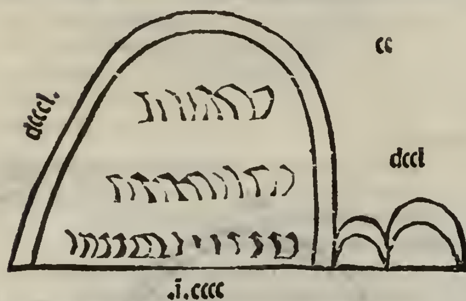
Et de epipedarum podismationibus figurarum ad presens dicta sufficiant.restat vt de montuosa succintius aliquid rōne tractemus. Inscribatur etiam mons in verticis circuitu ccc.pedibus podismatus.a pede autem vsq3 in summitatem.d.ccc.pedibus protentus.pes vero montis eiusdem in circuitu pedibus millenis consignetur. Propōatur modo inquisitum:quot iugera in hoc monte habeantur. Quod tali cum ratione ordiendum:iungantur ꝛ eni pedis ꝛ cacuminis duo illi circuitus idest.i.ccc.quorum per medium si ascensus hoc est.dccc.per.dcl.multiplicabitur.oxx.pedes habere montis huius spatium comprobabitur.hanc igitur summam si in.xxviij.dccc.dispertieris.xviii.in hoc eē monte comprobabis.restantibus tātum millenis:ꝛ sexcentis pedibus.



¶ Si autem mons in pedis circuitu.ii.d.ꝛ medietatis circuitione.i.d.c.in cacuminis autem circūductione cētū ꝛ in ascēsu.D.pedes habeas fuerit: hoc pacto iugera sūt adinuenienda. iungantur trium supradictorum circuituu3 Summe ꝛ.iiij.cc.nascuntur:quorum tertia parte.idest.i.cccc.montis ascensionem hoc est.d.multiplicante.d.cc.prodeunt:quos per iugera dispartiens.xxiiii.efficies non plusquam ducentis pedibus residuis.



¶ Mons autem strab⁹ idest inequalis si fuerit in pedis circunferentia .i.cccc. ⁊ in verticis decliuo .cc. ⁊ in dextere partis ascensione. D. cccl. in leni lateris autem suspectu. D.cc.l. pedes habens iugeralis vero sita planitudo hoc modo est indaganda. Sumatur ⁊ eniꝫ duarum medietas circūferentiarum in vnum collectarum idest. Dcccc. ⁊ ascensuum compositorum pars media hoc est. D. ccc. Et hę medietates per se multiplicate. dcxl. producunt po dismum scilicet montis supradicti. Expeditura autem iugeralem facile summam secundum quod dictum ē supra inuenies.



¶ Quia igitur de omniū huic arti inferendarum speculationum rationib⁹ breuiter enodateqꝫ sat disseruim⁹: Reliquū ē vt de vnciali ⁊ digitali mensura. Et depunctorum ⁊ minutorum cęterisqꝫ minutijs sicut promisimus dicam⁹: Mirabilem ⁊ arti huic: cęterisqꝫ matheseis disciplinis necessariam figuram: quam archita premonstrante didicimus: edituri.

¶ De minutijs rubrica.

u Eteres igitur geometrice artis indagatores subtilissimi maximeqꝫ pytbagorici: cū omnia certis mēsuraꝝ diuidentes rōnibus ad ea: q̄ natura renueret diuidi ⁊ secari: vsqꝫ peruenirēt: in genio p̄gnante ea q̄ nāliter erant indiuisibilia postq̄ notis noib⁹ ęque datis dispartiere. Cui⁹ vo agros per actus: p perticas .i. per radios: per passus. per grad⁹: per cubitos: per pedes: per semipedes: ⁊ per palmos dispersissent non habentes palmum per quod diuiderent: id qd̄ palmo eēt min⁹ digito aūt mai⁹: Vnciā vocare maluerunt. In secundo vero loco digitum subscripsnut. in tertio staterem. idest semiunciā. in quarto quadrātem. in quinto dragmā. in sexto scrupulum. in septimo obolum. i octauo semiobolum: quem greci ceratem nuncupant. in nono siliquam. in .x. punctum. in .xi. minutum. in .xij. momentū nominando posuerunt. His ergo minutijs adinuentis: noib⁹qꝫ editis multiformes eis notas indidere. q̄ qꝛ partim grecę: partim erant barbare: nobis non videbātur latinę orationi adiungende. Quapꝑter nos rem obscuram obscuris ignotisqꝫ notarū signis involuere nolentes: loco earūdem notarū latinorum elementorum notas ordine ponim⁹. ita vt .a. vncię respondeat. b. digito. c. statere. D. quadranti. e. Dragme. F. scrapulo. g. obolo. h. semiobolo. i. Silique. k. puncto: l. Minuto. M. momento ascribatur. Describat itaqꝫ bis lrīs: quam dixi mus figuram vnciarum: hoc modo.

A i	B i	C i	D i	E i	F v	G i	H ī	I ī	K i	L i	M ī	
M	A x	B x	C x	D x	E x	F x	G x	H x	I x	K x	L x.	
L	M	A c	B c	C c	D c	E c	F c	G c	H c	I c	K c	
K	L	M	A i	B i	C i	D i	E i	F i	G i	H i	I i	
I	K	L	M	A x	B x	C i	D x	E i	F x	G x	H x	
H	I	K	L	M	A c̄	bb c̄	B c̄	C c	D c̄	E c̄	F c̄	G c̄
G	H	I	K	L	M	A xc̄	B xc̄	C xc̄	D xc̄	E xc̄	F xc̄	
F	G	H	I	K	L	M	A c̄c̄	B c̄c̄	C c̄c̄	D c̄c̄	E c̄c̄	
E	F	G	H	I	K	L	M	A mc̄	B mc̄	C mc̄	D mc̄	
D	E	F	G	H	i	k	L	M	A xc̄	B xc̄	C xc̄	
C	D	E	F	G	H	i	k	L	M	A c̄c̄	B c̄c̄	
B	C	D	E	F	G	H	i	k	L	m	A	
A												

¶ Eiusdem Boetij de geometria liber.

g Eometria est disciplina magnitudinis imobilis: formarūqꝫ d̄scriptio contēplatiua: per quā vniuscuiusqꝫ termini declarari solent: documētū ēt vsibile philosophoꝝ: quod latie dr̄ terrę dimēsio. Qm̄ per diuersas formas ipsi⁹ disciplinę primū ęgypt⁹ ferṫ fuisse partita, p necessitate terminorū terrę: quos nilus fluuius inundationis tpe infundebat. Cui⁹ disciplinę magistri mēsores añ dicebanṫ. Sꝫ varro peritissim⁹ latinoꝝ hui⁹ nois cāꝫ sic extitisse cōmemorat dicens pri⁹ quidē dimēsiones terraꝝ termis positꝫ vagātib⁹ ac discordantib⁹ popul' pacis vtilia prestitisse. Deinde toti⁹ anni circulum mēsuali numero fuisse partitum. Tunc ⁊ ipsi mēses quod annū metiunṫ: dcī sunt. Tūc ⁊ dimēsioneꝫ orbis terrę probabili refert rōne collectam: id factuꝫ ē vt disciplina ipa geometrie nomē acciperet: quod per secula longa constaret.

¶ De vtilitate geometrie Rubrica

u Tilitas geometrię triplex est ad falcutatem: ad sanitatē: Ad aiam. ad falcutatē: vt moechani ci ⁊ architecti. ad sanitatem: vt medici. ad animā: vt philosophi. Quā artē si arcte ⁊ diligēti cura atqꝫ moderata mēte pquirim⁹: hoc quod p̄dictꝫ diuisionib⁹ manifestū ē: sensus nostros magna claritate dilucidat: ⁊ illō supra: Quale ē cęlū aio subire: totāqꝫ illā machinā supnā indagabili rōne al' discutere. Et ispectiua mētis sublimitate ex aliq̄ parte colligere ⁊ agnoscere mūdi factorē: q tanta ⁊ talia arcana velauit. Nā mūdus ipse spherica fertur rotūditate collect⁹ vt diuersas reꝝ formas ambit⁹ sui circuitōe concluderet. vnde librū seneca psentanea philosophis disputatione formauit: cui titulus ē de forma mundi. Nam in geometria vtiqꝫ partē fatemur esse vtilē teneri ⁊ actib⁹ agitari i oib⁹ prodesse eā existimam⁹. Nec sine cā sūmi viri etiam ipensam huic scientie operam dederunt: cum sit geometria diuisa ī numeros atqꝫ formas numerorum. nota non tm̄ oratori: sed cuiqꝫ primis saltem lrīs

erudito necessaria est: quod ad subtilitatem ꝓstat tenuissi
ma: ⁊ ad sciam vtilissima: ⁊ ad exercitationem valde iocũ
dissima. In causis vero frequentissime queritur: q: ꝑmũ
ordo est geometrie necessarius. Nonne ⁊ eloquẽtie. ex po
rib⁹ geometria probat in sequentia ⁊ certis in certa ꝓpter
quod plures inuenias: q dialetici similiter ⁊ rethorici in
grediantur hanc artem. Dialetico nãq; sillogismo si res
poscit vtitur ⁊ qui sunt potentissimi grãmatici: qui apo/
dixis grece dicitur: idem probant ⁊ certe enthunemate: q
retoricus est sillogism⁹: quod latine interpretat᷑ men tĩ cõ
ceptio. Quem imperfectum solent artigrafi nũcupare. et
ipe deniq; probat: cuius sit forme circuit⁹: quot lineis
recta contineat. Quib⁹ modis finitur: que illa circũcurrẽs
linea si efficiat orbem: que forma est i planis max perfecta
i qua tot spatia complectit᷑. Et si quadratũ parib⁹ horis
efficiat rursus quadrata triangul⁹ triangula ipa pl⁹ eqs
lateribus quam in equalib⁹. ⁊ alia forsitã obscuriora: quod
ẽt operis seq oportet expimentũ: Nec in planis: nã i mõ
tib⁹ ⁊ collib⁹ ẽt impito p₃. q: per sol' cursum ⁊ vmbrarum
motũ comprehenditur: ⁊ per diuergia aquarum segregat᷑.
Nũc ad epistolam Julij cesaris veniam⁹: quod ad hui⁹
artis originem pertinet: vt nec ipsi⁹ auctoris gloria pere-
at: vt nobis plenissime rei veritas ad notitiam veniat.
quisqs ille tamen hanc epistolam studiose large volue-
rit quibusdam cõpendijs introduct⁹ lucidi⁹ maiorum di
cta in breui percipiet.

¶ Diu⁹ iulius cesar Rubrica.

Jr acerrim⁹ ⁊ multarum gentium dominator
u frequentia belli militem exercuit amplioru₃
bellorum operib⁹ augende rei cã illustrium vi
rorum vrbes ingressus est: gentium populos
rogantes recepit tyrãnos gladio interemit. Et post quã
hostilem terram obtinuit: deletis hostium ciuitatib⁹ de
nuo nouas vrbes constituit. dato iteru₃ colonie nomine
ciues ampliauit.

¶ Milites colonos fecit alios in italia: alios in prouĩ
cijs quibusdam. Hec que diu⁹ august⁹ ad signat⁹ vrbes
prouinciarum exercitui iussit propter subitas bellorũ a-
cies non solum eas ciuitates demum cingere muris: ve
ru₃ etiã loca aspera ⁊ confragosa tãq; alligari: vt ill' maxi
me propugnaculo est ⁊ ista loci natura: ⁊ ab agrorum noua
dedicatione culture colonias appellauit: que coloni e his
victorib⁹: qui temporis cã arma cepere: assignate sunt.

Rge neqd nos preterisse videamur. S₃ ma-
e gis eorum exempla sequamur: sepe erit ad for
mam respiciendum: ⁊ q: montium altitudies
preesse oratio monstrabat per ascensum precel
si cacuminis aciem laboriose signa ex lapidib⁹ constructa
religm⁹: ⁊ est munita discretaq; locorum quãtitas: que
permanet sepatim per aquarũ diuergia i vtraq; pte val-
de nota partitio: alia loca riparũ cursus fuat᷑ proinde ẽt
si hostis nos infestare voluisset: eos ex proxima ripa po-
teram⁹ expugnãdo rũpere. Nã circa regionẽ maritimam
limites rectos censuim⁹ ex ladidib⁹ cõpactis. totam limitũ
rectorũ cursum demonstrabim⁹: q: colonie omẽs que ad
mare ponunt᷑: litore maris terminant᷑. Agros cõuallitũ
iure ordinario disposuim⁹: quos intercisiuos noĩauim⁹.
In planitie vero limites recte cultellauim⁹.

Lerũq; sunt agri quã multi assignati: quoru₃
p mẽsura limitũ lic₃ diuersa sit: in ẽt distãt a se
ali⁹ ab alio i pedes. c. i pedes. c. l. i pedes. ccl.
in pedes. ccc. in pedes. ccclxl. i pedes. ccccxx. in
pedes. cccclxxx. in pedes. d. c. in pedes. dcc. i pedes. d. ccc
xl. i pedes. d. cccclxli. i pedes. i. xx. i pedes. i. cc. in pedes. i
ccccxl. i pedes. i. dc. in pedes. i. dcc. i pedes. i. dccc. i pedes
ii. cc. in conspectu tñ longo: quo signis limitem agim⁹.

J fuerit termin⁹ crassus angustat᷑ ⁊ ab alia pte
s longa crassus geminat⁹. hi duo limites maxi-
mi deciman⁹ ⁊ cardo nomiati sunt. Per mul
ta milia pedum concurrunt ⁊ nisi in alpes finiant: diui-
dunt agros dextra leuaq; rectarum linearum inter se cõ
tinentium.

Omnem mensuram hui⁹ culture mediã lon
o giorem siue latiorẽ₃ facere debes: ⁊ quod lati-
tudine longi⁹ fuerit: scãnum est: quod vero in
longitudinem longi⁹ fuerit striga.

Unt fundi pene meriorum: ⁊ pro estimo vber
s tatis angustiores assignati sunt.

Oca macra ⁊ arida ampliori termino conclusa
l sunt. Sunt loca subsiccina que ad ius ordina
rium non pertinent: S₃ si ꝓuenerit inter pos-
sessores: possideant. si non conuenerit: remãet
potestati.

Lia loca perfectiora ad ius publicum pertine-
at. totidem si possessorib⁹ conuenit possident.

Unt aũt loca publica hec: que scribuntur silua
s ⁊ pascua publica augustinorum: que vllo mõ
alienari nequeũt: ⁊ possident tutelã aut tem-
plorum publicorum: aut balnearum: que loca
colliua appellant.

Ger extra clusus ẽ: qui intra finitimã linea₃
a ⁊ centurias interiacet. iõ extra clusus: q: vltra
finitimos limites clauditur.

¶ De controuersijs rubrica.

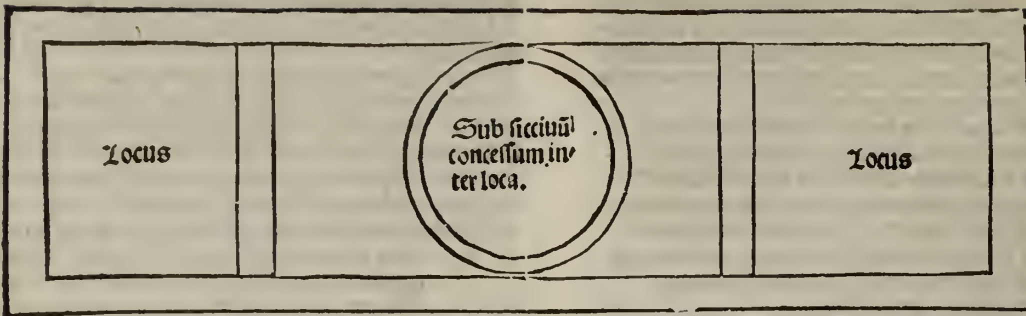
Ontrouersiarũ materie sunt due finis ⁊ loc⁹.
c harum altera continetur: quicqd ex agro discõ
uenit. S₃ qm̃ his quoq; partib⁹ signate ꝯtro
uersie diuersas habent conditiones: vt potui
ego cõprehendere: proprie sunt nominande.

Enera sunt controuersiarum. xiiij. depositiõe
g terminorũ. De regione. de fine. de loco. De
domo proprietas. De possessione. De alluuio
ne. De iure territorij. De subsiciuis agris. d
locis publicis. de locis relictis ⁊ extraclusis. De locis sa-
cris ac religiosis. De aque pluuie accessu: ⁊ de itineri-
bus.

Ontrouersia ẽ inter duos pluresq; vicinos. i
c ter duos an in rigore sit ceterorũ fine rõnis. in
ter plures trifiniũ facit aliqb⁹ locis ⁊ qdrifini
um fm proximas possessiones: dũ hoc nesciũt: nõ eis ꝯue
nit: ⁊ diuersas ꝯtrouersias ipsi possessores inter se faciunt.
Alij de loco: alii vo de fine linee litigãt: alii d fundis atẽ
dunt. S₃ auido mõ querendũ ẽ pri⁹ origo cause. Nã per
hereditates opinionis hui⁹ generis ꝯtrouersie fiũt. quare
iure ordinario litigat᷑. Pri⁹ tñ in iudicio sup possessione
qd finiat᷑: ⁊ tũc agrimẽsor ad loca ire ĩcipiat᷑: vt patefacta
veritate huiusmodi litigium terminetur.

Enera ꝯtrouersiarum ex flumine hec sunt: nõ qd
g occupatis agris agit᷑: s₃ qd vis aque abstulerit
repetitionẽ nõ hẽbit. que res necessitate ripe
muniẽde sũt sine alteri⁹ dãno qsquis ille faciat qui ripa₃
suã muniet. q si fluminis torrẽs aliqñ tã violent⁹ decur-
rerit: vt alueũ mutet suũ. multorum agros trãs ripam occu
pat: sepe ẽt insulas efficiet: S₃ cassius lõgin⁹ prudẽtissi
mus iuris auctor ⁊ id ex hoc statuit: vt qcqd aq lãbendo
abstulerit: possessor admittat. qm̃. s. ripã suã sine alterius
dãno tueri debet: Si vo maior vis decurrerit ⁊ in fines
alteri⁹ alueũ mutat suũ: ⁊ fiat insula: in quo ꝯcurrerit vn⁹
qsq; modũ fluminis maioris agnoscere debet: ⁊ eam in-
sulam ipe sibi vindicabit: cui⁹ terram tẽpestatiue preoc-
cupauit: qm̃ non possessoris negligentia: Sed tempesta
tis violentia apparet arreptum.

Ger subsiciu⁹ fm suas determinatiões ascri-
a pt⁹ ẽ in finib⁹ suis tabulario cesaris inserim⁹
⁊ qd bñficio ꝯcessa aut assignata coloĩe fuerint
siue in proximo siue inter alias ciuitates: libros bñficiorum
ascribim⁹ ⁊ qcquid aliud ad strumẽtu₃ mensorũ ꝑtinebit
ad solũ colonie: S₃ ad tabularium cesaris manu condito
ris subscriptum habere debebit.



Est ē similis subsiccíuus ɔditōis extraclusus
s ꝛ ñ assignatus. q̄ si rei publice populo romāo aut ipsius colonię: cuius fine circundat̄: aut ad populum romanum pertinet datus nō est in eius: q assignare potuerit: remanet potestate.

Igna limitū finaliū ī diuersis regiones siue
s vocabula vicos uel possessiōes hec sunt inter utrosq̄ possessores testionia agralia diuidēda
i In mōtibus loca arrida ꝛ ɔfragosa petras signatas inuenim⁹.

Umma mōtiū ꝑmios agusteos. i. rotundos
s i effigiē columne aliquos lr̄a signatos archas finales in partibus grumos. i. ɔgeriē petrarꝫ: arbores añmissas itactas a ferro ɔgeriē macerie. i. ubi saxa collecta ab vtrisq̄ partibus limitē faciunt. itē petras sacrificales aras: ī q̄bus locis arbores ītacte stare vident̄. in quo loco veteres errātes sacrificium faciebant. Alio loco vię militares finē faciunt: q termino muniunt. Alia vero dextera mōtium. i. pro late mōtis ripę currentes finez faciūt. aliq̄n sepulchra finē faciūt. iō sepulchra seq̄nda sūt q̄ extrēis finib⁹ ɔcurrētibus plures ɔcursus agrorꝫ expectāt. Oia. n. monumenta dominos testantur.

Unt termini cursorij in effigiē tituli ɔstituti
s certa loca riui finalęs cunabulę uel nouercę: qō regul ɔstruit. scorpiones vbi fines duo euneati se iungunt. Si forte ī cāpestria loca: vbi agri ī planitie sunt ɔstituti ī iugeribus assignata inueniuntur. iteꝫ iter uoratos rupis arboribus añ missis in tactis ut. s̄ dixi sacrificales tumor terre in effigiē limitū ɔstitutos. petras molares foueas uel metas lacus ꝛ lego natus: ꝛ fabritijs ɔstruetos calauiones. Aliquotiēs. n. petras q̄dratas ꝛ scriptas: q̄ idicāt: cuius agri q̄s dñus: quot spaciuꝫ tueant̄. Nō. n. ois titulus ī scriptōibus ē ī ductus: q̄n aliq̄bus locis nō sunt lapides scripti: Sꝫ in effigiem terminorꝫ positi sunt: quos cursorios vocamus. Nāꝫ ꝛ ipsi mōtes oino loca determināt. termi vero nō vnā mēsuraꝫ inter se ɔtinent iubente augusto cesarę balbo mēsore: qui oium prouinciarꝫ mensuras distinxit ac declarauit perq̄ testimonia supraſcripta fines locorꝫ terminentur.

Unt. n. termini q̄bus fides nō ē adhibenda.
s isti dñr itinerari. Oēs. n. limites itineri publico fuire debebunt: q dextra ac sinistra fines priuatos diuidunt ꝛ in medio iter publicum. bi tales nō sunt oibus locis. vtiq̄ sub oēs terminos signum inueniri opꝫ. quod ergo inuentum pro loco termini obtinet̄ ꝛ custodiri debeat: ut ab uno ad unum dirigatur: ꝛ ā nocte siue a nota ad notam.

Ic. n. sunt certe legis ɔsuetudines ꝛ obſuatio
s nes. sēper signū in oibus terminis positum ē aut aliquos cineres aut carbōes. aut testa: aut ossa aut vitrꝫ aut massas ferri: aut aes: aut calcē: aut gipsū aut vas fictile inuenimus: qō ēt quibusdā saxorꝫ fragminibus ɔculcabant atq̄ ita diligenti cura ɔfirmabant: vt firmius staret: tales ergo signuꝫ int̄ dños int̄ quos fines terminabant̄ faciebant: t̄mini uero ñ sunt oibus locis. sꝫ infinita sunt multa alia testimonia lege feliciter ꝛ intelligere curabis. qui itelliget qō videt agrorꝫ intētōeꝫ ꝛ certamen tollere pōt. prudentiā tñ bi mensores habere ōbēt qui iudicaturi sunt ꝛ quos aduocant: ut prestatores: in iudicando āt mēsorē bonuꝫ uirꝫ ꝛ iustuꝫ agere ut nulla ambitione aut sordibus moueatur: seruare opinionē metris ꝛ moribus oꝫ: oī. n. artifici ueritas custodiēda ē. exclusi sunt illi qui falsa ꝑ ueris opponunt. q̄dā ꝑ impudētiam q̄dā per imperitiā peccāt. Mutans ergo in ꝓfessiōe quę gnāliter ꝑ ueris adijciuntur per ɔtrouersiā argumentaliter ꝛ ɔiecturaliter ēt superflue metiri artifices cogunt̄. sꝫ tutum hoc iudicandi hominem artificem oportebit.

¶ Nomina agrimensorum rubrica.

Igini	Marci	Cęsaris neronis iussu	
Julij	Junij	Claudi cęsaris iussu	
Frontini			
Siculi			
Flacci	Nypsi	Igini euclidis	Cassi.
Ageni	Balbi	Tiberij cęsaris	iussu
Urbici	Mensoris	Longini	

¶ Imperatoris. Seuerini: ꝛ Antonini	iussu
imperatoris vespasiani	iussu
imperatoris adriani	iussu
imperatoris traiani	iussu
imperatoris augustini cęsaris	iussu
imperatoris Neronis	iussu
imperatoris valentiniani	iussu
imperatoris Theodosij	iussu
imperatoris Archadij	iussu
imperatoris honorij	iussu
imperatoris Constantini	iussu

¶ Nomina lapiduꝫ finalium: ꝛ archarꝫ positōes rubrica

Ortogonius rectus rectum angulum mittit
Isopleuros rectus sub constitutus.

isosceles	Termin⁹ lineat⁹
Exculenus siue exagineus	Spatula cursoria
Excultelatus lateribus	Termin⁹ ī inuersuꝫ posit⁹
Sumbus siue trapideus	item spatula cursoria
isosceles	quadrifinius
Solus trigonus alia iactat.	item q̄drifinius
Paralello grām⁹ pētagon⁹.	Termin⁹ gamat⁹
Exagineus	t̄min⁹ lineat⁹. i. q̄drifini⁹
Septagenus	itē q̄drifini⁹
Sinagonus	Nouerca
Termin⁹ greca littera script⁹	Simmatus
Terminus ī summo acutus	Centusiat⁹
Circulat⁹ pam⁹ itē acuto simil	Triuortin⁹
itē per ram⁹ uite ꝑcise simil	Amicircul⁹
Cōplet⁹ romb⁹ ampligine⁹	Uaroberin⁹
Amicirculus quadratus	Trudeus
Terminus agusteus	t̄min⁹ auguste⁹ ī sūo acut⁹
Termin⁹ cursorius	Lapis molaris
Termin⁹ trifini⁹	Monumentum
Sepulturā cuꝫ ossib⁹ finalē	Mausple⁹
Termin⁹ in laterculi	Arca final
Termin⁹ quadrifinius	Lippus
Termin⁹ rotundus	Kalasiones
Termin⁹ cui subiacet angul⁹	
Termin⁹ quadrifini⁹	

Ut quivis pfectus et geometricus lege ista oia que capitulata sunt subterius. Nã in primis scire opz arithmeticã artem: que continet numerox cãs ac diuisiones. i. qualis est diffinitio ac diuisio de paribus ipparibus numeris.

Qualis est cõposit⁹ numerus: ⁊ qlis in cõpositus.
Qualis est perfect⁹ numerus: ⁊ qualis iperfectus
Qualis est diuisibilis numer⁹: ⁊ qualis indiuisibil'
Qualis est pticularis numer⁹: ⁊ qual' supra partiens.
Qual' est supflu⁹ numer⁹: ⁊ qualis diminutiu⁹
Qualis est multiplex numer⁹: ⁊ qualis sub multiplex
Qualis est solid⁹ numerus: ⁊ qual' sphericus.
Quomõ inuenta est geometria.

Quid sit geometria.	Qualis est rectus angulus
Que vtilitas.	Qualis est acut⁹ angul⁹
Qui ordo prescriptionis.	qualis partita mẽsura sit.
Que sit rõ prepositionis	quantum trahit stadi⁹
Que dispositionis	quid sit acus
Que distributionis	quid sint climate
Que descriptionis	quid centua
Que demonstrationis	quid leuua
Que conclusionis	quid arrapẽnis
Qual' est recta linea	quid iugerum
Qual' est supficies linee	quid centuria
Qual' est diuitrica linea	quid punctum
Quot sunt extremitatũ gnã	quid est diametrus
Quot genera sẽmitatum	quid paralello grãmum
Quot genera angulorum	quid figura
Qualis est planus angul⁹	quid circulus
Qualis est obtusus angul⁹	quot i partes sit diuisio
Qualis est hebes angulus	

I scis ista oia ad plenitudinẽ: nosti locox segregationẽ. Nã q ignorãt regulã hui⁹ artis: multa oppouũt falsa p veris.

D Quomõ iuenta est geometria.
M Inuentã eẽ geometriã aegyptij dicũt p necessitate terminox frẽ: quos nil⁹ inundatõis tpe infundebat.
D Unde vocata sit geometria.
M Geometria nominata ẽ a dimẽsione terre: p quã vniuscuiusq; terre termini declarari solent.
D Quid sit geometria.
M Geometria ẽ disciplina magnitudinis ⁊ figure: q̃ ẽm magnitudinem contemplatur.
D Que sit intentio.
M Intentio euclidis duplex ẽ ad discipulũ respiciens ⁊ ad naturas rerũ. ad discipulũ respiciẽs: q: opz eũ ab his vti isagogicis icipe p facilitate p breuitate: ⁊ eo qd in qõnib⁹ ob hoc nulla sit difficultas. p rex natura eo qd phisice sciẽtie: ⁊ timei siue platõis doctrina plurima geometrice demõstrare noscuntur.
D Que vtilitas
M Utilitas (vt ẽ pfacti sum⁹) geometrie triplex ẽ. ad facultatẽ: ad sanitatẽ ad aiaz. ad facultatẽ: vt mechanici ad' sanitatẽ vt medici ad aiam vt philosophi.
D Qui ordo ẽ geometrie in disciplinis.
M Aliqten⁹ post arithmeticã sus ẽ: aliqten⁹ terti⁹.
D Tituli inscriptio quomõ intelligatur.
M Est eni tituli pscriptio elemẽtox: q figure simpliciores sũt: ⁊ ex his alie cõponunt: q in his ẽt resoluũt.
D Si proprius codex.
M Codex iste hz dispõnez euclidis eẽ dr: ẽm demõstrationẽ vel inuẽtionẽ aliox plerũq; eẽ dicitur.
D In quot partes diuiditur.
M Diuidit codex iste i q̃tuor ptes i epipedis: in arithmeticis: in rõnalib⁹ ⁊ irratiõalib⁹ lineis: ⁊ in solidis
D Que sunt in demõstratõe geometrica.
M Propositio dispõ: distributio descriptio demõstratio. ⁊ conclusio.

Estat aũt nobis pfundissimã quãdaz tradere disciplinaz: q ad diuz nature: tũ rex integritate maxime rõne ptineat. Magnus quippe i hac scia fruct⁹ ẽ: si qs nõ nesciat: qd bonitas diffinita ⁊ sub scia cadens aioq; spirituabil' ⁊ pceptibil' prima natura ẽ: ⁊ sue substãtie decore ppetua: ifinitũ vero malitie dedec⁹ nullis propriis pncipijs nixũ: sz nã sp errans ab oi definitõe principij tanq; aliquo signo optime figure ipressa cõponitur: ⁊ ex illo erroris fluctu retinet. Naz nimiaz cupiditatẽ ireq; imodicaz effrenationẽ qsi qdaz rector aius pura intelligẽtia roborat⁹ astringit. Nos tñ q de numeris a nichomaco diffusus disputata sunt vel a varrone de mẽsuris diffusa sũt moderata breuitate collegim⁹. Et que transcursu veloci⁹ angustiore intelligẽtie pstabant aditũ: mediocri adiectõe reseruim⁹: vt aliqñ ad euidentiaz rex nris etiam formul' ac descriptionib⁹ vteremur. qd nobis q̃ntis vigilijs ac sudore pstiterit: facile sobri⁹ lector agnoscit. Et has quodammõ ieq̃litatis formas tẽpata bonitate laborando collegim⁹: ipse lector pbabit: que nos ex grecax opulẽtia lrax in romanũ oratõis thesaurũ ptrahim⁹: Si q ex sapie doctrinis emicuerũt sapientissimi iudicio p nos cõprobent. Uides igit: vt taz magni laboris effect⁹ tuũ tñ lectoris expectet examen. Nec i aures prodire publicas nisi docte sñie ad stipulatõe nitat. qd nihil mirũ videri dbet cũ id op⁹ quod sapie innẽta psequit: nõ auctoris. Sz alieo incũbat arbitrio. est. n. Sapia numerox cãs ⁊ diuisiones earũ: que vera ẽ cognitio ⁊ integra cõprehẽsio. qd hec q spnit. i. semitaz sapie: ei denũtio nõ recte philosophandũ. Hec aũt ẽ arithmetica. hec. n. cũctis prior ẽ: nõ mõ quod hanc ille hui⁹ mundane molis cõditor de⁹ primaz sue habuit rõcinatõis exẽplar: ⁊ ad hanc cũcta pstituit: quecũq; fabricata ratione p numex assignati ordinis inuen erecõcordiaz. sz hoc quoq; prior arithmetica declarat: qd quecũq; nã priora sũt: his sublatis simul posteriora tolluntur qd si posteriora pereant nihil de statu prioris substantie pmutat: vt aial prius ẽ hoie. Naz si tollas aial stati quoq; hois natura deleta sit. si hominẽ sustuleris: aial non pibit: ppriẽ tñ ipsa numerorũ natura cũcta precessit. oia quecũq; a primeua rex natura constructa sũt: vident numerorũ rõne formata. Hoc. n. fuit principale in animo cõditoris exẽplar. Hic. n. q̃tuor elemẽtox multitudo mutuata ẽ. Hinc tpox vices. hinc mot⁹ astrorũ: celiq; cõuersio. Proprie tñ ipsa numerorũ natura omẽs astrorũ cursus. disq; astronomica rõ constituta ã. Sic. n. ort⁹ occasusq; colligim⁹. sic tarditates velocitatesq; errantiũ siderx custodim⁹. sic dẽfect⁹ ⁊ multiplices lune variatões agnoscimus. qr qñ por: vt claruit arithmetice vsus ẽ. huic disputatõis sumsim⁹ exordiũ. hoc idẽ in geometria vel in arithmetica vr incurrere. Si. n. numeros tollas: vnde triangulũ vel quadratũ cõprehẽdere possum⁹ vel qcquid in geometria versat: q oia numerox denominatiua sũt. hoc aũt erit pspicuũ si intelligam⁹ oẽs ineq̃litates creuisse primordijs: vt ipsa quodammõ eqtas matris ⁊ radicis obtinẽs vim ipsa oẽs ineq̃litatis spẽs ordinesq; profundauit. Sint. n. nobis tres bini vel tres terni vel tres quaterni vel quantos vltra libet ponere. quod. n. in his trib⁹ termis euẽit idẽ ptingit in ce[illegible]ris. ex his igit ẽm pceptũ nostri ordinẽ videas pmũ nasci multiplices si puertãtur. ⁊ in his duplices pri⁹: d hinc triplos inde q̃druplos ⁊ ad eũdẽ ordinẽ psequẽtes. Rursus multiplices si puertant: ex his supparticulares orient. Ex duplicibus qdez sesqualteri. Ex triplicib⁹ sesqtertij ex q̃druplis sesqquarti ⁊ ceteri in hũc modũ. Ex supparticularib⁹ vero puersis suppartiẽtes nasci necesse ẽ ita vt ex sesq̃ltero nascat supbipartiẽs suptripartiẽtẽ sesqterti⁹ gignat vt ex sesqq̃rto super q̃dripartiens. Rectis aũt positis neq; puersis priorib⁹ supparticularib⁹ multiplices supparticulares oriunt. Rectis vero suppartiẽtib⁹ multiplices suppartientes efficiũt. Precepta aũt tria hec sunt: vt pmũ numex pmo facias parẽ. Scdo vero pmus ⁊ sc̃o tertiuz: pmo duob⁹ secũdis ⁊ tertio. cũz. n. cũ in tminis equalibus feceris ex his qui nascent: duplices erunt: De qbus duplicibus si idem

fecerls:triplices procreantur. Et de bis quadruplices atq in infinitum oēs formas numeri multiplices explicabis. Illi quidem quorū partes vltra quā satis ē sese ꝑtenderint: superflui nominantur: vt sunt.xij.vel.xxiiij. Hi enī suis ptibus cōparati maiorem partiū summā toto corpore sortiuntur. ē enī duodenarij medietas.vi.ps tertia.iiij.ps quarta.iij.pars sexta.ij.pars duodecima.i. Qui cumulus redūdat in.xvi.& totius corporis sui multitudinem vincūt. Rursus.xxiiij.numeri medietas est xij.tertia.viij.quarta.vi. Sexta.iiij. Octaua.iij. Duodecima.ij.vigesimaquarta.i. Qui oēs.xxxvi. rependūt in qua re manifestum ē quod summa partiū maior ē:& supra ꝓpriū corpus exundat. Atq hic quidē cui⁹ composite ptes toti⁹ termini multitudine superantur: vt.viij.vel xiiij.hꝫ enī octonarius ptē mediā idest.iiij.hꝫ & quartā quod est.ij.hꝫ & octauam.i. Que cunctę in vnū reductę septē colligūt minorē.s.summā toto corpore ꝯcludentes. Rursus quatuordecim habꝫ medietatē idest.vij.habet septimā idest.ii.hꝫ quartamdecimā idest.i. Que si i vnū collectę fint denarij numeri summa succrescit:toto.s.termino minor.at.ij. qui hoc modo sunt vt prior ille quęꝫ suę ptes superant:tales videantur:tanq̄ sigs multis sup naturā manib⁹natus: aut duplici coniunctus corpore vel quid vnquā monstruosum naturę in partiū multiplicatione subripuit.

¶ Ille vero minores:vt si naturaliter quadā necessaria pte detracta:aut min⁹ oculo nasceret: vel alio curtat⁹ mēbro:naturale toti⁹ suę plenitudinis dispendium sortiretur.inter hos aūt velut inter ęquales intēpantias medij tempamētū limitis sortit⁹ē ille numer⁹q perfect⁹ dr̄ eē virtutis.s.emulator. Qui nec supuacua progressione dirigitur.nec ꝯtracta rursus diminutione remittit. Sꝫ medietatis obtinet:q suis ęquis partib⁹nec grassat abūdantia:nec eget in opia: vt.vi.vel.xxviii. Nāq senarius hꝫ ptem mediam idest.iii.& tertiā idest.ii.& sextam idest.i. Que in vnā summā si redactę fint idest.iii.ii.i.par totū numeri corpus suis ptib⁹inuenit.xxviii.vero habet medietatē.xiiii.& quātā.vij.& septimā.iiij.&.xiiii. ii.vigesimāoctauam.i. Que in vnū redacta totū ptibus corpus ęquabunt.in vno.n.iunctę ptes.xxviii.efficiūt Est aūt in his quoq magna similitudo virtutis:& vitij perfectos.n.numeros rare inuenies:eosq facile numerabiles: quippe qui pauci sunt:& nimis constanti ordine procreati. At vero superfluos infinitos reppies nec vllis ordinibus passiꝫ i ordinateq dispositos:& a nullo certo fine generatos. Sunt aūt pfecti numeri itra denariuꝫ numerum.vi.intra centenarium.xxviii. Intra millenarium.ccccxvi. Intra decem milia.diii.&.cxxviii. Et semp hi numeri duob⁹paribus terminantur.vi.&.viij. Et semper alternatim i hos numeros summarū fines ꝑuenient. Nam & primum.vi.inde.xxviii.post hos.ccccxvi. Idem senarius qui prim⁹:post quā:diii.cxxviii. Idem octonarius qui secundus.

m Maioris vero inęqualitatis numeri quinq sūt partes.est.n.vna quę vocatur multiplex:alia superparticularis. Tertia sup partiens. quarta multiplex supparticularis. Quinta multiplex superpartiens. His igitur qnq maioris partibus opposite sunt alię quinq partes:quę minoris sigillatim spēbus hisdem noībus nuncupantur sola tm̄ prepositione distantes. Dr̄.n.sub multiplex.sub supparticularis sub suppartiēs.sub multiplex supparticularis:sub multiplex suppartiens.in prima pte si multiplicatur numerus multiplex dicit. In sa parte supparticularis dicit. In tertia suppartiēs.i quarta multiplex supparticularis In quita multiplex suppartiens minores vō numeri aliqua pte vn⁹ subsens atq idē p partes hꝫ maiorū normā multitudineq protendit.

¶ De paribus & iparibus numeris. Rubrica.

d Escriptio aūt quę supposita ē hoc mō facta ē:quā
doacūq in ordine pariter parisū numero:si ternari⁹ numerus multiplicauit: quicūq ex eo procreati sunt pmo sunt versu dispositi. Rursus q eodem multiplicāte quinario nati sunt:secūdo loco sunt cōstituti. Post vō quos septenarius cęteros multiplicans procreauit:eosdem tertio ꝯstituimus loco:atq idē in reliqua descriptiōis pte pficimus:superi⁹igit digestę descriptionis hęc rō est: si ad latitudinem respicias: vbi est duorū terminorū vna medietas:ipsosq terminos iungas: duplos eos ꝓpria medietate reperies:&.xxxvi.&.xx.faciunt.lvi.quorū medietas est.xxviii.&.xii.si iungas faciunt.xl. quorum.xx. medietas medi⁹eorum termini⁹inuenit. Ac vero vbi duas medietates habēt:vtreq extremitates iunctę vtrisq medietatib⁹equales fiunt: vt.xii.&.xxxvi.dū coniunxeris fiunt.xlviii.hoꝝ si medietates sibim t applicaueris. idest.xx.&.xxviii.idē erit. Atq in alia parte latitudinis codē ordine qui fiunt numeri notati sunt: neq vlla i reratio vtriusq latitudinis discrepauit. Ideq eodem ordine i ceteris numeris p notabis. Et hoc scōm formā pariter i paris numeri fit:i quo hanc ꝓprietatem eē supra iā dictum est. Rursus si ad longitudinē respicias:vbi duo termini vnā medietatē habent:quod fit ex multiplicatis extremitatib⁹:hoc fit si medius termin⁹suę capiet plura litatis augumēta. Nā duodecies.xlviii.faciunt.d.lxxvi Medi⁹ vero eorū termini⁹idest.xxiiij.si multiplicet eosdeꝫ rursus.d.lxxvi.ꝑcreabit. Et rursus si.xxiiij.i.lxlvi. multiplicētur faciūt.ii.ccciiii. Quoꝝ medi⁹termin⁹idest.xlviii.si in semetipsū ducatur:idē.ii.ccciiii.procreantur. vbi aūt duo termini duas medietates includunt:quod fit multiplicatis extremitatib⁹:hoc idē redditur in alterutraꝫ summā medietatib⁹ductis. Duodecies.n.lxlvi.multiplicatis.i.c.lii.procreant. duę vero eorū medietates.i. xxiiij.&.xlviii.si in semetipsas multiplicentur:eosdem.i.clii.restituent.atq hoc ad imitationē cognationēq numeri pariter paris:a quo participatione tracta hec ei recognoscitur ingenerata ꝓprietas. Et i alio vero latere longitudinis eadem rō descriptioq notata ē. Qua i re manifestū est totū numerū.ex suaiorib⁹duob⁹eē ꝑcreatū: qd eorū retinet ꝓprietates. Qm̄ aūt naturaliter & fm ꝓpriā ordinis ꝯsequētiam multiplicē iņqualitatis spēm cunctis preposuim⁹:primāq spēm eē monstrauim⁹:licꝫ hoc nobis posterioris opis ordine clarescat. Hic queq perstrigentes id quod ꝓposuim⁹planissime breuiterq doceamus:sit.n.talis descriptio i qua ponatur in ordinem vsq ad denariū numerum cōtinui numeri ordo naturalis:& secūdo versu duplus ordo teratur.tertio vero tripl⁹ Quarto aūt quadruplus & hoc vsq ad decuplū. Sic enī cognoscemus qūeadmodū superparticulari & superpartienti:& cūctis alijs princeps erit spēs multiplicis:& quedam alia simul ispiciemus:& ad subtilitatem tenuissima & ad scientiam vtilissima:& ad exercitationē valde iocundissima.

s Igit duo pma latera prepositę formule.q̄ faciūt angulū ab vno ad decē & decē ꝑcedētia respiciant.& his subteriores ordies cōparent: q .s.a.liii.angulū icipiētes invicenos terminū ponūt. Duplex.i.pma spēs multiplicitatis ostēdit ita vt prim⁹primū sola superet vnitate.i.duo vnum:secūdus scōm binario super vadat vt quaternari⁹binariū. Terti⁹tertiū tribus:vt senari⁹ternariū quartus quartū q̄ternariū nume rositate transcēdat vt octo q̄ternariū & per eandē cuncti sequentiā se se minoris pluralitate pretereant.

s In vero tertius angulus inspiciatur:qui ab nouem inchoans longitudinē latitudineq tricenis altrinsecus numeris extendit: & hic cum prima latitudine & longitudine cōparetur: triplex species multiplicitatis occurrit ita vt ista comparatio per decimā litterā fiat:hi q se numeri supabūt fꝫ parilitatē factā nālr ꝑnerionē: Primus.n.primū duob⁹superat: vt vnū tres:secūdus fm quaternario: vt binarium

senari⁹: Terti⁹ tertium sex: vt ternariuꝫ nouenari⁹ ⁊ ad eũdẽ cęteri modũ ꝓgressionis accrescunt. Quã rẽ nobis scꝫ ⁊ ipsa naturalis obiecit itegritas: nihil nobis extra machinantib⁹: vt in ipso modulo descriptionis apparet.

Iq̃s aũt q̃rti anguli terminum: q sedeci nume
s ri q̃ditate notat⁹ ẽ: ⁊ longitudinẽ: que in qua
dragenos terminat: velit supiorib⁹ compara
re p. x. litcere formã ꝓportione collata q̃drupli cẽ multitudinẽ ꝑ notabit: bisq̃ ẽ ordinabilis sup se progressio: vt prim⁹ primũ trib⁹ supet: vt q̃tuor vnitatẽ. secũdus scd̃m senario vincat: vt octo binarium: terti⁹ tertium nouenario transeat vt duodenarius ternariũ: ⁊ sequẽtes sũmule triũ se semꝑ adiecta quãtitate transiliant. Et siq̃s subteriores aspiciat angulos: Idem ꝑ oẽs multiplicitatis spẽs vsq̃ ad decuplum dispositissima ordinatione proueniet.

Iq̃s vero i hac descriptione supparticulares
s regrat: tali mõ reppiet. Si. n. scd̃m angulum
notet: cui⁹ est initiũ quaternari⁹: eiq̃ sup iacet
binarius atq̃ ad hũc sequentes q̃s accõmodet ordinẽ: sesqualtera ꝓportio declarat. Nã terti⁹ secundi versus sesqualter ẽ: vt tres ad duo: vel sex ad. iiij. vel nouem ad sex. vel. xij. ad. viij. Itẽ ⁊ i cęteris qui sunt i eadẽ serie numeris talis coniugatio misceatur: nulla varietatis dissimilitudo subripiet. eadem tamẽ sũmarũ supergressio ẽ in hoc quoq̃: quę in duplicib⁹ fuit: Primus. n. primũ idest ternarius binariũ vno supat. secundus vero scd̃m duob⁹. terti⁹ tertiũ tribus: ⁊ deinceps. Si võ q̃rt⁹ ordo tertio cõparet: vt. iiii. ad. iii. ⁊ eodeꝫ cęteros ordine ꝯsecteris: sesq̃tertia cõparatio colligit: vt. iiij. ad. iii. vel. viii. ad. vi. vel. xij. ad. viiij. Vides ne vt i oib⁹ his sesq̃tertia cõparatio ꝯseruetur. Preterea eos q sub ipsis sũt: si idẽ facieus sequẽtes versus alteri⁹ cõparaueris. Oẽs sine vllo ipedimento spẽs supparticularis agnosces. hoc aũt i hac ẽ dispõne diuinũ: quod oẽs angulares numeri tetragoni sũt. Tetragon⁹ aũt dr̃: vt breuissime dicã: quod ẽt lati⁹ explicabitur: quẽm duo equales numeri multiplicãt: vt i hac quoq̃ descriptione est. vn⁹. n. semel vn⁹ est: ⁊ ẽ potestate tetragon⁹. Itẽ bis duo. iiij. sũt. ter tres. ix. quos in semetipsos multiplicatões primordijs ꝑfecerũt. Circũ ipsos vero q sũt vel est circũ angulares longilateri numeri sunt. lõgilateros aũt voco: quos vno se supgredientes numeri multiplicant. Circũ. iiii. N. duo sunt ⁊ sex: sꝫ duo nascunt ex vno ⁊ duob⁹: cũ vnũ bis multiplicaueris. Sꝫ vnitas a binario vnitate precedit. vi. vero ex duob⁹ ⁊ trib⁹. bis. n. tres senariũ reddunt. Nouenarium vero sex ⁊ duodeci claudunt: q duodeci ex trib⁹ nascũtur ⁊ iiii. Ter. n. iiii. fiunt. xii. senari⁹ vero ex duob⁹ ⁊ tribus. bis. n. ter fiũt. vi. Qui oẽs vno maiorib⁹ laterib⁹ ꝓcreati sunt. Nã cuꝫ vi. ex binario ternarioq̃ nascunt. iij. binariũ numerũ vno supãt: cũctiq̃ alij eiusdẽ modi sũt: vt primo ⁊ scd̃o ordine ad alteruerũ multiplicatis terminis ꝓcreent ita: vt qd̃ nascit ex duob⁹ positis longi lateris altrisec⁹ ⁊ bis medio tetragono tetragon⁹ fit. Et rursus qd̃ ex duob⁹ altrisecus tetragenis ⁊ vno medio lõgilato bis facto nascitur: ipse quoq̃ tetragon⁹ fit ⁊ vt angulorũ toti⁹ descriptionis ad angulares tetragonos positor vnius anguli: fit prima vnitas. Alteri⁹ vero q ꝯtra ẽ: tertia bini vero altrisec⁹ anguli secũdas hñt vnitates: ⁊ duo angulariũ tetragonorũ anguli ęquũ faciunt: qd̃ sub ipsis ꝯtinet: illi qd̃ fit ab vno illorũ: q ẽ altrinsecus: angulorũ. Multa. n. sũt alia quę i hac descriptiõe vtilia possint ad mirabiliaq̃ ꝓpẽdi: quę iterim ꝓpter castigataꝫ itroducendi breuitatẽ ignota eẽ ꝑmittimus. Nunc vero ad sequẽtia propositum conuertamus.

Venetijs Impressum Boetij opus ꝑ Joãneꝫ ⁊ Gregoriũ de gregorijs fratres fęlici exitu ad finẽ vsq̃ ꝑductũ accuratissimeq̃ emẽdatũ Anno humane restaurationis. 1492. die. 18. Augusti. Augustino Barbadico Serenissimo Venetiarum principe Rem pu. tenẽte.

Registrum.

A
Anitij mãlij
perge queso
nõ mediocri
B
Hoc enim
aialia erant
tionabilitate
a
Anitij mãlij
que quomõ
differentie
vt ipsum
b
⁊ de indiui
mortalis. hęc
cit: ꝙ ali
materię ⁊
accidens est
c
Anitij mãlij
nomen quod
grãmatica in
vidua: quę
d
riorib⁹ dicens
lam quę fit
cuntur quę
mo argumen
e
nihil enim
mas sunt
in passibili

f
caloris atq̃
qm̃ autem
inueniri non
g
Eiusdẽ Boe
id quoq̃
h
est autem
affir. vlis
quoniam
i
guntur. nam
Quocirca
igitur tertio
propositionũ
k
nullus: fere
sunt igitur
vt de socrate
l
nomina ꝫm
nãq̃ dicere
inquit non
m
numerum de
lacia: ꝙ hic
particularib⁹
n
nam quod
verum ẽ
nec non erit

o
aut ipa cadãt
sto ⁊ nõ iusto
batur. sic
p
dẽ veritatem
aliud vero
possent esse
q
se continet eẽ
alterũ ꝙ ideo
dem quod
r
hec est
stitutis ⁊
s
eiusdem de
oppositio ẽ
fuerit: illa
t
eiusdem boe.
firmationes
veritas
u
Anitij mãlij
tio nũquid
probabiles
uu
mal est
uenientia
do. at de

uuu
finguntur
si enim
tas visus
uuuu
quasi ꝓprio
trabibus
quadaꝫ nãe
v
Eiusdem
est lucet
Est enim
domus est
x
Eiusdem de
tatem: tribus
ipse contraia
y
vel certe
de aliquo
enim ista
z
Rursus võ
esse possint
quoq̃ tali
quoniam hõ
aa
Arithmetica
prohemium
pariter par
bb

rius ternariũ
totum plusq̃
metica
cc
naturaliter
dum est
illud igitur
dd
portionem
Boetij de
Et vnus
ee
diatonicum
tracordis
speculatiõis
ff
datur: fit
rum est
quitertiam
gg
quinq̃ toni
semitonium
erit igitur
hh
nete diezeug.
DELY
HIMO
ii
modi: per
est. h. lz
portionem

kk
duob⁹ lineis
si due recte
per datum
ll
superi⁹ vero
Me autem
Sed quia
De octogo


Z G

JOANNES AND GREGORIUS DE GREGORIIS, DE FORTLIVIO

BOETHIUS, Ancius Manlius Torquatus Severinus. Arithmetica Geometrica et Musica Boetii. 18 August, 1492.

Hain 3351.

Printed with gothic type, in two columns, 70 lines to a column. It has 67 leaves, numbered as ff. 155–220. This is the latter portion of Vol. I of the works of Boethius; the "registrum" on the last leaf is for the whole volume. The size of a leaf is 282 × 193 mm., and the text in a column measures 220 × 72 mm. There are numerous musical and geometrical diagrams.

Boethius, a descendant of the famous family of the Anicii, was born in Rome in 480, and was executed in a prison at Pavia in 524. A Christian by faith, he was a pagan in culture — one of the last Romans who was still steeped in Greek literature and philosophy. Boethius's most famous work is "The Consolation of Philosophy," which was translated into Anglo-Saxon by King Alfred, and into English by Queen Elizabeth. His mathematical writings, though they represent only a tiny fragment of Greek mathematics, were the chief source of mathematical learning in the early Middle Ages.

The arithmetic of Boethius was based upon the Greek work of Nichomachus, a Greek philosopher, who flourished about 100 A.D. It relates, however, only to the theory of numbers, leaving out entirely practical calculations. As the author remarks in the preface, he abridged Nichomachus's work when he thought it necessary, and occasionally introduced new formulae and diagrams to bring out clearer the meaning. The first edition of the "Arithmetic" was published at Augsburg in 1488 by Erhard Ratdolt; the Library has a copy.

Boethius's treatise on music, in five books, is the only extant Latin work on the subject. Like Pythagoras, Boethius believed that music cannot be trusted to the ear alone, but must be supported by physical experiments.

The geometry of Boethius is an extract from Euclid's "Elements." It contains the definitions, postulates, axioms, and theorems of the first three books, without giving the proofs.

Received in September, 1859.